

FAZEKAS ANDRÁS ISTVÁN

FREGE KORAI LÉTEZÉSFELFOGÁSA

ALETHEIA KIADVÁNYOK
Budapest, 2002

TARTALOMJEGYZÉK

1. A DIALÓGUS TARTALMA	6
2. FREGE ÉS PŪNJER ÁLLÁSPONTJA	17
3. A LÉTEZÉSPARADOXON.....	25
4. A LÉTEZÉS PARADOXON HALMAZELMÉLETI MEGKÖZELÍTÉSE.....	32
5. A LÉTEZÉSI KIJELENTÉSEK ÖNAZONOSSÁGI KIJELENTÉSEKKÉNT VALÓ FELFOGÁSA.....	43
6. HIVATKOZOTT IRODALOM SORSZÁM SZERINTI JEGYZÉKE.....	45
7. A TÉMÁVAL KAPCSOLATOS SZAKIRODALOM JEGYZÉKE.....	46

1. A dialógus tartalma

Frege létezésfelfogásának rekonstruálása szempontjából kivételes jelentőséggel bír a „*Dialog mit Pünjer über Existenz*” [1]¹ című írása. A dialógus középponti témája ugyanis a létezési kijelentések logikai analízise. Ezen egyetlen írásától eltekintve Frege nem szentelt önálló munkát e kérdésnek, egyetlen más művében sem tárgyalja ezt a témakört központi kérdésként. A későbbiekben az egzisztenciakijelentések mibenlétére vonatkozó nézetei csak más témákkal kapcsolatban jelennek meg munkássága során. Maga a dialógus és az ahhoz kapcsolódó tanulmány abból a szempontból is egyedülálló, hogy ez az írás tekinthető az első olyan elméleti vizsgálódásnak, ahol az egzisztenciakijelentések logikai analízisére már a Frege által megújított logika szellemében kerül sor.

A „*Dialog mit Pünjer über Existenz*” című írásban Frege a dialógushoz írt függelékben fejt ki nézeteit arra vonatkozóan, hogy hogyan értendők pontosan a szinguláris és az univerzális egzisztenciakijelentések. Az írás keletkezésének pontos dátuma nem állapítható meg. Annyi azonban bizonyos, hogy a dialógusban felvetett és vizsgált problémát Frege *Az aritmetika alapjai* [2] című munkájának 53. §-ában tárgyalja, az írás tehát ezt megelőzően, azaz 1884 előtt keletkezett bizonyosan. Frege dialóguspartnere, Pünjer 1885-ben halt meg. Mivel valóban lezajlott párbeszédéről van szó, az írás nem keletkezhetett ezen időpont után. Kérdés, hogy a párbeszédre a *Begriffsschrift* [3] megjelenése előtt (1879 előtt), vagy azt követően került-e sor? Ez a kérdés abból a szempontból érdekes, hogy Frege már birtokában volt-e annak a fogalmi apparátusnak, gondolati rendszernek, amit a *Begriffsschrift*-ben kifejt, vagy sem? A rendelkezésre álló adatok alapján e kérdés nem válaszolható meg teljes bizonyossággal, vélhetően azonban a párbeszédre a *Begriffsschrift* megjelenését követően, vagy legalábbis annak környékén, esetleg nem sokkal előtte került sor. A Frege ugyanis az általa írt todalék végén utal magára a *Begriffsschriftre*. A mű mindenesetre már részben vagy egészében elkészült, amikor a todalék keletkezett.

A Pünjerrel való dialógus konklúziójaként Frege azt az álláspontot fejt ki, miszerint a létezési kijelentések önazonossági kijelentésekként értelmezhetők. A későbbiekben Frege eltávolodik e felfogásától, s *Az aritmetika alapjai* című művében már alapvetően más nézetet képvisel e kérdésben. E munkájában fejt ki azt a gondolatot, miszerint a létezéspredikátum másodrendű predikátum, azaz

¹ A szögletes zárójelben levő szám a „*Hivatkozások sorszám szerinti jegyzéké*”-ben utal az adott műre. Ettől a számtól pontos vessző választja el az oldalszámot.

a létezés fogalmak és nem individuális objektumok tulajdonságaként értelmezhető. Mindezen gondolati fejlődés fényében tekinthető a „*Dialog mit Pünjer über Existenz*” című írásában kifejtett létezésfelfogás Frege korai (elsődleges) nézetének, megkülönböztetendő azt e kérdésben képviselt későbbi álláspontjától.

A párbeszéd annak a kérdésnek a felvetésével indul, hogy mi értendő azon kifejezés alatt, hogy 'van', pontosabban mit állítunk valamiről, amikor azt mondjuk, hogy az adott dolog 'van'? Pünjer válasza az, hogy a 'van' kifejezés azt jelenti, hogy az adott dolog tapasztalható számunkra. És azért szükséges ennek a kijelentésnek a 'van' kifejezés által, mert nem minden képzetünknek felel meg valami tapasztalható dolog. Vannak olyan képzeink, amelyek a tudat „alkotásai”, amelyeknek semmi tapasztalható dolog nem felel meg. Frege ekkor arra kérdez rá, hogy mi a kijelentés tényleges (logikai) alanya, ha valamiről kijelentjük, hogy az tapasztalható: a tudatban levő képzet, vagy maga a képzet alapjául szolgáló dolog. Pünjer egyértelműen azt válaszolja, hogy az ilyen kijelentések magukra a dolgokra (azaz a képzet alapját adó dolgokra) vonatkoznak. Ebből viszont az következik — érvel Frege, — hogy a tapasztalhatóság kijelentése felesleges. Ha ugyanis Pünjer az előző kérdésre azt válaszolta volna, hogy a tapasztalhatóság kijelentése a képzetekre vonatkozik, akkor értelemmel bírtak volna az ilyen kijelentések. Szerepük ugyanis ekkor az lett volna, hogy két osztályba sorolják a kijelentések tényleges alanyául szolgáló képzeteket: azon képzetek osztályába, amelyeknek megfelel valami, és azon képzetek osztályába, amelyeknek semmi tapasztalható dolog nem felel meg, vagyis azon képzetek osztályába, amelyek a tudat „alkotásai”. Pünjer következetes gondolatmenetében, amikor kijelenti (10.P.)², hogy az „'A' nem tapasztalható.” kijelentés nem lehetséges (értelmetlen), hiszen az 'A' az előbbiek értelmében maga a dolog, s nem a képzet. 'A' tehát, amennyiben nem létezik, nem lehet a rá vonatkozó kijelentés logikai alanya. A szinguláris létezés tagadó kijelentések tehát értelmetlenek ebből következően.

