

5. Erőműegységek véletlen üzemmenetének leírása folytonos időparaméterű diszkrét állapotterű Markov-folyamatként

5.1. Általános eset

A bemutatásra kerülő számítási eljárás újszerűségét a három- és többállapotú megbízhatósági leírás elvételes kondenzációs és ellennyomású erőműegységek esetében történő alkalmazása, valamint a számításhoz szükséges bemenő adatok származtatása képezi.

Folytonos időparaméterű, diszkrét állapotterű Markov-folyamatok esetében bevezetve a $t_{n-1} = t$ és $t_n = t + h$ jelöléseket, a Markov-folyamatot definiáló feltételes valószínűség az alábbi alakot nyeri:

$$P[X(t+h) = j | X(t) = i] = p_{ij}(t, h). \quad (5.1-1)$$

Ezt a feltételes valószínűséget átmeneti valószínűségnek nevezik. Az úgynevezett homogén Markov-folyamatok esetében a p_{ij} átmeneti valószínűség kizárólagosan h -tól függ, t -tól nem, azaz az átmeneti valószínűség kizárólagosan a h időintervallum nagyságától függ, az adott időponttól nem. A $p_{ij}(\Delta t)$ átmeneti valószínűségek az ún. átmeneti valószínűség mátrixba ($\underline{\underline{P}}(\Delta t)$) rendezhetők (N a definiált üzemállapotok száma), ahol:

$$\underline{\underline{P}}(\Delta t) = \begin{bmatrix} p_{11}(\Delta t) & p_{12}(\Delta t) & \cdots & p_{1N}(\Delta t) \\ p_{21}(\Delta t) & p_{22}(\Delta t) & \cdots & p_{2N}(\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{N1}(\Delta t) & p_{N2}(\Delta t) & \cdots & p_{NN}(\Delta t) \end{bmatrix} = [p_{ij}(\Delta t)]. \quad (5.1-2)$$

Az átmeneti valószínűségeket megadó $\underline{\underline{P}}(\Delta t)$ mátrix (5.1-2) egy négyzetes mátrix, amelynek elemei nemnegatív számok, s amely mátrix minden sorának az összege egyet tesz ki. Az ilyen tulajdonságokkal bíró mátrixokat sztochasztikus mátrixoknak nevezik. Elegendően kicsiny $h = \Delta t$ időintervallumok esetében a homogén Markov-folyamatokra nézve vonatkozóan fennállnak a

$$P[X(t+\Delta t) = j | X(t) = i] = p_{ij}(\Delta t) \approx q_{ij}\Delta t, \quad (5.1-3)$$

és

$$P[X(t+\Delta t) = i | X(t) = i] = p_{ii}(\Delta t) \approx 1 - q_i\Delta t. \quad (5.1-4)$$

összefüggések. A (5.1-4) összefüggésben a $p_{ii}(\Delta t)$ annak a valószínűsége, hogy a folyamat során nem következik be állapotváltozás a Δt időintervallumban, azaz a folyamat i állapotban marad a Δt időintervallum végén, feltéve, hogy a kezdetén is i állapotban volt. Az (5.1-3) és (5.1-4) összefüggésekben szereplő q_{ij} és q_i mennyiségeket átmeneti intenzitásnak nevezik. Az átmeneti intenzitás értékek az időegységre eső állapotátmenetek valószínűségét adják meg az

$$q_{ij} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_{ij}(\Delta t)}{\Delta t}, \quad i \neq j, \quad (5.1-5)$$

és

$$q_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1 - p_{ii}(\Delta t)}{\Delta t}. \quad (5.1-6)$$

összefüggésekben. Homogén Markov-folyamatok esetében értelemszerűen az átmeneti intenzitások értéke állandó, nem függ az időtől. Az átmeneti intenzitások $\underline{\underline{A}}$ mátrixa a következő módon definiált:

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} -q_1 & q_{12} & \cdots & q_{1N} \\ q_{21} & -q_2 & \cdots & q_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ q_{N1} & q_{N2} & \cdots & -q_N \end{bmatrix}. \quad (5.1-7)$$

Ennek a mátrixnak a sajátossága, hogy minden sorának összege zérust ad ki. Az átmeneti valószínűségeket megadó $\underline{\underline{P}}(\Delta t)$ sztochasztikus mátrix és az átmeneti intenzitásokat megadó $\underline{\underline{A}}$ mátrix között az alábbi összefüggés áll fenn ([26], p.312-316.), ([25], 318]):

$$\underline{\underline{A}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\underline{\underline{P}}(\Delta t) - I}{\Delta t}. \quad (5.1-8)$$

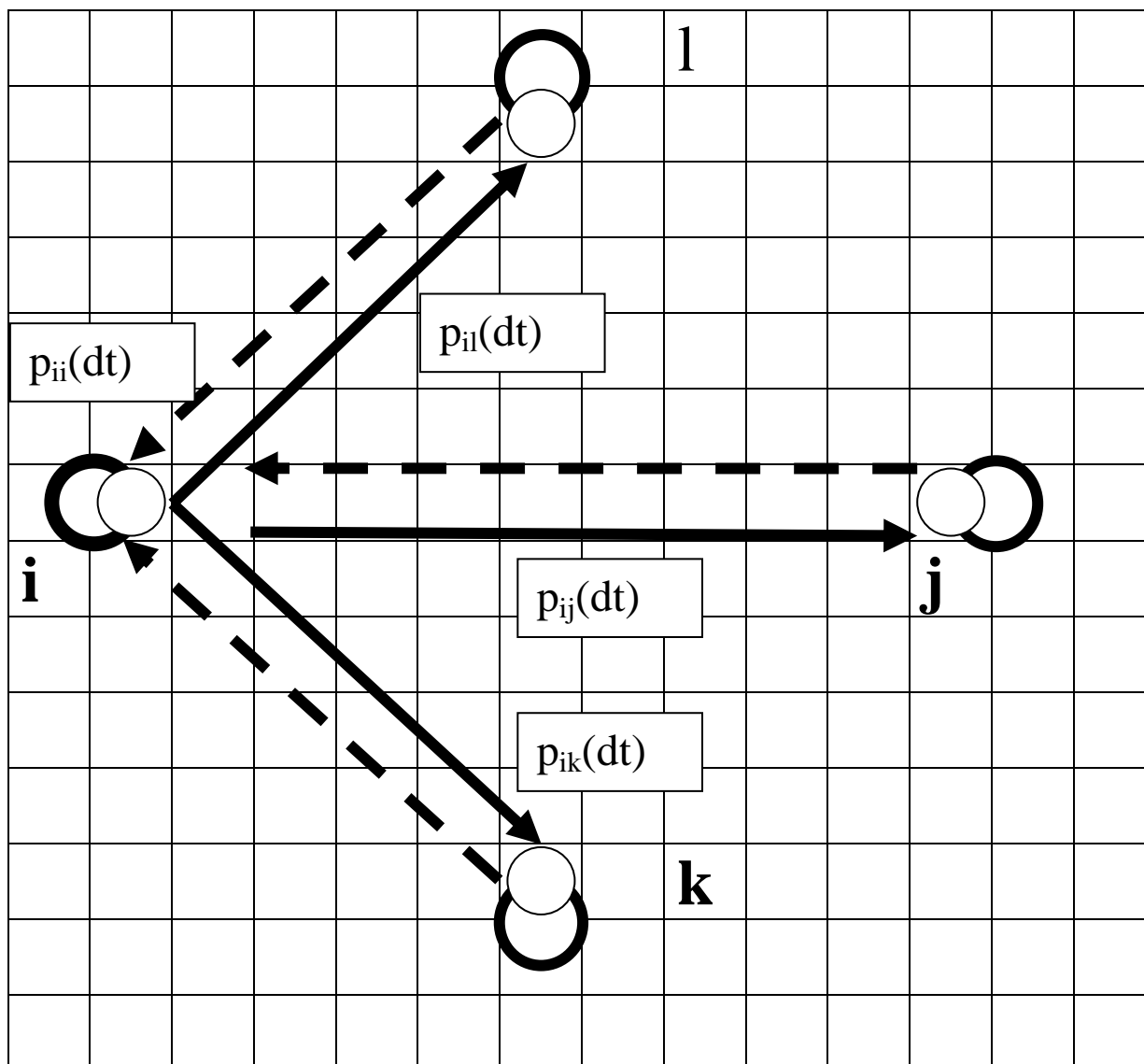
Itt

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.1-9)$$

Az (5.1-8) összefüggés az (5.1-5) és a (5.1-6) összefüggésekből adódik. Feltételezve, hogy valamely erőműegység egy adott időpillanatban az i állapotban van, a következő Δt időintervallumban vagy a j állapotba kerül, vagy marad az i állapotban, azaz nem következik be állapotváltozás. Ebből következően

$$p_{ii}(\Delta t) + \sum_{i \neq j} p_{ij}(\Delta t) = 1. \quad (5.1-10)$$

Ezt szemlélteti az 5.1-1. ábra. Az előzőekben foglaltak felhasználásával adódik az