Pünjer álláspontját a nem szinguláris kijelentésekre vonatkozóan is kifejti. A „*Vannak emberek.*” kijelentés felfogása szerint azt jelenti, hogy az 'ember' fogalmának megfelel valami tapasztalható. És fordítva: „*Kentaurok nincsenek (nem vannak).*” mondatban arról van szó, hogy a 'kentaurok' fogalmának

² A „*Dialog mit Pünjer über Existenz*” című írás első, párbeszédet rögzítő részében a beszélgető partnerek kijelentései sorszámokkal és a nevek kezdőbetűjével jelöltek (pl.: (10.P.), vagy (11.Fr.)) Az erre a részre történő hivatkozásban ezt a jelölést használjuk.

semmiféle tapasztalható dolog nem felel meg, azaz e fogalom alá semmi tapasztalható dolog nem sorolt. Mivel Pünjer álláspontja szerint a „*Kentaurok nincsenek.*” mondat nyelvileg és logikailag pontosan ugyanazt fejezi ki, mint „*A kentaur fogalmának semmi tapasztalható dolog nem felel meg.*” kijelentés, Frege megerősítést várva rákérdez arra (a 13. pontban), hogy a tagadás ezek szerint a 'megfelel' kifejezésre vonatkozik? Pünjer ezt megerősíti. A 15. pontban Frege abból kiindulva, hogy a tapasztalhatóság kijelentése csak létező dolgokra vonatkozóan lehetséges (vö.: Pünjer 10. pontbeli válaszával), a nemlétezőkre vonatkozóan értelmetlen, azt állítja, hogy az ilyen kijelentések semmilyen vonatkozásban nem bővítik az adott dologról való ismeretünket. („*A tapasztalhatóság kijelentésével az, amiről a kijelentés szól, semmilyen módon nem határozódik meg.*” (15.Fr.)) Ezzel Pünjer egyetért. Frege elismeri, hogy a nem szinguláris létezési kijelentések, azaz a 'vannak' ('es gibt') kifejezést tartalmazó kijelentések esetében bír informatív tartalommal a tapasztalhatóság kijelentése, a szinguláris kijelentések esetében azonban továbbra is vitatja ezt. Pünjer válaszában arra utal, hogy a tapasztalhatóság kijelentése azt jelenti, hogy az adott dologról való tudati képzet a tudatnak az adott dolog általi affekciójából származik, tehát nem a tudat alkotása, megfelel neki valami tapasztalható. Ez azt jelenti, hogy Pünjer a tudati képzeteknek két fajtáját különbözteti meg: vannak olyan képzetek, amelyek a tudat valamely tapasztalható dolog általi affekciójának következményeképpen jönnek létre, s vannak olyanok, amelyek a tudat saját „alkotásai.” Ez utóbbiaknak semmiféle tapasztalható dolog nem felel meg. Frege e felvetésre azt állítja, hogy Pünjer nem következetes, hiszen ellentétben a 7. pontbeli állításával, a szóban forgó kijelentések tényleges (értsd: logikai) alanya ezek szerint mégis csak a dologról való képzet, s nem maga a dolog. Pünjer meghátrál, elismeri, hogy erről van szó. A 23. pontbeli válaszában Frege arra mutat rá, hogy valójában fogalmak osztályozásáról van szó a kérdéses esetekben, s maguk a fogalmak (például az 'ember', vagy a 'kentaur' fogalma) a kijelentések igazi alanyai. Az „*Ez tapasztalható.*” kijelentésben is az 'ez'-nek a képzetéről van valójában szó, méghozzá arról, hogy az 'ez' képzetének (azaz valamely konkrét dolog képzetének) megfelel valamely tapasztalható dolog. Másképpen fogalmazva, itt a képzet osztályozásáról, méghozzá az előbbieken említett két fajta képzet valamelyike alá sorolásáról van szó. Pünjer kitér a direkt válasz elől. Azt mondja, hogy a tagadás, például a „*Kentaurok nem léteznek.*” kijelentésben, azt jelenti, hogy előbb fel kell tételeznünk azt, hogy a kentaurok vannak, majd ezt követően tagadhatjuk létüket. („*Tagadás csak egy azt megelőző állítást követően lehetséges. Ha, ennél fogva azt mondjuk, hogy „Kentaurok nem léteznek.” úgy, ez csak azáltal lehetséges, hogy azokat először magunkon kívül levőknek gondoljuk el.*” (24.P.)) Pünjer szerint „*A négynek van [es gibt] négyzetgyöke.*” nem azt jelenti, hogy „van valami tapasztalható, ami a négy

Megjegyzés [DFAI1]:
= nur nach einer vorangehenden Position =
csak egy megelőző állítást követően

négyszöggyöke fogalma” alá esik...” (26.P.) Pünjer még ezen is túl megy, amikor kijelenti, hogy *„Soha nem fogom azt mondani: „A 4 létezik.”. Éppoly kevésbé: „A négynek egy négyszöggyöke létezik.”* (26.P.) Ezt az álláspontját Pünjer azzal indokolja, hogy a számok nem önálló entitások, csak valamihez kapcsoltan léteznek. Ezért állítja Pünjer azt, hogy — ebben az esetben — *„A négynek van négyszöggyöke.”* kijelentés különbözik a *„Vannak emberek.”* kijelentéstől, azaz a *’van’* kifejezés a két kijelentésben nem azonos értelemben használt. Ugyanakkor a 28. pontban Pünjer kijelenti, hogy *„A négynek van négyszöggyöke.”* mondat, létezési kijelentés. Pünjer végül is a 45. pontban visszavonja ezt az állítását.

Frege további érvelésében visszakanyarodik Pünjer 18. pontbeli állításához, miszerint, az *„Ez tapasztalható.”* kijelentés azt jelenti, hogy az *„ez”* tudatbeli képzete a tudat *„ez”* általi affekciójából származott. Frege szerint ez a kijelentés is magától értetődő, maga a képzet csak valaminek a képzete lehet. Más szavakkal, csak azt követően lehet valamit *„ez”*-nek nevezni, ha az afficiálta a tudatot, azaz, ha a képzet a tudatban kialakult. Pünjer erre azt válaszolja, hogy az *„Ez tapasztalható.”* kijelentés az *„Ezen képzetemnek megfelel valami tapasztalható.”* kijelentésnek felel meg, annak más módon való kifejezése. Ezek szerint, — érvel Frege, — ha valamely *’A’* képzet nem pusztán az én képzete, hanem az én adott dolog általi affekciójának a következménye, akkor ezt úgy lehet kifejezni: *„Az ’A’ tárgya tapasztalható.”* Pünjer ezt úgy pontosítja, hogy helyesebb azt mondani, hogy *„Az ’A’ egy képzet, amelynek tárgya tapasztalható.”* Pünjer visszakanyarodik azon felfogásához miszerint a létezési kijelentésekben mindig képzetekről van szó. Frege mindezek alapján kijelenti, hogy nem magától értetődő és felesleges azt mondani, hogy *„A B képzete nem pusztán az én képzete, hanem az én affekciója alapján jött létre.”* (33.Fr.), mivel nem minden képzet alapul a tudat tapasztalható tárgy általi affekcióján. Ebben az esetben értelmesebben tagadható az idézett állítás, s a tagadás ekkor éppen azt fejezi ki, hogy a tudat képzete ekkor nem tapasztalható tárgy által jött létre. Frege érvelése szerint *„A B képzete az én affekciója alapján jön létre.”* (33.Fr.) mondat nyelvi és logikai szempontból azonos jelentésű *„A B tárgy tapasztalható.”* (33.Fr.) kijelentéssel. Amennyiben ez igaz, úgy a *„’A B képzete az én affekciója alapján jön létre.’ mondat tagadásának értelme van.”* kijelentésben a *„B képzete az én affekciója alapján jön létre.”* rész helyettesíthető a *„B tárgy tapasztalható.”* <mondattal>, és ekkor a <következő> kijelentést kapjuk: *„’A B tárgy <van> tapasztalható.’ mondat tagadásának értelme van.”* Ez ellentmond a korábbi felfogásának.” (33.Fr.) Pünjer nem ismeri el, hogy itt ellentmondás lép fel. Mivel Pünjer nem ismeri el a fellépett logikai ellentmondást, Frege ebből arra következtet, hogy a *„tárgy”* szó nem ugyanolyan értelemben használt a *„képzet tárgya”* kifejezésben és az