5.1-1. ábra

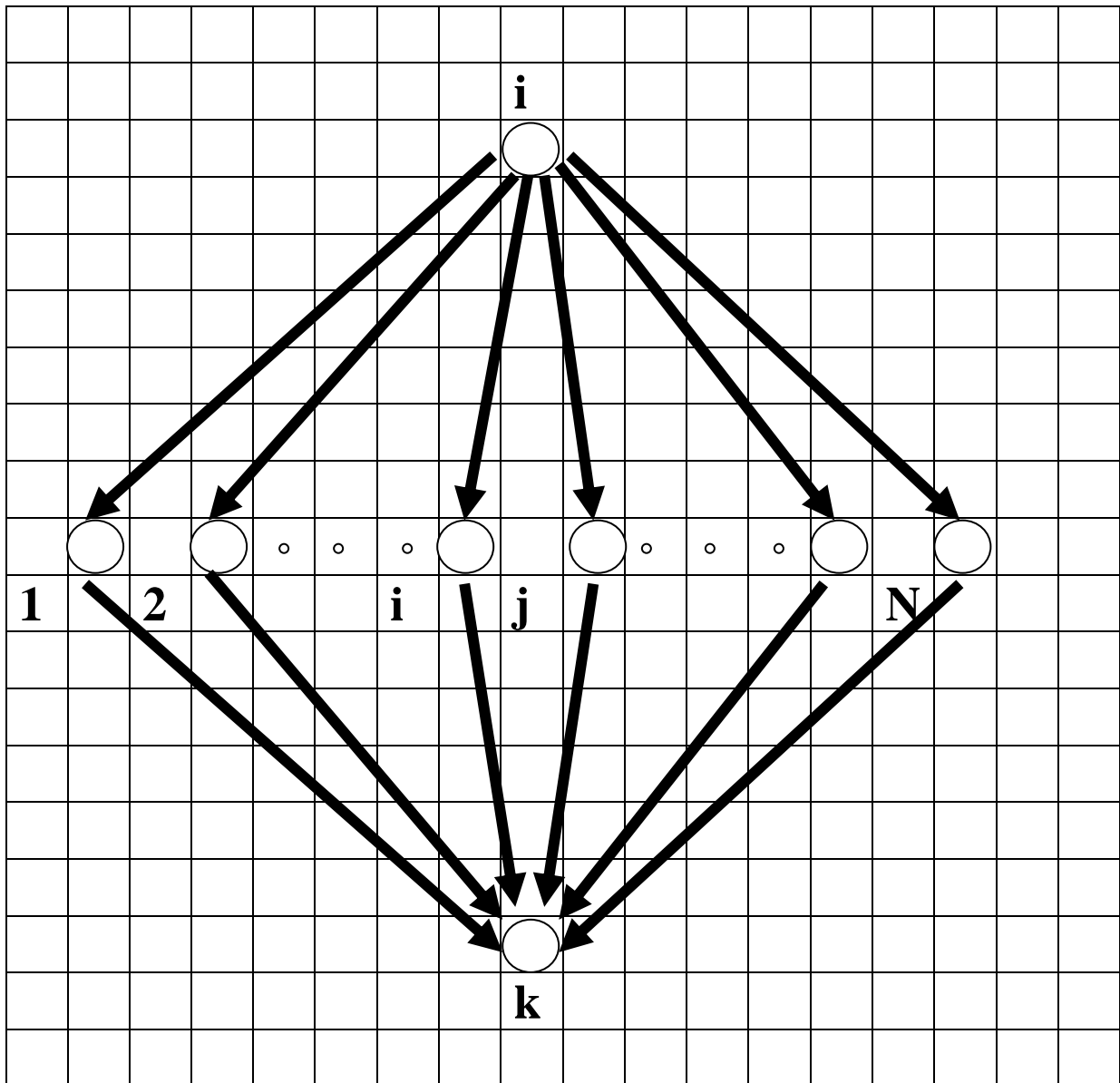
Lehetséges üzemállapot-átmenetek az i -üzemállapotból kiindulva, abban az esetben, ha az állapotteret az i, j, k és l üzemállapotok definiálják

Az egymást követő h_1 és h_2 időintervallumokra vonatkozó átmeneti valószínűség az egyes időintervallumokra vonatkozó átmeneti valószínűségek kombinációjaként határozható meg, ha

$$h = h_1 + h_2. \quad (5.1-12)$$

Az eredő h időintervallumra vonatkozó átmeneti valószínűség (5.1-2. ábra)

$$p_{ij}(h) = \sum_k p_{ik}(h_1) p_{kj}(h_2). \quad (5.1-13)$$



5.1-2. ábra
Az átmeneti valószínűség alakulása egymást követő időintervallumokban

A fenti egyenletet *Chapman-Kolmogorov* egyenletnek nevezik. Az $X(t)$ valószínűségi változó feltétel nélküli valószínűségi eloszlása az alábbi módon határozható meg, feltéve, hogy $X(t) = i$ és $P[X(t) = i] = p_i(t)$:

$$p_i(t + \Delta t) = p_i(t)p_{ii}(\Delta t) + \sum_{j \neq i} p_j(t)p_{ji}(\Delta t). \quad (5.1-14)$$

Mátrixegyenlet formában a fenti (5.1-14) összefüggés a

$$\underline{p}(t + \Delta t) = \underline{p}(t)\underline{P}(\Delta t), \quad (5.1-15)$$

alakú, ahol

$$\underline{p}(t + \Delta t) = [p_i(t + \Delta t)], \quad (5.1-16)$$

és

$$\underline{p}(t) = [p_i(t)]. \quad (5.1-17)$$

Az (5.1-16) és (5-17) szerinti vektorok sorvektorok. Megfelelő helyettesítésekkel, az (5.1-6) és (5.1-7) összefüggések felhasználásával írható, hogy

$$p_i(t + \Delta t) \approx p_i(t)(1 - q_i \Delta t) + \sum_{j \neq i} p_j(t) q_{ji} \Delta t. \quad (5.1-18)$$

Az (5.1-18) összefüggésből a

$$\frac{p_i(t + \Delta t) - p_i(t)}{\Delta t} \approx -p_i(t) q_i + \sum_{j \neq i} p_j(t) q_{ji}. \quad (5.1-19)$$

Képezve a $\Delta t \rightarrow 0$ határátmenetet, a

$$\dot{p}_i(t) = -p_i(t) q_i + \sum_{j \neq i} p_j(t) q_{ji} \quad (5.1-20)$$

differenciálegyenlet adódik. Itt $\dot{p}_i(t)$ a $p_i(t)$ idő szerinti deriváltja $\left(\frac{dp_i(t)}{dt}\right)$. Mindez mátrixegyenlet formájában:

$$\underline{\dot{p}}(t) = -\underline{p}(t) \underline{A}, \quad (5.1-21)$$

ahol

$$\underline{\dot{p}}(t) = [\dot{p}_i(t)]. \quad (5.1-22)$$

Az (5.1-21) szerint mátrix differenciálegyenlet megoldása:

$$\underline{p}(t) = \underline{p}(0) e^{\underline{A}t}. \quad (5.1-23)$$

Itt a $\underline{p}(0)$ egy sorvektor, amely tartalmazza a kezdeti feltételeket, míg

$$e^{\underline{A}t} = \underline{I} + \underline{A}t + \underline{A}^2 \frac{t^2}{2!} + \dots \quad (5.1-24)$$

A gyakorlatban előforduló konkrét feladatok többsége esetében a hosszú távú valószínűségek az érdekesek. Azaz keresett $p_i(t)$ értéke $t \rightarrow \infty$ esetén. Kérdés tehát az, hogy ebben az esetben mi lesz a valószínűségi eloszlás. Feltételezve, hogy létezik ilyen valószínűség $p_i(t)$ változásának egyre kisebbnek kell lennie növekvő t esetén. Ennek következtében a (5.1-21) szerinti mátrix differenciálegyenlet a következő alakra egyszerűsödik:

$$\underline{0} = \underline{pA}, \quad (5.1-25)$$

Ebben az esetben a \underline{p} sorvektor az egyes definiált üzemiállapotokban való tartózkodás valószínűségét adja meg $t \rightarrow \infty$ esetén. Fennáll továbbá az

$$\sum_{i=1}^{i=N} p_i = 1, \quad (5.1-26)$$

egyenlet szerinti összefüggés. Az így adódó (5.1-25) és (5.1-26) szerinti egyenletrendszer megoldásai szolgáltatják az egyes üzemiállapotokban tartózkodás hosszú távú valószínűségeit, vagyis az egyes üzemiállapotokban való tartózkodás hosszú üzemidő után beálló valószínűségi eloszlását.

5.2. Kétállapotú Markov-folyamatok

Erőműegységek megbízhatósági leírásakor a legegyszerűbb esetet az jelenti, amikor az állapottér mindössze két lehetséges definiált üzemiállapotot foglal magában, nevezetesen az üzemképes üzemiállapotot és az üzemképtelen üzemiállapotot ([26], p.312-315). Az X állapotváltozónak tehát két lehetséges értéke van, amely értékek időben váltogatják egymást: $X = 0$ esetben az adott erőműegység üzemképes üzemiállapotban van, míg az $X = 1$ esetben az adott erőműegység üzemképtelen (meghibásodott). Egy adott időpillanatban véletlenszerűen bekövetkező meghibásodást követően az adott erőműegység véletlenszerűen változó hosszúságú ideig üzemképtelen. Ezalatt az idő alatt történik az erőműegység javítása, majd a javítási folyamat végén az erőműegység ismét üzemképes állapotba kerül. Az ilyen módon leírt üzemiállapotban tehát az üzemképes és az üzemképtelen állapotok időtartamai véletlenszerűen változó időtartamok. Feltételezve, hogy mind az üzemképes, mind az üzemképtelen üzemiállapotokban töltött időtartamok exponenciális eloszlásúak, azaz a T_0 üzemi időtartamok és a T_1 üzemképtelen (meghibásodási) időtartamok exponenciális eloszlásúak, a folyamatot leíró valószínűség-eloszlási függvények a következő alakúak:

$$F_{T_0} = 1 - e^{-\lambda t}, \quad (5.2-1)$$

és

$$F_{T_1} = 1 - e^{-\mu t}. \quad (5.2-2)$$

Ezekben az összefüggésekben az

$$E(T_0) = \frac{1}{\lambda} \quad (5.2-3)$$

érték az üzemképes időtartamok várható értéke (közepes értéke), míg a

$$E(T_1) = \frac{1}{\mu} \quad (5.2-4)$$

a meghibásodási időtartamok középértéke (várható értéke). Értelmszerűen annak a valószínűsége, hogy az adott erőműegység a $t + \Delta t$ példaképpen az $X = 1$ üzemállapotban van, függ attól, hogy ugyanez az erőműegység milyen üzemállapotban volt a t időpillanatban, de nem függ attól (közvetlenül), hogy korábbi időpillanatokban milyen üzemállapotban volt. Ez azt jelenti, hogy ezt a véletlen folyamatot Markov-folyamatnak lehet tekinteni.

Az egyes definiált üzemállapotok közötti üzemállapot-átmenetek valószínűségei a következőképpen határozhatók meg:

$$P[X(t + \Delta t) = 1 | X(t) = 0] = p_{01}(\Delta t) \approx \lambda \Delta t, \quad (5.2-5)$$

és

$$P[X(t + \Delta t) = 0 | X(t) = 1] = p_{10}(\Delta t) \approx \mu \Delta t. \quad (5.2-6)$$

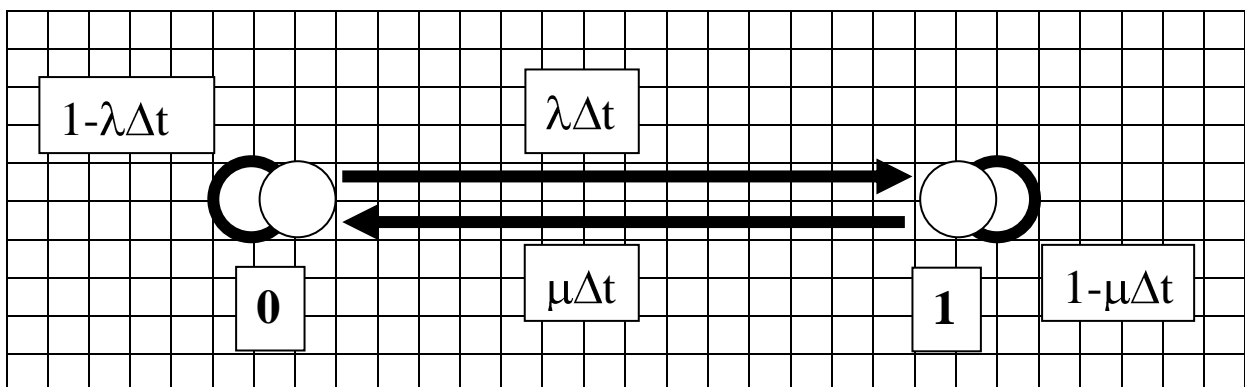
Számítható annak a valószínűsége is, hogy nem következik be állapotváltozás valamely elemi Δt időintervallumban. Ekkor a fenti összefüggések a következő alakot nyerik:

$$P[X(t + \Delta t) = 0 | X(t) = 0] = p_{00}(\Delta t) \approx 1 - \lambda \Delta t, \quad (5.2-7)$$

és

$$P[X(t + \Delta t) = 1 | X(t) = 1] = p_{11}(\Delta t) \approx 1 - \mu \Delta t. \quad (5.2-8)$$

Az összefüggéseket magyarázza az 5.2-1. ábra.



5.2-1. ábra
Kétállapotú Markov-modell

Ezeket az értékeket az (5.1-5) és az (5.1-6) összefüggésekbe helyettesítve a következők adódnak:

$$\begin{aligned}
q_{01} &= \lambda, \\
q_{10} &= \mu, \\
q_0 &= \lambda, \\
q_1 &= \mu.
\end{aligned}
\tag{5.2-9}$$

A fenti átmeneti intenzitások mind állandó értékűek, azaz időfüggetlenek, következésképpen a Markov-folyamat homogén Markov-folyamat.

A feladat a $p_0(t)$ és a $p_1(t)$ valószínűségek meghatározása. Az átmeneti valószínűségeket megadó sztochasztikus mátrix a következőképpen néz ki:

$$\underline{P}(\Delta t) = \begin{bmatrix} 1 - \lambda \Delta t & \lambda \Delta t \\ \mu \Delta t & 1 - \mu \Delta t \end{bmatrix}.
\tag{5.2-10}$$

Az (5.1-8) összefüggés alapján az átmeneti intenzitásokat megadó \underline{A} mátrix az

$$\underline{A}(\Delta t) = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{bmatrix}.
\tag{5.2-11}$$

alakot nyeri. Az adódó differenciálegyenletek a következők:

$$\dot{p}_0(t) = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t),
\tag{5.2-12}$$

és

$$\dot{p}_1(t) = \lambda p_0(t) - \mu p_1(t),
\tag{5.2-13}$$

A megoldást az (5.1-23) egyenlet megoldása adja. Első lépésként Az (5.1-24) összefüggés felhasználásával az $e^{\underline{A}t}$ érték meghatározása a feladat.

$$\underline{A}^2 = \begin{bmatrix} \lambda^2 + \mu\lambda & -\lambda^2 - \mu\lambda \\ -\mu\lambda - \mu^2 & \mu\lambda + \mu^2 \end{bmatrix} = -(\lambda + \mu)\underline{A},
\tag{5.2-14}$$

és általánosságban

$$\underline{A}^n = (-1)^{n-1} (\lambda + \mu)^{n-1} \underline{A},
\tag{5.2-15}$$

Behelyettesítve az (5.1-24) összefüggésbe a

$$\begin{aligned}
e^{\underline{A}t} &= I + \sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^{n-1} (\lambda + \mu)^{n-1} \underline{A} \frac{t^n}{n!} = \\
&= I + \frac{1}{\lambda + \mu} \left[- \sum_{n=1}^{n=\infty} \left[\frac{\{-(\lambda + \mu)t\}^n}{n!} \right] \right] \underline{A} = I + \frac{1}{\lambda + \mu} (1 - e^{-(\lambda + \mu)t}) \underline{A}.
\end{aligned} \tag{5.2-16}$$

adódik. Kiinduló állapotként feltételezett, hogy az adott erőműegység a $t = 0$ időpontban működőképes, azaz $\underline{p}(0) = [1, 0]$. A (5.2-16) összefüggést a (5.1-23) összefüggésbe helyettesítve és figyelembe véve, hogy

$$\underline{p}(0) \underline{I} = [1, 0], \tag{5.2-17}$$

valamint

$$\underline{p}(0) \underline{A} = [-\lambda, \lambda], \tag{5.2-18}$$

az alábbi összefüggés adódik:

$$[p_0(t), p_1(t)] = [1, 0] + \frac{1}{\lambda + \mu} (1 - e^{-(\lambda + \mu)t}) [-\lambda, \lambda], \tag{5.2-19}$$

A fenti (5.2-19) összefüggés átrendezésével a

$$p_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}, \tag{5.2-20}$$

valamint a

$$p_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}. \tag{5.2-21}$$

összefüggés nyerhető. A $t \rightarrow \infty$ esetén, vagyis hosszú időtávot figyelembe véve a fenti összefüggések lényegesen egyszerűbb formát nyernek:

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}, \tag{5.2-22}$$

és

$$p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}. \tag{5.2-23}$$

A hosszú távú valószínűségek lényeges tulajdonsága, hogy azok függetlenek a kezdeti eloszlástól. Az

$$M_0 = \frac{1}{\lambda}. \quad (5.2-24)$$

és

$$M_1 = \frac{1}{\mu}. \quad (5.2-25)$$

összefüggésekben

M_0 a közepes működési idő [h],

M_1 a közepes javítási idő [h],

és

$$M_c = M_0 + M_1 = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu}. \quad (5.2-26)$$

Itt

M_c a közepes ciklusidő [h].