„'A' tárgya tapasztalható.” kijelentésben. Pünjer végső soron meghátrál Frege ellentmondást bizonyító gondolatmenete előtt, amikor — jóllehet kijelenti, hogy a „tárgy” kifejezés mindkét esetben ugyanazt jelenti, — arról beszél, hogy a két esetben a „tárgy” és a „képzet tárgya” mégsem ugyanazt jelenti. Pünjer itt nyilvánvalóan arra gondolt, hogy a tudatban létrejövő képzetet afficiálhatja ténylegesen tapasztalható tárgy, és olyan valami is, ami nem tapasztalható. Ennek alapján mondja Frege, hogy ezek szerint különbséget kell tenni a „képzet tárgya” és a „tapasztalat tárgya” között. A továbbiakban arról folyik Frege és Pünjer között a beszélgetés, hogy nem minden tárgy ugyanolyan módon tapasztalható. Jóllehet explicit módon nem kerül kimondásra, itt végső soron arról van szó, hogy egy téridőbeli fizikai objektum és egy szám például nem azonos módon „tapasztalható”. Frege felteszi a kérdést, hogy szükséges-e mindezek után különbséget tenni a tapasztalás két formája között, nevezetesen a téridőbeli fizikai objektumok és a nem téridőbeli fizikai objektumok, az ún. absztrakt objektumok, — mint amilyen például egy szám — tapasztalása között. Pünjer ezt elutasítja, sőt nem tesz különbséget az önálló objektumok és a csak más objektummal együtt tapasztalható dolgok — például a színek — tapasztalása között sem („*Tapasztalható az is, ami nem önállóan tapasztalható, mint például egy szín, ami csak valamin tapasztalható.*” (43.P.)) Frege e ponton rögtön visszautal arra, hogy a korábbiakban Pünjer kijelentette, hogy az absztrakt objektumok esetében nem ugyanazt jelenti a tapasztalás, mint a téridőbeli fizikai objektumok esetében. Ezért tagadta Pünjer azt, hogy például egy szám négyzetgyöke létezik, vagyis, hogy tapasztalható. A korábbiakban Pünjer ugyanis a 'létezik' kifejezést a 'tapasztalható' kijelentéssel azonos értelemben gondolta el. Pünjer beismeri e következetlenségét, s a 45. pontban visszavonja e korábbi kijelentését. Frege mindezt úgy összegzi, hogy a „*Vannak emberek.*” kijelentésben a 'vannak' kifejezés ugyanabban az értelemben használt, mint a „*Négynek vannak négyzetgyökei.*” Ez tulajdonképpen annak az elismerését jelenti, hogy nincs ebben az értelemben különbségtétel a téridőbeli fizikai objektumok és a nem téridőbeli, nem fizikai objektumok között. Ezzel Pünjer is egyetért. Pünjer a továbbiakban azt is kijelenti, hogy egy képzet is tapasztalható, azaz egy képzet is felléphet olyan „tárgyként”, amely a tudatot afficiálja.

A beszélgetés következő része új gondolatkört rajzol. Frege felteszi a kérdést Pünjerner: Egyetért-e azzal, hogy vannak a képzetnek olyan tárgyai, amelyek nem az én affekciója által keletkeztek, s hogy ezek — ebből következően — nem is léteznek. Pünjer igennel válaszol. Frege ennek alapján mutat rá Pünjer álláspontjának ellentmondásosságára. Hiszen ha a 'vannak' kifejezést azonos értelemben használja, mint a 'létezni' kifejezést, akkor szükségszerűen súlyos logikai ellentmondásba keveredik Pünjer. Hiszen az előbbieken elismerte,

hogyan vannak a képzetnek olyan tárgyai, amelyek nem az én affekciója által keletkeztek, s amelyek — ebből következően — nem is léteznek. Amennyiben ezt az állítást kiegészítjük azzal az állítással, hogy a 'létezni' és a 'vannak' ugyanazt jelenti, akkor a következő ellentmondáshoz jutunk:

„Léteznek képzetnek olyan tárgyai, amelyek nem az én affekciója által keletkeztek, s amelyek — ebből következően — nem léteznek.”

Pünjer végső soron elismeri ezt az ellentmondást, s olyan módon próbál menekülni a logikai csapdából, hogy kijelenti, hogy a 'vannak' kijelentés félrevezető módon, hibásan használt e kijelentésben. Frege azt válaszolja erre, hogy tetszése szerint válasszon más kifejezést e problematikus kifejezés helyett. Pünjer azonban megvallja, ez nem lehetséges, ami végső soron az ellentmondás tényleges fennállásának elismerését jelenti. Pünjer ekkor a létezés tagadó kijelentések esetében felmerülő alapproblémát említi: „*Mielőtt a létezés bármiről tagadnánk, azt létezőként kell elgondolnunk, ahhoz, hogy a létezés tagadhassuk róla.*” (84.P.) Ezt követően Frege és Pünjer a magától értetődő kijelentések mibenlétét tisztázzák. Frege a magától értetődő kijelentéseket olyan kijelentéseként definiálja, amelyek nem bővítik az alanyra vonatkozó ismereteinket.