Az (5.2-24), (5.2-25) és (5.2-26) összefüggések felhasználásával írható, hogy

$$p_0 = \frac{M_0}{M_0 + M_1}, \quad (5.2-27)$$

és

$$p_1 = \frac{M_1}{M_0 + M_1}. \quad (5.2-28)$$

Abban az esetben, ha csak a hosszú távú valószínűségek meghatározása a cél, úgy azok az (5.2-12) és (5.2-13) összefüggések figyelmen kívül hagyásával közvetlenül számíthatók az (5.1-25) és (5.1-26) egyenletekből. Ebben az esetben a következő egyenletrendszer adódik:

$$\begin{cases} 0 = -\lambda p_0 + \mu p_1, \\ 0 = \lambda p_0 - \mu p_1. \end{cases} \quad (5.2-29)$$

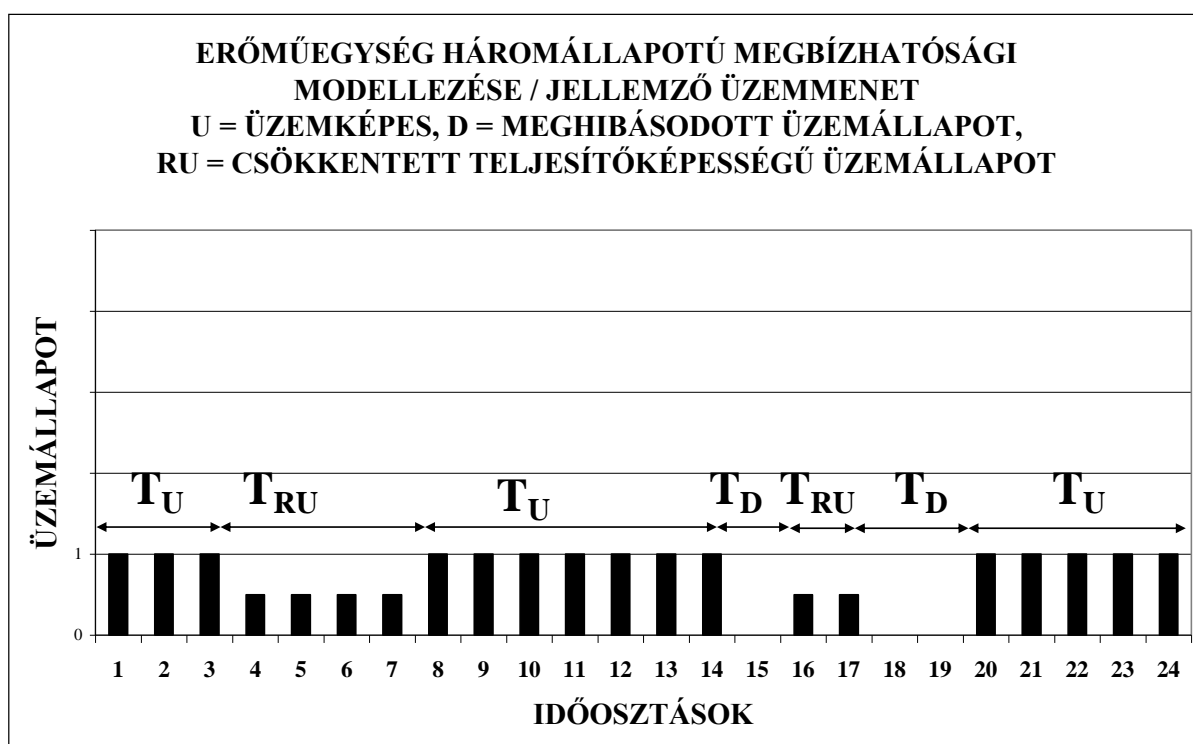
Fennáll továbbá értelemszerűen a $p_0 + p_1 = 1$ összefüggés is. ezt is felhasználva adódik az (5.2-23) és (5.2-24) szerinti megoldás.

5.3 Erőműegységek egyszerűsített háromállapotú megbízhatósági leírása

Erőműegységek háromállapotú megbízhatósági modellezésekor ([26], p.272-274.) példaképpen az alábbi üzemállapotok definiálhatók:

1. Üzemképes üzemállapot: U [-];
2. Csökkentett teljesítőképességű üzemállapot: RU [-];
3. Üzemképtelen (meghibásodott) üzemállapot: D [-].

Az egyes üzemállapotok értelmezése nem szorul külön magyarázatra. Értelemszerűen definiálni kell, hogy mi értett „csökkentett teljesítőképességű üzemállapoton”, rendelkezésre álláson. A 5.3-1. ábra az erőműegység üzemmenetét mutatja háromállapotú megbízhatósági modellezés esetén, míg a 5.3-2. ábra mutatja az erőműegységek háromállapotú megbízhatósági leírásának alapjául szolgáló állapotábrát.



5.3-1 ábra
Erőműegységek üzemmenete háromállapotú megbízhatósági modellezés esetén

Erőműegységek háromállapotú megbízhatósági modellezése esetében a lehetséges három üzemállapot közötti véletlenszerű átmeneteket, azok gyakoriságát a megfelelő megbízhatósági jellemzők fejezik ki. Az 5.3-2. ábra szerinti jelölések alapján az egyes üzemállapotok közötti átmenetek gyakoriságát megadó megbízhatósági jellemzők az alábbiak szerint értelmezhetők.

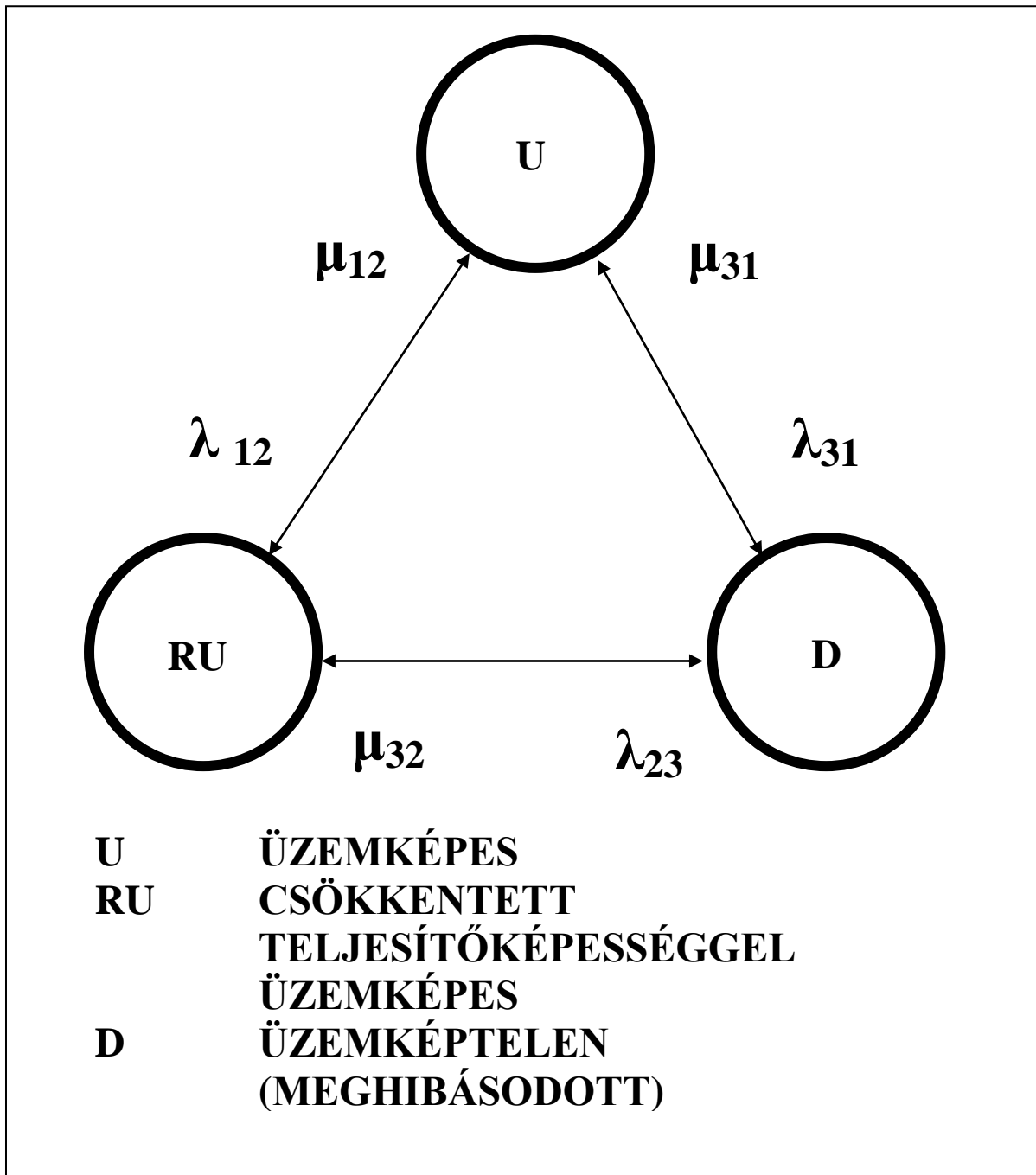
λ_{12} Az $U \rightarrow RU$ üzemállapotok közötti átmeneti ráta [h^{-1}]. Az $U \rightarrow RU$ üzemállapot átmenet az adott erőműegység teljes teljesítőképességű üzemállapotából a csökkentett teljesítőképességű üzemállapotba való átmenetet jelenti.