A párbeszéd záró részében Frege azt veti fel, hogy „*A „Néhány ember német.” ugyanazt jelenti, mint a „Vannak német emberek.”* (97.Fr.) Itt lényegében a

$F(a) \Rightarrow \exists x.F(x)$

törvényt fejti ki Frege. Pünjer ezzel szemben azt állítja, hogy abból a kijelentésből, hogy „*Sachse egy ember.*” nem következik, hogy „*Vannak emberek.*” Pünjer véleménye szerint ennek a következtetésnek a jogosságához egy további premisszára van szükség, nevezetesen a „*Sachse létezik.*” („*Sachse existiert.*”) premisszára. Csak ebben az esetben következtethetünk joggal arra, hogy „*Vannak emberek.*” Frege ezzel szemben úgy érvel, hogy a logika, s a józan ész, a természetes nyelvi érzék mindig eleve feltételezi, hogy a kijelentésekben előforduló individuumneveknek van jelölete, azaz van faktuális értéke. Ezt a hallgatólagos előfeltételezést ezért nem kell egy külön erre vonatkozó premisszában megerősíteni. Ezt követően a „*Néhány ember német.*” kijelentés értelmezését világítja meg. Ez a kijelentés logikai szempontból annak a kijelentésnek a tagadásával egyenértékű, miszerint „*Egyetlen ember sem német.*”, azaz a „*Nem áll fenn, hogy minden ember nem német.*” kijelentéssel ekvivalens logikai szempontból. Vagyis, lehetséges, hogy minden ember német,

lehetséges az, hogy az emberek egy része német, lehetséges azonban az is, hogy csak egyetlen emberre igaz az, hogy német, nem igaz azonban az, hogy egyetlen német ember sincsen. Ennek alapján vonja le Frege a következtetést: „Az *„Egyetlen ember sem német.”* <kijelentés> a kontradiktórikus ellentéte a *„Néhány ember német.”* kijelentésnek. Ebből következően lehetséges a *„Néhány ember német.”* <kijelentésből> visszafelé következtetni a *„Vannak német emberek.”* kijelentésre.” (99.Fr.)

Eddig tart a párbeszéd, amely végső soron töredékes maradt, több szempontból is. Nemcsak azért, mert egyes részei hiányoznak, hanem azért is, mert végső soron a vitatkozó felek nem győzték meg egymást. Vélhetően ez magyarázza, hogy Frege a párbeszédhez illesztett függelékben összegzi és fejt ki még egyszer az érvelését.

Frege itt a létezés mibenlétéről Pünjerrrel folytatott vita lényegi kérdését abban a kérdésben jelöli meg, hogy vajon az *„Ez az asztal létezik.”* és a *„Vannak asztalok.”* kijelentések esetében az első mondatban szereplő *’létezik’* kifejezés ugyanabban az értelemben szerepel-e (ugyanaz-e a jelentése), mint a másik mondatban szereplő *’vannak’* kifejezés? Pünjer felfogása szerint a két mondat lényegileg ugyanazzal a jelentéssel bír. Pünjer szerint a *„Vannak emberek.”* mondat ugyanazt jelenti, mint *„A létezők között van néhány ember.”* vagy a *„A létezők egy része ember.”*, *illetőleg a „Néhány létező ember.”* mondatok.” [1; 69] Pünjer felfogása szerint a *’létező’* kifejezés helyett használható a *’tapasztalható’* kifejezés is. Frege állítása az, hogy a *„Ha azonban a „Leó Sachse van.”* [„*Leo Sachse ist.*”] <mondat> magától értetődő, úgy a *„van”* [„*ist*”] nem lehet ugyanolyan tartalmú, mint a *„vannak”* kifejezés a *„Vannak emberek.”* mondatban, mert ez nem valami magától értetődőt mond. *Ha most Ön a „Vannak emberek.”* <kijelentést> *„Léteznek emberek.”* vagy *„A létezők között van néhány ember.”* <formában> is kifejezi, úgy a kijelentés tartalma nem lehet a *„létezni”* vagy a *„lenni”* <kifejezésekben>. [1 ; 69] Frege ezt a következőképpen bizonyítja. Azt állítja, hogy a *’létezni’* kifejezés helyett, a szóban forgó kijelentésekben az *„önmagával azonos”* kifejezés is alkalmazható. Érvelésének lényege az, hogy az *’önmagával azonos’* kifejezés éppen úgy nem bővíti ismereteinket arról a dologról, amelyről ez az állítás kijelentésre kerül, mint a létezőkijelentés esetében. A másik közös vonás a két kifejezés között az, hogy két kifejezést tartalmazó kijelentés egyike sem tagadható. Mindkét kijelentésre igaz az, hogy a logikai alanyt nem sorolja semmilyen osztályba, azaz a kijelentés állítmánya nem osztályozó. *„Éppen úgy, ahogy állítható, hogy az „Ez az asztal létezik.” és az „Asztalok léteznek.”*

mondatokban a „létezni” <kifejezés> ugyanazt jelenti, úgy mondható az is, hogy az „Ez az asztal önmagával azonos.” és az „Az asztalok önmagukkal azonosak.” mondatokban az „önmagával azonos” predikátum ugyanazzal az értelemmel bír. Csak akkor azt is el kell ismerni, hogy az „Ez az asztal létezik.” és az „Ez az asztal önmagával azonos.” ítéletek teljességgel maguktól értetődőek, azaz hogy bennük erről az asztalokról tényleges tartalom nem kerül kimondásra.” [1 ; 70]

Kérdésként vetődik azonban fel, hogy ha az „*Emberek léteznek.*” kijelentésnek a tartalma nem a 'létezni' kifejezésben van, akkor hol van, a kijelentés mely részében van jelen? Frege azt válaszolja, hogy az ítélet, nevezetesen a partikuláris ítélet formájában. Azt állítja, hogy minden partikuláris ítélet egzisztenciakijelentés, amely a 'vannak' formára alakítható. A séma egyszerű. A „*Néhány test könnyű.*” kijelentés minden további nélkül átalakítható a „*Vannak könnyű testek.*” alakra, anélkül, hogy a kijelentés nyelvi és logikai tartalma a legcsekélyebb mértékben is változna, módosulna. Frege azt állítja, hogy a 'néhány' stb. logikai szó, amelynek az adott összefüggésen, azaz a kijelentés adta összefüggésen kívül nincs értelme. E szavak csak a mondat összefüggésében bírnak értelemmel. Funkciójuk az, hogy bizonyos fogalmakat vonatkozásba hozzanak, egészen pontosan, hogy az adott fogalmak terjedelmi viszonyai között fejtszenek ki összefüggést. A partikuláris ítéletekben mindig két fogalom szerepel, s ezek között létesít kapcsolatot a 'néhány' kifejezés, mint logikai funkcióval bíró szó. Frege a 'vannak' típusú egzisztenciakijelentések partikuláris ítéletté alakítására is ad megoldást. A visszafelé alakítás már jóval nehezebb. A visszaalakítás feltételezi, hogy az adott fogalomnak legalább két jegyét ismerjük. A „*Vannak nyírfák.*” kijelentés ennek megfelelően a „*Néhány fa nyírfa.*” alakú partikuláris ítéletté alakítható. Itt a két jegy a „nyír” és a „fa” volt. A „*Vannak tevék.*” például a „*Néhány állat tevé.*” alakra hozható, ekkor a két fogalom, amely között viszonyt létesít a 'néhány' logikai szó az 'állat' és a 'tevé' fogalma. Az átalakítás sémájából látható, hogy a partikuláris ítéletben szereplő egyik fogalom mindig fölérendeltje a másiknak. Mi a helyzet abban az esetben, ha olyan fogalmat kell keresni, amely minden más fogalomnak fölérendeltje? Erről a következőket mondja Frege: „*Ha az ember mindezt egész általánosságban akarja csinálni, akkor egy olyan fogalmat kell keresni, amely minden fogalomnak fölérendelt. Egy ilyen fogalom, amelynek terjedelme korlátlan, amennyiben azt <egyáltalán> fogalomnak akarja nevezni, már semmilyen tartalommal nem bír; mert minden tartalom csak a fogalom terjedelmének korlátozásában áll. Ilyen fogalomként lehetne az „önmagával azonos” <fogalmát> választani, és ennyiben azt lehetne mondani, hogy a „Vannak emberek.” ugyanaz, mint a „Vannak önmagukkal azonos emberek.”*”

vagy a „Néhány ember önmagával azonos.”, vagy „Néhány önmagával azonos <dolog> ember.””[1 ; 71]