λ_{23} Az $RU \rightarrow D$ üzemállapotok közötti átmeneti ráta [h^{-1}]. Az $RU \rightarrow D$ üzemállapotok közötti átmenet a csökkentett teljesítőképességű üzemállapotban

bekövetkező meghibásodásokat, vagyis a csökkentett teljesítőképességű üzemállapotban bekövetkező teljes teljesítőképesség-vesztést fejezi ki.

λ_{13}

Az $U \rightarrow D$ üzemállapotok közötti átmeneti ráta [h^{-1}]. Az $U \rightarrow D$ üzemállapotok közötti átmenet a teljes teljesítőképességű üzemállapotban bekövetkező teljes teljesítőképesség-vesztést fejezi ki.



5.3-2. ábra
 Erőműegységek megbízhatósági leírására javasolt háromállapotú modell

- μ_{21} Az $RU \rightarrow U$ üzemállapotok közötti átmeneti ráta [h^{-1}]. Az $RU \rightarrow U$ üzemállapotok közötti átmenet a csökkentett teljesítőképességű üzemállapotból a teljes teljesítőképességű üzemállapotba való átmenetet jelenti.
- μ_{32} A $D \rightarrow RU$ üzemállapotok közötti átmeneti ráta [h^{-1}]. Ez az üzemállapot átmenet csak a kogenerációs erőműegységek esetében értelmezett üzemállapot-változás, amely a meghibásodást helyreállító javítást követően a csökkentett teljesítőképességű üzemállapotba való visszatérésnek felel meg. Erőműegységek konvencionális háromállapotú megbízhatósági leírása esetében ez az üzemállapot-átmenet nem értelmezett, hiszen a valós műszaki gyakorlatban értelmetlenség annak feltételezése, hogy a meghibásodott erőműegység teljesítőképességét csak részlegesen állítják helyre. Kogenerációs erőműegységek megbízhatósági modellezése esetében azonban ez az üzemállapot-váltás értelmezett, hiszen ebben az esetben arról van szó, hogy a meghibásodott erőműegység megjavítását követően az aktuális hőigények miatt csak csökkentett teljesítőképességgel üzemel.
- μ_{31} A $D \rightarrow U$ üzemállapotok közötti átmeneti ráta [h^{-1}]. A $D \rightarrow U$ üzemállapot-átmenet esetében a meghibásodott erőműegység teljesítőképességének maradéktalan helyreállításáról, majd az adott erőműegység teljes teljesítőképességgel történő üzembevételéről van szó.

Az elmondottakat foglalja össze az 5.3-1. és 5.3-2. táblázat.

5.3-1. táblázat
Kogenerációs erőműegységek esetében értelmezett üzemállapot-átmenetek

Az átmenetet jellemző ráta	Üzemállapot-átmenet	Kezdő üzemállapot	Vég üzemállapot
λ_{12}	$U \rightarrow RU$	U	RU
λ_{23}	$RU \rightarrow D$	RU	D
λ_{13}	$U \rightarrow D$	U	D
μ_{21}	$RU \rightarrow U$	RU	U
μ_{32}	$D \rightarrow RU$	D	RU
μ_{31}	$D \rightarrow U$	D	U

Erőműegységek háromállapotú megbízhatósági modellezése esetében definiálható az üzemképes üzemállapothoz tartozó készenléti tényező 3K_U [-], a csökkentett teljesítőképességű üzemállapothoz tartozó készenléti tényező ${}^3K_{RU}$ [-], valamint a meghibásodási tényező ${}^3\overline{K}$ [-]. Az erőműegység alapvető megbízhatósági jellemzőinek ismeretében, az ábra szerinti jelölésekkel a készenléti tényező 3K_U [-] az alábbiak szerint számolható:

5.3-2. táblázat

Erőműegységek tradicionális háromállapotú megbízhatósági modellezése esetében értelmezett üzemállapot-átmenetek

Az átmenetet jellemző ráta	Üzemállapot-átmenet	Kezdő üzemállapot	Vég üzemállapot
λ_{12}	$U \rightarrow RU$	U	RU
λ_{23}	$RU \rightarrow D$	RU	D
λ_{13}	$U \rightarrow D$	U	D
μ_{21}	$RU \rightarrow U$	RU	U
μ_{32}	$D \rightarrow RU$	nem értelmezett	
μ_{31}	$D \rightarrow U$	D	U

$${}^3K_U = \frac{\mu_{31}\mu_{21} + \mu_{31}\lambda_{23} + \mu_{32}\mu_{21}}{\mu_{31}\mu_{21} + \mu_{31}\lambda_{23} + \mu_{32}\mu_{21} + \lambda_{13}\mu_{32} + \lambda_{12}\mu_{32} + \lambda_{12}\mu_{31} + \lambda_{12}\mu_{23} + \lambda_{13}\mu_{21} + \lambda_{13}\mu_{23}} \quad (5.3-1)$$

A konkrét számításokat megkönnyítendő a nevezőben szereplő többtagú összeget három részre bontják, s definiálják az α , β és γ mennyiségeket az alábbiak szerint.

$$\alpha = \mu_{31}\mu_{21} + \mu_{31}\lambda_{23} + \mu_{32}\mu_{21}, \quad (5.3-2)$$

$$\beta = \lambda_{12}\mu_{32} + \lambda_{12}\mu_{32} + \lambda_{12}\mu_{31}, \quad (5.3-3)$$

$$\gamma = \lambda_{12}\lambda_{23} + \lambda_{13}\lambda_{21} + \lambda_{13}\lambda_{23}. \quad (5.3-4)$$

Ennek felhasználásával

$${}^3K_U = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma}. \quad (5.3-5)$$

A csökkentett teljesítőképességgel való rendelkezésre állás készenléti tényezője, most már az egyszerűsített alakban:

$${}^3K_{RU} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma}. \quad (5.3-6)$$

Végül az erőműegységek meghibásodási tényezője (U [-]) az alábbiak szerint számolható:

$${}^3\bar{K} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma}. \quad (5.3-7)$$

6. Erőműegységek véletlen üzemmenetének leírása diszkrét időparaméterű diszkrét állapotterű Markov-láncként

6.1. Általános eset

Markov-lánckoknak nevezik a diszkrét időparaméterű és a diszkrét állapotterű Markov-tulajdonsággal bíró sztochasztikus folyamatokat. Az említett Markov-tulajdonságot az alábbi összefüggés definiálja:

$$P[X_n = x_n | (X_1 = x_1) \cap (X_2 = x_2) \cap \dots \cap (X_{n-1} = x_{n-1})] = P[X_n = x_n | (X_{n-1} = x_{n-1})] \quad (6.1-1)$$

A diszkrét állapotterű Markov-lánckok esetében az állapotter véges számú lehetséges (vagy megszámlálhatóan végtelen számosságú) állapotot foglal magában. Ezeket a továbbiakban i, j, k, \dots szimbólumok jelölik. A t időparaméter is diszkrét értékeket, nevezetesen a $0, 1, 2, \dots$ értékeket veheti fel. Homogén Markov-lánckokról van szó azokban az esetekben, amikor

$$P[X_n = j | (X_{n-1} = i)] = p_{ij} = \text{const} \quad (6.1-2)$$

A p_{ij} mennyiségeket egy lépéses átmenet-valószínűségeknek nevezik. Ezek az átmenet-valószínűségek definiálják az átmeneti valószínűségeket megadó mátrixot az alábbiak szerint:

$$\underline{\underline{P}}^{(1)} = [p_{ij}^{(1)}] = \begin{bmatrix} p_{11}^{(1)} & p_{12}^{(1)} & \dots & p_{1N}^{(1)} \\ p_{21}^{(1)} & p_{22}^{(1)} & \dots & p_{2N}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ p_{N1}^{(1)} & p_{N2}^{(1)} & \dots & p_{NN}^{(1)} \end{bmatrix} \quad (6.1-3)$$

Az átmeneti valószínűségeket megadó $\underline{\underline{P}}^{(1)}$ mátrix minden egyes elemére vonatkozóan igaz, hogy $p_{ij} \geq 0$, és az egyes sorokban levő elemek összege egyet tesz ki: $\sum_j p_{ij} = 1$. Analóg módon definiálhatók az ún. m -lépéses átmeneti valószínűségek:

$$P[X_{n+m} = j | (X_n = i)] = p_{ij}^{(m)} = \text{const} \quad (6.1-4)$$

Az m -lépéses átmeneti valószínűségeket megadó mátrix ebben az esetben:

$$\underline{\underline{P}}^{(m)} = [p_{ij}^{(m)}] = \begin{bmatrix} p_{11}^{(m)} & p_{12}^{(m)} & \dots & p_{1N}^{(m)} \\ p_{21}^{(m)} & p_{22}^{(m)} & \dots & p_{2N}^{(m)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ p_{N1}^{(m)} & p_{N2}^{(m)} & \dots & p_{NN}^{(m)} \end{bmatrix} \quad (6.1-5)$$

A Chapman-Kolmogorov egyenlet alapján:

$$(6.1-6)$$

$$P_{ij}^{(m)} = \sum_k P_{ik}^u P_{kj}^v,$$

ahol $u + v = k$. A (6.1-5) szerinti m -lépéses átmeneti valószínűségeket megadó mátrix elemeire vonatkozóan igaz, hogy

$$P_{ij}^{(m)} = \sum_k P_{ik}^{(1)} P_{kj}^{(m-1)}, \quad (6.1-7)$$

Következésképpen

$$\underline{\underline{P}}^{(m)} = \underline{\underline{P}}^{(1)} \underline{\underline{P}}^{(m-1)}, \quad (6.1-8)$$

Egyszerűen belátható, hogy

$$\underline{\underline{P}}^{(m)} = \underline{\underline{P}}^m, \quad (6.1-9)$$

azaz az m -lépéses átmeneti valószínűségeket megadó mátrix azonos az egylépéses átmeneti valószínűségeket megadó mátrix m -edik hatványával. Ennek alapján meghatározhatók az egyes definiált rendszerállapotok (üzemállapotok) abszolút valószínűségei is. Ez a $t = 0$ időpontbeli valószínűségeloszlástól, azaz az ún. kezdeti valószínűségeloszlástól, és t értékétől függ, azaz attól, hogy a kezdeti időpillanattól kezdve hány állapotváltozás történt. A

$$p_j(n) = \sum_i p_i(0) p_{ij}^{(n)}, \quad (6.1-10)$$

összefüggésben $p_j(n) = P[X_n = j]$ és $p_i(0) = P[X_0 = i]$. A fenti (6.1-10) összefüggés mátrix formában is írható, ekkor az alábbi alakot ölti (([25], p.324. és kk.), ([26], p.261-276.)):

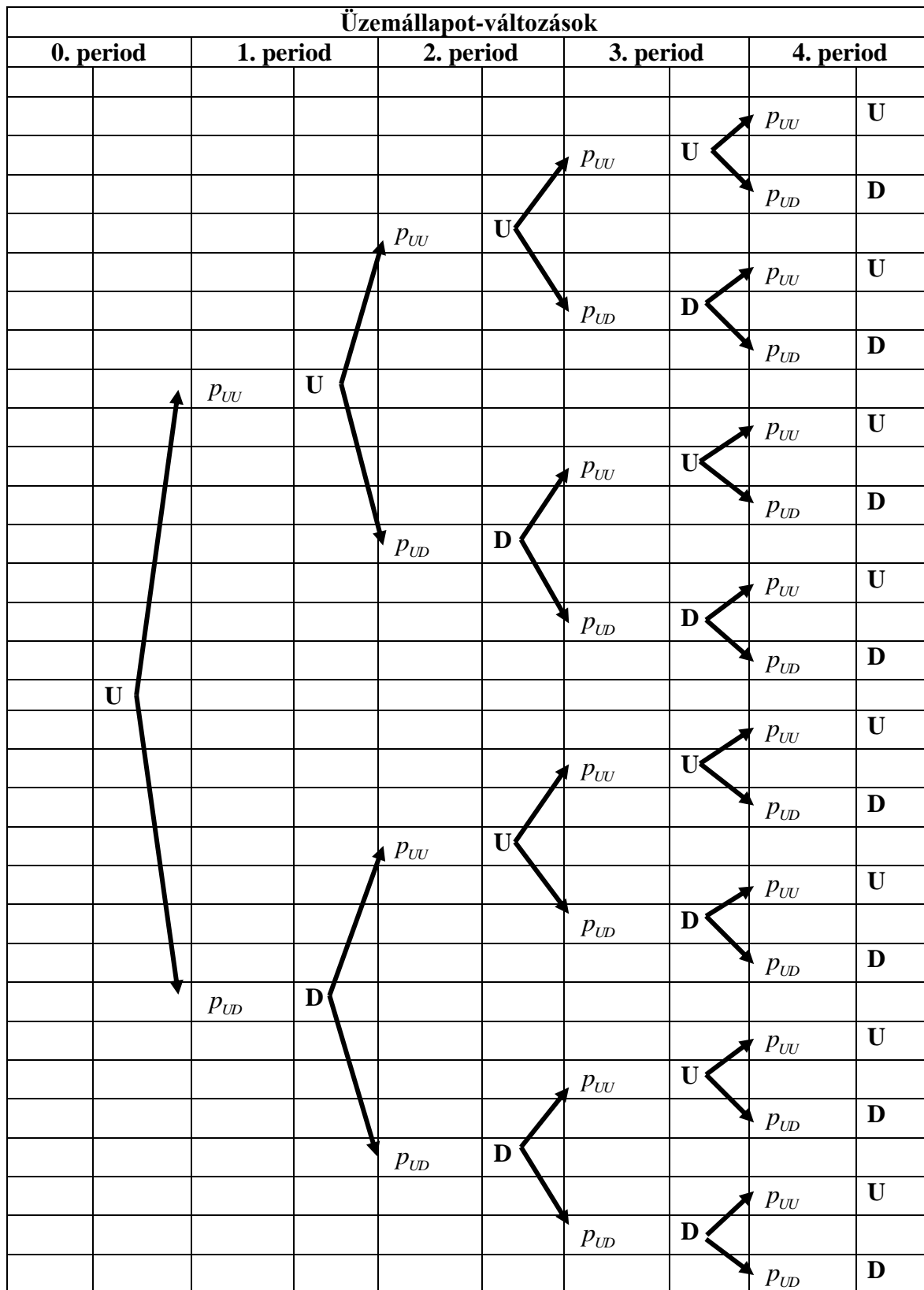
$$\underline{\underline{p}}(n) = \underline{\underline{p}}(0) \underline{\underline{P}}^{(n)} = \underline{\underline{p}}(0) \underline{\underline{P}}^n, \quad (6.1-11)$$

Számos esetben a hosszú távon beálló valószínűségeloszlás az érdekes, vagyis keresett a $p_j = \lim_{n \rightarrow \infty} p_j(n)$ érték. Véges állapottér (azaz véges számú lehetséges rendszerállapot (üzemállapot)) esetében ez az érték létezik. Ezt az eloszlás stacionárius eloszlásnak nevezik. Számítása a

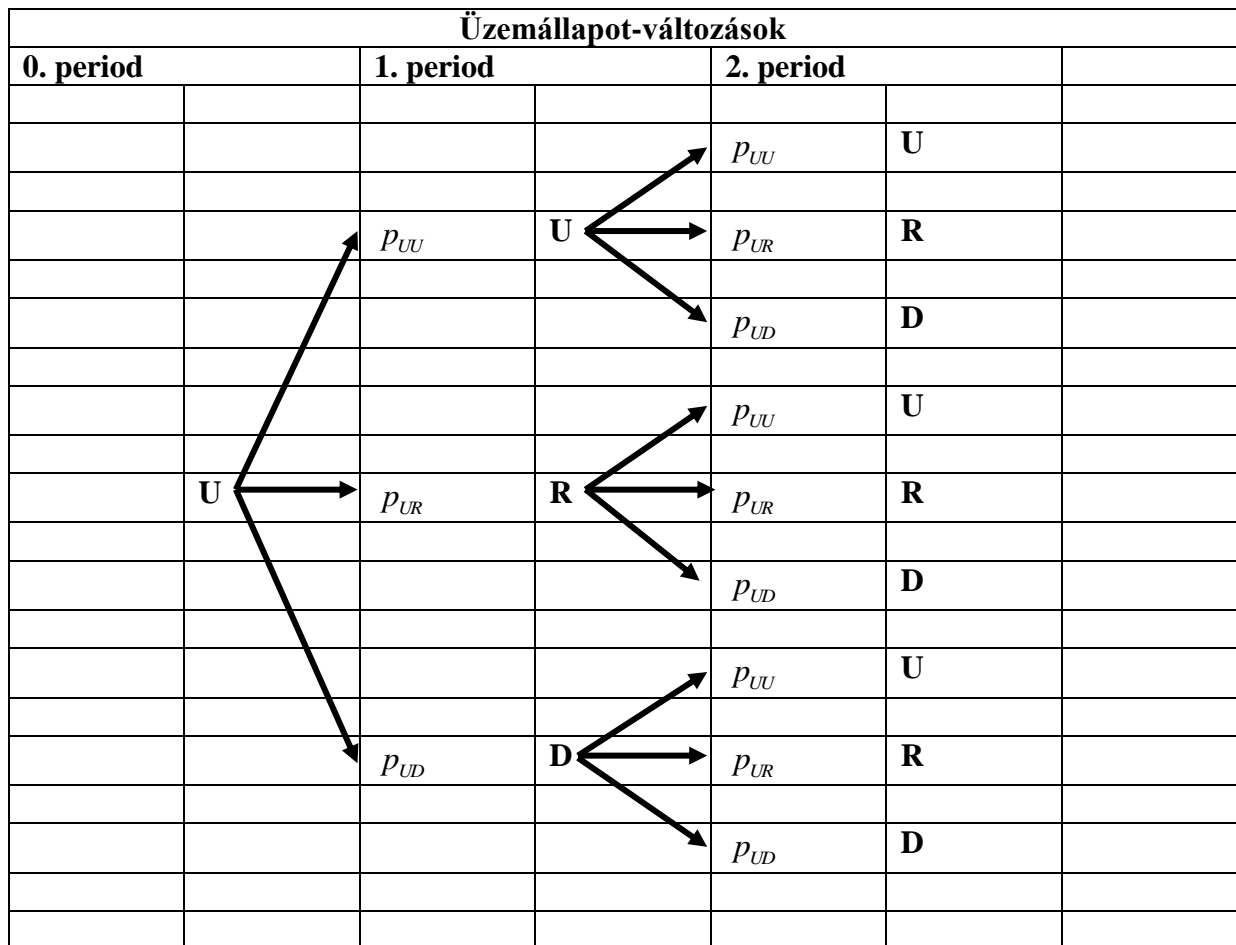
$$p_j \sum_i P_i p_{ij}, \quad (6.1-12)$$