Frege a kopulát „tartalom nélküli fogalom”-nak nevezi. Példaként „Az ég (van) kék.” kijelentést hozza fel. A kijelentés tartalmát a 'kék' szóban jelöli meg, ha ezt leválasztjuk az adott kijelentésről, akkor tartalom nélküli kifejezés adódik: „Az ég.” Ilyen módon lehet Frege szerint a „létező” tartalom nélküli, végtelen terjedelmű quasifogalmához jutni. Ezen gondolatból vonja le a következtetést: „Azt lehet tehát mondani: emberek = létező emberek; A „Vannak emberek.” ugyanaz, mint „Néhány <dolog> ember.” vagy „Néhány létező ember.” A kijelentés tulajdonképpen tartalma itt nem a „létező” szóban foglaltatik, hanem a partikuláris ítélet formájában. A „létező” szó a nyelv zavarodottságának a terméke [Verlegenheitsschöpfung], hogy felhasználhassa a partikuláris ítélet formáját. Ha a filozófusok az „abszolút létről” beszélnek, úgy az tulajdonképpen a kopula istenítése.” [1; 71]

Frege Pünjerrel szembeni döntő érve annak felmutatásán alapszik, hogy lehetetlenség — értsd: logikai ellentmondáshoz vezet, — a tapasztalhatóságot nem magától értetődő kijelentésként felfogni, ugyanakkor ragaszkodni a tapasztalhatóság tagadásának lehetetlenségéhez. A magától értetődő kijelentés alatt olyan kijelentés értendő, amely minden esetben igaz, amely nem tagadható a logika törvényeinek megsértése nélkül. Ez egyben persze azt is jelenti, hogy a magától értetődő kijelentések nem ismeretbővítő kijelentések, azaz semmit sem tesznek hozzá azon alany ismeretéhez, amelyről kimondásra kerülnek. Pünjer gondolatmenetének a lényege az, hogy Pünjer szerint a tapasztalhatóság kijelentése tartalommal bíró kijelentés. A tapasztalhatóságot állító kijelentések tartalma Pünjer szerint az alábbiakban formulázható: az a kijelentés, hogy „'A' tapasztalható.” annyit jelent, hogy az 'A'-ról való képzet nem a tudat önálló terméke, valamiféle hallucináció, nem a tudat saját alkotása, hanem e képzet az ének 'A' általi affekciójaként jött létre. Azaz másképpen fogalmazva, az 'A'-ról való képzetnek van tárgya, s ez a tárgy, maga az 'A' objektum. Frege már korábban bebizonyította, hogy a „'B' képzet tárgya tapasztalható.” mondat tagadásának van értelme. A tapasztalhatóságot állító kijelentések tényleges alánya ugyanis a képzet, s nem maga a tárgy. Lehetséges, hogy valamely tudati képzet nem az én valamely tárgy általi affekciója alapján jött létre, hanem az a tudat saját terméke. Azaz nincs mögötte tárgy, amely afficiálta volna a tudatot. Ennek a helyzetnek a leírására azt kell kijelenteni, hogy az adott 'A' képzet tárgya nem tapasztalható, vagyis hogy nincs ilyen tárgy. Ez a kijelentés nyelvi és logikai szempontból egyenértékű (azonos jelentésű) az „'A' képzet tárgya tapasztalható.” kijelentés tagadásával. A konklúzió egyértelmű és világos: van értelme (azaz tartalommal bíró) a tapasztalhatóság tagadása. E gondolatmenetnek

következménye, hogy a „tapasztalható” fogalma csak azáltal nyer tartalmat, ha terjedelme korlátozásra kerül. Valójában — mondja Frege — ilyen módon minden tárgy két osztályba sorolt: a tapasztalat tárgyainak osztályába és a képzelet tárgyainak osztályába. Ez azt jelenti, hogy nem minden tárgy esik a tapasztalat tárgyainak körébe (fogalma alá). Másképpen fogalmazva nem minden fogalom alárendeltje a ’tapasztalható’ fogalmának.

Pünjer maga is elismeri, hogy vannak a képzeletnek olyan tárgyai, amelyek nem tapasztalhatóak. Végső soron tehát Pünjer is kénytelen tudomásul venni, hogy:

(1) vannak a képzeletnek olyan tárgyai, amelyek az én affekciója által jöttek létre,

és

(2) vannak a képzeletnek olyan tárgyai, amelyek nem az én affekciója által jöttek létre.

E két premisszából adódik az ellentmondást magában hordozó következtetés:

Vannak a képzeletnek olyan tárgyai, amelyek nem tapasztalhatóak.

Ha most Pünjer felfogásának megfelelően a tapasztalhatóságot a létezéssel azonosítjuk, akkor a kijelentés a következő alakot ölti:

Vannak a képzeletnek olyan tárgyai, amelyek nem léteznek.

A kijelentés önmagában adja annak az állításnak a cáfolatát, amelyet Pünjer magáénak vall, miszerint a ’vannak’ kifejezés ugyanabban az értelemben használt, mint a ’létezni’ kifejezés. Amennyiben ugyanis a ’vannak’ = ’létezni’ azonosság fennáll, úgy nyilvánvaló logikai ellentmondás adódik:

Léteznek a képzeletnek olyan tárgyai, amelyek nem léteznek.

Frege ezt a következőképpen összegzi: „*Vannak a képzeletnek olyan tárgyai, amely tárgyak nem tapasztalhatóak. Ez egy ellentmondás, mihelyt, a „vannak” kifejezés a létezés ugyanazon formájának kifejezésére szolgál, mint amely a „tapasztalható” szóban gyökerezik.*” [1 ; 73]

Frege ezt követően megvilágítja a probléma mibenlétét: „*Ha a „lenni” szónak olyan értelmet akarunk adni, hogy az „A van.” mondat ne legyen magától értetődő és felesleges, arra kényszerülünk, hogy elismerjük, az „A van.”*”

mondat tagadása azon feltétel mellett lehetséges, hogy vannak alanyok, amelyekről a létet el kell vitatni. Ekkor azonban a „lét” fogalma többé nem lesz általánosan alkalmas arra, hogy a „vannak” kifejezés magyarázatául szolgáljon, olyan módon, hogy a „Vannak B-k.” <mondat> azonos jelentésű a „Néhány létező a B fogalma alá esik.” <mondattal>; mert ha ezt a magyarázatot a „Vannak alanyok, amelyekről a létet el kell vitatni.” mondatra alkalmazzuk, akkor a „Néhány létező a nemlétező fogalma alá esik.” vagy „Néhány létező nincs (nem van.) <kijelentéshez> jutunk. Ezt semmiképpen sem úszhatjuk meg, mielőtt a lenni fogalmának bármilyen tartalmat, legyen ez <például> a lenni <tartalma>, adni akarunk. Éppenséggel szükséges, ha a „Vannak B-k.” <mondat> azonos jelentésű a „Néhány létező B”. <mondattal>, hogy a lét alatt valami teljesen magától értetődő értsünk.” [1 ;73]