összefüggés alapján lehetséges.

A 6.1-1. és 6.1-2. ábra a lehetséges üzemállapot-változások fa-digarmját mutatja az első négy, illetve három időosztásban elvételes kondenzációs és ellennyomású erőműegységek kétállapotú és háromállapotú megbízhatósági leírása esetében.



6.1-1. ábra
 Lehetséges állapotváltozások az első négy időintervallumban kétállapotú Markov-lánc esetében



6.1-2. ábra
Lehetséges állapotváltozások az első három időintervallumban, háromállapotú Markov-lánc esetében

6.2. Hosszú távú valószínűségeloszlás meghatározása kétállapotú Markov-lánccok esetében

Kétállapotú Markov-lánccok esetében az átmeneti valószínűségeket megadó mátrix

$P = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - p_{01} & p_{01} \\ p_{10} & 1 - p_{10} \end{bmatrix}$	(6.2-1)
---	---------

alakú. A mátrix sztochasztikus mátrix, következésképpen egyes elemei között fennáll a következő összefüggés: $p_{00} + p_{01} = 1$ és $p_{10} + p_{11} = 1$. Az n -lépéses átmeneti valószínűségeket megadó mátrix az alábbi módon számolható:

$$P^{(n)} = \frac{1}{p_{01} + p_{10}} \begin{bmatrix} p_{10} & p_{01} \\ p_{10} & p_{01} \end{bmatrix} + \frac{(1 - p_{01} - p_{10})^n}{p_{01} + p_{10}} \begin{bmatrix} p_{01} & -p_{01} \\ -p_{10} & 1 - p_{10} \end{bmatrix}. \quad (6.2-2)$$

Az n -lépés után beálló állapotvalószínűségek a következők:

$$p_0(n) = \frac{p_{10}}{p_{01} + p_{10}} + \frac{(1 - p_{01} - p_{10})^n}{p_{01} + p_{10}} \{ \alpha(p_{01} + p_{10}) - p_{10} \}. \quad (6.2-3)$$

és

$$p_1(n) = \frac{p_{01}}{p_{01} + p_{10}} + \frac{(1 - p_{01} - p_{10})^n}{p_{01} + p_{10}} \{ \alpha(p_{01} + p_{10}) - p_{10} \}. \quad (6.2-4)$$

A hosszú távú valószínűségeket megadó összefüggések:

$$p_0(n) = \frac{p_{10}}{p_{01} + p_{10}}. \quad (6.2-5)$$

és

$$p_1(n) = \frac{p_{01}}{p_{01} + p_{10}}. \quad (6.2-6)$$

6.3. Rövid távú valószínűségeloszlás meghatározása kétállapotú Markov-láncok esetében

Kétállapotú Markov-láncok esetében a rövid távú valószínűségeloszlás számítása során az alábbi egyszerűsítő feltételezéssel élnek:

$$\begin{aligned} p_{01} &\approx \lambda \Delta t, \\ p_{10} &\approx \mu \Delta t. \end{aligned} \quad (6.3-1)$$

Az egy lépéses átmeneti valószínűségeket megadó mátrix ebben az esetben az alábbi alakot nyeri:

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} 1 - \lambda \Delta t & \lambda \Delta t \\ \mu \Delta t & 1 - \mu \Delta t \end{bmatrix}. \quad (6.3-2)$$

A (6.1-5) összefüggés alapján az n -lépéses átmeneti valószínűségeket megadó összefüggés a következőképpen alakul:

$$\underline{P}^{(n)} = \frac{1}{\lambda + \mu} \begin{bmatrix} \mu & \lambda \\ \mu & \lambda \end{bmatrix} + \frac{(1 - (\lambda + \mu)\Delta t)^n}{\lambda + \mu} \begin{bmatrix} \lambda & -\lambda \\ -\mu & \mu \end{bmatrix}. \quad (6.3-3)$$

7. A lehetséges üzemállapotok hosszú távú valószínűségi eloszlásának sajátossága elvételes kondenzációs és ellennyomású erőműegységek esetében

7.1. Az ergodicitás bizonyítása

Az 5. és a 6. főfejezetben bemutatásra került az, miképpen írható le diszkrét állapotterű és folytonos időparaméterű Markov-folyamatokkal, illetve diszkrét állapotterű és diszkrét időparaméterű Markov-láncokkal az elvételes kondenzációs és az ellennyomású erőműegységek véletlen üzemenete. Itt megállapításra került, hogy a villamosenergia-termelés rendszerszintű megbízhatósági analízise szempontjából a hosszú távú valószínűség-eloszlások meghatározásának van jelentősége, tekintettel a vizsgálatok időhorizontjára. A kérdés az, hogy miképpen határozható meg a hosszú távú, vagyis az ún. stacioner valószínűségeloszlás ezen modellek esetében. A szóban forgó technológiájú erőműegységek ugyanis a stacioner eloszlásnak megfelelő eloszlásban tartózkodnak az egyes definiált üzemállapotokban – hosszabb időtávot tekintve. Ezen valószínűségeloszlással kapcsolatban két alapvető kérdés vetődik fel. Egyrészt az a kérdés, hogy bizonyítottan létezik-e a stacionárius eloszlás ezen esetekben, másrészt az a kérdés, hogy miképpen határozható az meg – lehetőség szerint egyszerű módon. Az első kérdés azzal a kérdéssel ekvivalens, hogy ergodik Markov-láncok-e az ellennyomású, illetve az elvételes kondenzációs erőműegységek sztochasztikus üzemenetét leíró Markov-láncok? Első lépésben az említett erőműegységek véletlen üzemenetét leíró Markov-láncok ergodicitásának bizonyítására kerül sor.

Elvételes kondenzációs és ellennyomású erőműegységek esetében, N definiált üzemállapotot feltételezve az állapotátmenetek valószínűségét megadó úgynevezett egylépéses átmenet-valószínűségek mátrixa a következő alakú:

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} p_{11}^{(1)} & p_{12}^{(1)} & \cdots & p_{1N}^{(1)} \\ p_{21}^{(1)} & p_{22}^{(1)} & \cdots & p_{2N}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{N1}^{(1)} & p_{N2}^{(1)} & \cdots & p_{NN}^{(1)} \end{bmatrix} \quad (7.1-1)$$

Lényegi meghatározottsága az állapotváltozásoknak, hogy minden egyes üzemállapotból pozitív valószínűséggel van átmenet bármely más üzemállapotba. Ez a mátrix értelemszerűen sztochasztikus mátrix, azaz

$$\sum_j p_{ij}^{(1)} = 1, \quad (7.1-2)$$

és ezen túlmenően minden eleme nagyobb nullánál (ez biztosítja, hogy bármely üzemállapotból el lehet jutni bármely más üzemállapotba), vagyis

$$p_{ij}^{(1)} > 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (7.1-3)$$

Amennyiben ugyanis e mátrix bármely eleme zérus értékű lenne, akkor az azt jelentené, hogy az adott üzemállapotból nem lehet eljutni valamely tetszőleges másik üzemállapotba. Az erőművek üzeme véletlen üzemállapot-változások sorozataként fogható fel, azaz, a rendszer (az adott erőműegység) egymást követő lépésekben megy át az egyik üzemállapotból a másik üzemállapotba.