A probléma lényege, ahogy arra a következő bekezdésben utal is, abban a kérdésben rejlik, hogy mi (mekkora?) a létezésfogalom terjedelme. A „Néhány ember létezik.” mondat a korábbiakban bemutatottak szerint átalakítható a „Néhány létező ember.” alakú kijelentéssé. Ez a 'létezni' kifejezést tartalmazó kijelentés akkor és csak akkor azonos jelentésű a „Vannak emberek.” mondattal, ha a 'létező' fogalma az 'ember' fogalma felé rendelt. Amennyiben a két kijelentés azonos jelentésű, úgy a 'létező' fogalma minden fogalomnak felérendeltje. Ez viszont — érvel Frege — csak úgy lehetséges, hogy a 'létezni' szó teljesen magától értetődőt jelent, vagyis mindenre igaz. Ebből vonja le a következtetést ismételten: „A „vannak” szóval kifejezett létezés nem a „létezik” szóban, hanem a partikuláris ítélet formájában foglaltatik. A „Néhány ember német.” mondat éppen olyan joggal egzisztenciakijelentés, mint a „Néhány ember létezik.” <mondat>. Mielőtt azonban a „létezni” szónak tartalmat akarunk adni, ami egy <individuumról> való kijelentés, ez a tartalom egy fogalom jegyévé is tehető, ami alá az egyes esik, amiről a létezés kijelentésre kerül.” [1 ; 74] Frege már itt felismeri világosan, hogy a „Vannak emberek.” kijelentésben minden látszat ellenére nem individuumokról van szó, hanem az ember fogalmáról van szó.

A toldalékrész befejező gondolataiban Frege a nyelvi szerkezet és a logikai szerkezet különbözőségét említi, azt, hogy a nyelv sok esetben elrejtí a gondolatok igazi logikai szerkezetét. Művére, a *Begriffsschrift*-re utal, amelyet alkalmas eszköznek lát a gondolatok valós logikai szerkezetének feltárására.

2. Frege és Pünjer álláspontja

A „*Dialog mit Pünjer über Existenz*” című párbeszéd és az ahhoz Frege által kapcsolt toldalék végső soron arra a kérdésre keresi a választ, hogy mit állítanak azok kijelentések, amelyekben a 'létezik', [*existiert*'] vagy ezzel azonos jelentésben a 'tapasztalható' [*ist erfahrbar*'] kifejezés, illetve a 'vannak' [*es gibt*'] kifejezés szerepel. A vizsgált középponti kérdés tehát az, hogy mit jelentenek ki az olyan mondatok, mint például a „*Leó Sachse létezik.*”, az „*Ez az asztal létezik.*”, illetve a „*Vannak asztalok.*”?

A dialógusban a vitatkozó partnerek által felvetett gondolatok, illetve a kifejtett érvelések több gondolatkör köré kapcsolódnak, nincsen szó tehát egy egyenes vonalú gondolatmenetről, probléma tárgyalásról. Frege több alkalommal kísérletet tesz arra, hogy a vitát szűk mederben tartva egyetlen, vagy néhány lényegi kérdésre szűkítve bizonyítsa be vitapartnere érvelésének tarthatatlanságát. Ez valójában nem jár sikerrel, feltehetően ezért is érezte Frege szükségesnek, hogy a toldalékként szereplő — vélhetőleg később megírt — részben még egyszer egzakt módon rögzítse a vita tulajdonképpeni tárgyát, a vitatkozó partnerek álláspontját, s érvelésének, bizonyításának gondolatmenetét. A meglehetősen bonyolult, pontosabban szerteágazó érvelések lényege — egészen pontosan a vitás kérdések — alapvetően három problémakör köré csoportosítva összegezhető az egyszerűbb áttekintés érdekében.

1. Kérdésként vetődik fel, hogy az olyan mondatokban, mint például a „*Leó Sachse létezik.*”, mi a mondat tényleges, azaz logikai alánya? Nem vitás, hogy formailag, nyelvtanilag a kérdéses kijelentés alánya a 'létezik' kifejezés. Amennyiben azonban a 'létezik' kifejezés a kijelentés tényleges, azaz logikai alánya is, úgy a 'létezik' predikátum itt elsőrendű egyargumentumú predikátumként, vagyis tulajdonságot képviselő predikátumként szerepel. Frege felveti a kérdést, hogy az ilyen kijelentések nem magától értetődő kijelentések-é? Magától értetődő kijelentések alatt olyan kijelentések értendők, amelyek esetében a logikai alanyként szereplő predikátum, — jelen esetben a 'létezik', illetve az ezzel azonos értelemben használt 'tapasztalható' predikátum — argumentumába tetszőleges individuális objektumot jelölő individuumnevet helyettesítve igaz kijelentés adódik. Azaz magától értetődőek azok a kijelentések, amelyek nem vehetnek fel „HAMIS” igazságértéket. Ez másképpen fogalmazva azt jelenti, hogy a szóban forgó predikátum képviselte tulajdonság minden individuális objektumot megilleti, azaz ebben az értelemben e tulajdonság nem osztályozó tulajdonságként szerepel, nem sorolja az individuális

objektumokat valamely részhalmazába a tárgyalási univerzumnak. Az adott predikátum igazságtartománya ennek megfelelően maga a teljes tárgyalási univerzum.

2. A vita során tárgyalt másik fő kérdés az a kérdés, hogy vajon a *'létezik'* (*'existiert'*) kifejezés, például a „*Leó Sachse létezik.*” kijelentésben ugyanazt fejezi-e ki, ugyanolyan értelemben használt-e, mint a „*Vannak emberek.*” kijelentésben a *'vannak'* kifejezés? Ez a kérdés tehát arra irányul, hogy a két kifejezés azonos értelmű-é, azonos-e a két kifejezés nyelvtani és logikai szerepe?
3. Míg az előző kérdés a két kifejezés (a *'létezik'* és a *'vannak'* kifejezések) azonos jelentésére irányult, addig a vita során felmerült harmadik fő kérdés abban összegezhető, hogy mit állítunk, mit jelentünk ki akkor, ha a *'létezik'*, vagy a *'vannak'* kifejezést használjuk. Mi a létezési kijelentések tartalma? Mit fejeznek ki ezek egyáltalán?