Abban az esetben, ha az üzemállapot-változások egylépéses átmeneti valószínűségeit tartalmazó mátrix minden eleme nagyobb nullánál, vagyis teljesül a (7.1-3) feltétel, úgy ezen átmenet-valószínűségeket megadó mátrix R -edik hatványmátrixára vonatkozóan is igaz, hogy minden eleme nagyobb nullánál, azaz fennáll, hogy a

$$\underline{P}^{(1)R} = [\underline{P}^{(1)R}], \quad (7.1-4)$$

mátrix minden eleme esetében

$$\min_{i,j} \underline{P}_{ij}^{(1)R} = \beta > 0. \quad (7.1-5)$$

Ez azt jelenti, hogy R ($R \in T$, ahol T a természetes egész számok halmaza) lépésben az adott erőműegység tetszőleges i üzemállapotból eljuthat valamely j üzemállapotba. Másképpen fogalmazva: tetszőleges i üzemállapotból a j üzemállapot R lépésben (R állapotváltozás eredményeképpen) elérhető ($i, j = 1, 2, \dots, N$). Az adott erőműegység véletlen üzemmenetét leíró egylépéses átmenet-valószínűségek mátrixának $(R+1)$ -edik hatványa az alábbi módon képezhető:

$$\begin{aligned} \underline{P}^{(1)R+1} &= \begin{bmatrix} P_{11}^{(1)} & P_{12}^{(1)} & \cdots & P_{1N}^{(1)} \\ P_{21}^{(1)} & P_{22}^{(1)} & \cdots & P_{2N}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ P_{N1}^{(1)} & P_{N2}^{(1)} & \cdots & P_{NN}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11}^{(R)} & P_{12}^{(R)} & \cdots & P_{1N}^{(R)} \\ P_{21}^{(R)} & P_{22}^{(R)} & \cdots & P_{2N}^{(R)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ P_{N1}^{(R)} & P_{N2}^{(R)} & \cdots & P_{NN}^{(R)} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} P_{11}^{(R+1)} & P_{12}^{(R+1)} & \cdots & P_{1N}^{(R+1)} \\ P_{21}^{(R+1)} & P_{22}^{(R+1)} & \cdots & P_{2N}^{(R+1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ P_{N1}^{(R+1)} & P_{N2}^{(R+1)} & \cdots & P_{NN}^{(R+1)} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7.1-6)$$

Az $R+1$ lépéses átmenetek valószínűségére vonatkozóan fennáll a következő összefüggés:

$$P_{ij}^{(R+1)} = \sum_k P_{ik}^{(1)} P_{kj}^{(R)}. \quad (7.1-7)$$

Ebben az összefüggésben a $P_{ij}^{(R+1)}$ érték a $(\underline{P})^R$ mátrix j -edik oszlopa elemeinek súlyozott számtani középértéke, ahol a súlyok a \underline{P} mátrix i -edik sorának elemei. Ez könnyen belátható,

hiszen a (7.1-7) összefüggés kifejtve a következőket jelenti példaképpen $i = 2$ és $j = 2$ esetében:

$$P_{22}^{(R+1)} = P_{21}^{(1)} P_{12}^{(R+1)} + P_{22}^{(1)} P_{22}^{(R+1)} + P_{23}^{(1)} P_{32}^{(R+1)} + \dots + P_{2(N-1)}^{(1)} P_{(N-1)2}^{(R+1)} + P_{2N}^{(1)} P_{N2}^{(R+1)}. \quad (7.1-8)$$

A számtani középnek nézve igaz, hogy az a legnagyobb és legkisebb szám közé esik abban az esetben, ha a súlyok mind pozitívak. Az üzemállapot-változások átmeneti valószínűségét megadó mátrixra vonatkozóan ez a feltétel teljesül. Így

$$\min_i p_{ij}^{(R)} \leq \min_i p_{ij}^{(R+1)} \leq \max_i p_{ij}^{(R+1)} \leq \max_i p_{ij}^{(R)}. \quad (7.1-9)$$

Ebből következően a $\underline{\underline{P}}^{(1)}$ (átmeneti valószínűségeket megadó) mátrix hatványozását minden határon túl folytatva a $(\underline{\underline{P}}^{(1)})^r$ mátrix ($r = R + 1, R + 2, \dots$) minden oszlopában a legkisebb és a legnagyobb elem közötti különbség, vagyis a

$$\max_i [(p_{ij}^{(1)})^r] - \min_i [(p_{ij}^{(1)})^r] = \Psi \quad (7.1-10)$$

mennyiség egyre csökken (zérushoz tart) az r szám növekedésével:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} [\max_i [(p_{ij}^{(1)})^r] - \min_i [(p_{ij}^{(1)})^r]] = \lim_{r \rightarrow \infty} \Psi = 0. \quad (7.1-11)$$

Fennáll tehát, hogy

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (\underline{\underline{P}}^{(1)})^r = \begin{bmatrix} p_{11}^{(r)} & p_{12}^{(r)} & \dots & p_{1N}^{(r)} \\ p_{21}^{(r)} & p_{22}^{(r)} & \dots & p_{2N}^{(r)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ p_{N1}^{(r)} & p_{N2}^{(r)} & \dots & p_{NN}^{(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^{(*)} & p_2^{(*)} & \dots & p_N^{(*)} \\ p_1^{(*)} & p_2^{(*)} & \dots & p_N^{(*)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ p_1^{(*)} & p_2^{(*)} & \dots & p_N^{(*)} \end{bmatrix} = \underline{\underline{P}}^* \quad (7.1-12)$$

Ez azt jelenti, hogy a

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (\underline{\underline{P}}^{(1)})^r = \underline{\underline{P}}^*, \quad (7.1-13)$$

mátrix olyan mátrix, amelynek bármely oszlopában egyforma számok állnak, azaz ezen mátrix minden sora egyforma. Véges sok állapotú Markov-lánc esetében a $\underline{\underline{P}}^*$ mátrix sztochasztikus mátrix, vagyis

$$p_i^* > 0, \quad (7.1-14)$$

és

$$\sum_{k=1}^{k=N} p_k^* > 1, \quad (7.1-15)$$

Azt a valószínűségi eloszlást, amit \underline{P}^* minden sora reprezentál határeloszlásnak nevezik. Lényeges tulajdonsága ennek a határeloszlásnak, hogy az független az üzemállapotok kezdeti eloszlásától. Vagyis, az adott erőműegység ugyanolyan valószínűséggel kerül határesetben valamely tetszőleges j üzemállapotba, függetlenül attól, hogy mely üzemállapotból indult el az állapotváltozás. A bemutatottak alapján tehát az elvételes kondenzációs és ellennyomású erőműegységek üzemállapot-változásai olyan Markov-lánccal írhatók le, amelyek esetében léteznek a

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \mathbb{P}_{ij}^{(1)r} = \mathbb{P}_j^* \quad (7.1-16)$$

határértékek. Ilyen módon bizonyított, hogy az elvételes kondenzációs és ellennyomású erőműegységek véletlen állapotváltozásait leíró diszkrét időparaméterű és véges diszkrét állapotterű Markov-lánccok ergodikus Markov-lánccok. Következésképpen – hosszú távon – (nagyobb számú üzemállapot-változást követően) az egyes üzemállapotokban való tartózkodás valószínűsége a határeloszlásnak megfelelő értéket veszi fel.

7.2. A stacioner eloszlás meghatározása

A gyakorlati számítások számára középponti jelentőségű kérdés, hogy miképpen határozható meg a stacioner eloszlás, hiszen ez az eloszlás adja meg azt, hogy milyen valószínűséggel tartózkodnak az adott erőműegységek az egyes definiált üzemállapotokban. A kérdés megválaszolásának a kiindulópontja az, hogy a 3. főfejezetben bemutatottak szerint a szóban forgó erőműegységek egyes üzemállapotokban való tartózkodásának a valószínűsége végső soron a napi közepes külső levegőhőmérséklet tárgyidőszakra vonatkozó eloszlásfüggvényéből vezethető le, annak a feltételezésével, hogy az erőműegységek meghibásodása független attól, hogy mekkora az aktuálisan kiadott hőteljesítmény (és ebből következően mekkora a rendelkezésre álló maximális villamos teljesítőképesség). Mindezek figyelembe vételével triviális válaszként adódik, hogy a stacionárius eloszlást, vagyis a határeloszlást az egyes üzemállapotok közötti átmenetek valószínűségét megadó sztochasztikus mátrixból kiindulva a Markov-lánccok elméletében ismert szokásos módon lehet meghatározni. Értelemszerűen ebben az esetben ismerni kell az egyes üzemállapotok közötti átmenetek valószínűségét (a korábban említetteknek megfelelően az átmeneti valószínűségek időfüggetlennek feltételezettek, vagyis homogén Markov-lánccokról van szó a modellben). Ez az út természetesen meglehetősen számításigényes.

Szerencsére a rendszerszintű megbízhatósági vizsgálatok, így a LOLP-számítások számára csak a definiált üzemállapotok stacioner valószínűségeloszlása az érdekes, ez pedig származtatható a 3. főfejezetben bemutatott módon a $\chi_{LPP_{\max}}$ véletlen változó, végső soron pedig a ζ_{T_k} valószínűségi változó valószínűségi eloszlásfüggvényéből (ugyanitt bizonyítást nyert, hogy a maximálisan rendelkezésre álló villamos teljesítőképesség, mint véletlen változó ($\chi_{LPP_{\max}}$) végeredményben a napi közepes külső levegőhőmérséklet, mint véletlen változó (ζ_{T_k}) transzformáltja).