Frege álláspontja a felvetett kérdésben az alábbiakban összegezhető. Az első kérdésben Frege azon az állásponton van, hogy amennyiben a kérdéses mondatban a *'létezik'* kifejezés logikai predikátumként szerepel, úgy az a mondat magától értetődő, azaz ebben az esetben a tulajdonságot képviselő *'létezik'* predikátum igazságtartománya a tárgyalási univerzummal azonos, ez a tulajdonság minden lehetséges individuális objektumnak a sajátja. A második kérdésben feltett kérdésre Frege tagadólag válaszol, azaz véleménye szerint a két kifejezés a példaként említett kijelentésekben nem azonos értelemben, nem azonos jelentéssel használt. Végül a harmadik kérdést illetően Frege azt az álláspontot fejt ki, miszerint a „*Vannak emberek.*” mondat ugyanazt jelenti, mint a „*Néhány ember önmagával azonos.*” Frege szerint a „*Leó Sachse létezik.*” kijelentés tartalma nem a *'létezik'* [*'existiert'*] kifejezésben van, hanem a partikuláris ítélet formájában van, mivel ez a kijelentés ugyanazt jelenti, mint a „*Néhány létező ember.*” kijelentés.

Frege felfogásával szemben Pünjer azt vallja, hogy a „*Leó Sachse létezik.*” mondatban a *'létezik'* kifejezés nemcsak a grammatikai, hanem a logikai alanyként is funkcionál. Pünjer felfogása szerint a vita tárgyát képező kijelentésekben a *'létezik'* predikátum elsőrendű, egyargumentumú, és mint ilyen, individuális objektumok tulajdonságát képviselő predikátum. Pünjer azonban a szóban forgó kijelentést nem tartja magától értetődőnek, s ebből következően felfogása szerint az ilyen ítéletek ismeretbővítő kijelentések, hiszen előfordulhat, hogy bizonyos esetekben „HAMIS” igazságértékkel bírnak. A második fő vitakérdésben Pünjer azon az állásponton van, hogy a *'vannak'*

kifejezés ugyanolyan jelentéssel bír, azaz ugyanolyan értelemben használt, ugyanazzal a logikai funkcióval bír, mint a 'létezik' kifejezés. Pünjer szerint az „Ez az asztal létezik.” mondatban logikai értelemben ugyanannak az állításáról van szó, mint a „Vannak asztalok.” kijelentésben. Frege, — amint erre a korábbiakban utaltunk — tagadja ezt. Abban viszont egyetértenek, hogy a „Leó Sachse létezik.” mondat ugyanazt fejezi ki, mint „A létezők egyike Leó Sachse.”

Milyen megfontolásokon nyugszik Pünjer álláspontja? Pünjer mindenekelőtt különbséget tesz a képzetek két fajtája között. A tudati képzetek egy része valós tárgyak által „afficiált” képzet, olyan képzet, amelynek tapasztalható tárgya van, amely tapasztalható, azaz létező tárgy által keltett, ami „mögött” létező tárgy van. A tudat képzeteinek másik részét az jellemzi, hogy ezek nem a tapasztalat tárgyai által „afficiáltak”, azaz ezek a képzetek nem valós tárgyak által jöttek létre a tudatban. Nem nehéz felismerni Pünjer gondolatmenetében a „conceptus dati” és a „conceptus factii” közötti tradicionális megkülönböztetést. Pünjer terminológiája, — pontosabban a dialógusban használt terminológia — szerint a tárgyak ilyen módon két osztályba soroltak: a tapasztalat tárgyainak és a képzetek tárgyainak osztályába. A megkülönböztetés azon alapszik, hogy a tudati képzeteknek mindig van tárgya. A tapasztalat tárgyának a képzet azon tárgyai tekintettek, amelyek visszavezethetők a tapasztalatra, míg a képzet tárgyának azok nevezettek, amelyek esetében ez a helyzet nem áll fenn, amely képzettárgyak ilyen módon magának a tudatnak a „termékei”, „alkotásai”. Igen lényeges az a kiinduló megfontolás Pünjer részéről, hogy minden képzetnek van tárgya, amelyik szükségszerűen a két előbbieken említett osztály egyikébe, de csakis az egyikébe beletartozik. Pünjer e felfogásából következően tehát elismeri, hogy vannak a tudatnak olyan tárgyai, azaz a tudati képzeteknek vannak olyan tárgyai, amelyek nem a tapasztalat tárgyai, amelyek nem vezethetők vissza a tapasztalatra. Ebből következően „Az α tárgy létezik.” kijelentés nem magától értetődő kijelentés. Ez annak alapján látható be, hogy „Az α tárgy létezik.” kijelentés Pünjer szerint azt jelenti, hogy az α tárgy képzetének a tapasztalatban megfelel maga az α tárgy. Az α tárgy a tapasztalat tárgya, vagyis képzete visszavezethető a tapasztalatra. Ebből következően a „tapasztalat tárgyainak” a fogalma, vagy másképpen nevezve a „létező tárgyak” fogalma terjedelmét tekintve nem azonos a tárgyalási univerzummal, „nem fedi azt le” teljes egészében, hiszen — az előbbieken szerint — vannak olyan tárgyak, amelyek nem a tapasztalat tárgyai. Ez Pünjer érvelése. Világos továbbá az is, hogy Pünjer felfogása szerint, — jóllehet ezt ő maga a vita során explicit módon nem jelenti ki, — a *képzet tárgya* fogalma az a fogalom, amelynek terjedelme azonos a tárgyalási univerzum terjedelmével. A *képzet tárgya* fogalomnak alárendeltje a '*tapasztalat tárgya* fogalom' és a '*nem a tapasztalat tárgya* fogalom'. E két fogalom terjedelme együttesen alkotja a *képzet tárgya* fogalom

terjedelmét, azaz a tárgyalási univerzumot. Pünjer gondolatmenete első közelítésben konzisztensnek tűnik. Ellentmondásossá azon a kijelentése miatt válik, miszerint a tapasztalhatóság nem tagadható. Pünjer a dialógus 10. pontjában jelenti ki ezt. Az eddigiekből egyértelműen következik ugyanis, hogy van értelme azt mondani: „Az „A” tárgy képzetének nem felel meg a tapasztalat valamely tárgya.” („Az „A” tárgy képzetének megfelelő tárgy nem a tapasztalat tárgya.” \equiv „Az „A” tárgy képzetének megfelelő tárgy nem tapasztalható.” \equiv „Az „A” tárgy képzetének megfelelő tárgy nem létezik.”). Modern logikai terminológiával ez úgy fejezhető ki, hogy Pünjer szerint nem lehetséges az individuális egzisztenciakijelentések tagadása.

A második kérdést illetően Pünjer szerint az „*Vannak emberek.*” kijelentés úgy értendő, mint a „*Néhány létező ember.*” kijelentés, ami egyben ekvivalens a „*Néhány ember létezik.*” kijelentéssel. Pünjer álláspontja tehát az, hogy a 'létezik' kifejezés ugyanabban az értelemben használt, ugyanazt a logikai szerepet tölti be az adott kijelentésben, mint az 'vannak' kifejezés.

Végül a harmadik alapkérdést illetően Pünjer azon a felfogáson van, hogy a „*Leó Sachse létezik.*” mondat azt fejezi ki, hogy Leó Sachse képze az énnel (a tudatnak) a Leó Sachse tárgy általi affekcióján alapul. Leó Sachse, mint individuális objektum ennek megfelelően a tapasztalat tárgya. A „*Vannak emberek.*” azt fejezi ki, hogy van néhány ilyen tárgy.

Mindezek után célszerű részletesen megvizsgálni Frege érvelését, azt a módot, ahogyan a Pünjer féle gondolatmenet belső ellentmondásosságára rámutat.

Frege Pünjerral szemben a következőképpen érvel. Abban az esetben, amennyiben a „*Leó Sachse létezik.*” kijelentésben a Leó Sachse névvel jelölt individuális objektum (személy) a kijelentés tényleges, azaz logikai alanya (mint a tapasztalat tárgya), úgy a szóban forgó kijelentés nem magától értetődő, s ebből következően a 'létezik' predikátum terjedelme nem a tárgyalási univerzum. Ez szükségszerűen maga után vonja, hogy vannak (de legalább is lehetnek) olyan tárgyak a tárgyalási univerzumon belül, amelyek nem a tapasztalat tárgyai.

Vannak tehát olyan tárgyak, amelyek nem a tapasztalat tárgyai, azaz, amelyek nem tapasztalhatóak.

Amennyiben Pünjer álláspontját elfogadjuk, úgy a 'léteznek' ugyanazt fejezi ki mint a 'tapasztalat tárgya', a 'tapasztalható' kifejezés, és teljességgel azonos

értelemben használt, mint a 'vannak' kifejezés. Ekkor viszont az előző kijelentés a

Vannak tehát olyan tárgyak, amelyek nem léteznek.

alakot ölti, majd a 'vannak' \equiv 'léteznek' helyettesítéssel a logikai ellentmondást nyilvánvalóvá tévő

Léteznek tehát olyan tárgyak, amelyek nem léteznek.

formát ölti. Ez az utóbbi kijelentés nyilvánvaló logikai ellentmondást testesít meg.

Lényeges még egyszer annak pontos rögzítése, hogy milyen premisszák mellett lépett fel a bemutatott paradoxon. A premisszák a következők voltak:

1. A 'létezés' elsőrendű, egyargumentumú, tehát individuális objektumok tulajdonságát kifejező predikátum;
2. Az egzisztenciakijelentések nem magától értetődő kijelentések, azaz lehetséges, hogy „HAMIS” igazságértékkel bírjanak, azaz lehetséges a szinguláris egzisztenciakijelentések tagadása;
3. A 'vannak' kifejezés nyelvi és logikai szempontból ekvivalens módon használt a 'létezni' kifejezéssel;
4. A 'vannak' kifejezést tartalmazó kijelentések ekvivalens módon átalakíthatók partikuláris ítéletekké.

Frege további érvelésében más módon is bizonyítja Pünjer álláspontjának paradoxonhoz vezető voltát. Kijelenti, hogy minden „Néhány F [van] G .” alakú (szerkezetű) partikuláris ítélet ekvivalens módon átalakítható „Vannak H -k.” formára, továbbá, hogy minden partikuláris ítélet egzisztenciakijelentés, valamint, hogy a „Néhány test könnyű.” kijelentés azonos értelmű a „Vannak könnyű testek.” kijelentéssel. A lényeg azon van, hogy a 'H' tulajdonság az 'F' és a 'G' tulajdonságok konjunkciójaként értelmezhető. Frege következőképpen bizonyítja Pünjer nézeteinek tarthatatlanságát. A „Vannak F -ek.” kijelentés átalakítható ekvivalens módon a „Néhány létező F .”, illetve a „Néhány F létezik.” alakra. Frege itt mutat rá arra, hogy ha a létezők ezzel a tulajdonsággal bírnak, akkor a létezők terjedelme a tárgyalási univerzum terjedelmével azonos. Ebből következően a „Leó Sachse létezik.” kijelentés nem vehet fel „HAMIS” igazságértéket, azaz ez a kijelentés (az ilyen kijelentés) magától értetődő. Amennyiben a létezők fogalmának a terjedelme nem a tárgyalási univerzummal azonos, úgy értelmes a „Vannak nemlétezők.” mondat. Ekkor

azonban a 'vannak' és a 'léteznek' kifejezések feltételezett azonos jelentéséből következően a „Néhány létező nemlétező.” kijelentés adódik, ami nyilvánvaló logikai paradoxon.

Mindezekből magától értetődően következik, hogy amennyiben a 'létezik' predikátum terjedelme a tárgyalási univerzummal egybeesik, úgy a tárgyalási univerzum minden lehetséges individuális objektumára vonatkozóan igaz az, hogy e predikátum terjedelmébe esik, azaz minden individuális objektumra nézve igaz az, hogy létezik. Ez azt jelenti, hogy a bármely „F” tulajdonságra nézve igaz, hogy „Vannak F-ek.”, akkor és csak akkor, ha „Néhány létező F.” A kijelentés bizonyítása egyszerű. Mivel minden x-re nézve igaz, hogy létezik, ezért az „Az x (van) F.” kijelentés tulajdonképpen konjunkcióként értendő, mégghozzá „Az x létezik és az x (van) F.”, ami azt jelenti, hogy „Az x egy létező F.” A „Vannak F-ek.” tehát ekvivalens a „Vannak létező F-ek.”, ez utóbbi pedig ugyanazt jelenti, mint a „Néhány létező F.”

Frege bizonyítása alapján valamely tetszőlegesen interpretált nyelvben minden „E” predikátumra nézve igaz, hogy

$$\forall E. \{ [\forall F. (\exists x. F(x) \equiv (\exists x. [E(x) \& F(x)]) \equiv \forall x. E(x)) \}$$

A fenti formula azt fejezi ki, hogy minden „F” predikátumra nézve igaz, hogy a

„Vannak F-ek.” ekvivalens a „Néhány E [van] F.” kijelentéssel, akkor és csak akkor, ha az „E” predikátum terjedelme a tárgyalási univerzum.”

Az eddigi bemutatottak alapján látható, hogy a létezéspredikátum felfogható elsőrendű, egyargumentumú predikátumként, ez önmagában még nem vezet logikai paradoxonhoz. Ebben az esetben természetesen — szükségszerűen — a létezési kijelentések magától értetődő kijelentések. A logikai ellentmondást a két állítás konjunkciójából ered. Mégpedig azon állítások logikai összekapcsolásából, miszerint

(1) a létezéspredikátum elsőrendű predikátum

és

(2) a létezési kijelentések nem magától értetődő kijelentések.

A magától értetődő kijelentések — esetünkben a magától értetődő szinguláris egzisztenciakijelentések — a létezéspredikátum argumentumában szereplő minden lehetséges individuális objektumra nézve „IGAZ” igazságértéket vesznek fel, azaz a későbbi fregei felfogásnak megfelelően van jelöletük. A párbeszéd bizonyos részeiben — nevezetesen a 10., 11. valamint a 33. pontban — Frege arra utal, hogy a szinguláris negatív egzisztenciakijelentések nem bírnak jelentéssel (\equiv értelmetlenek). Lehetséges azonban, hogy a kijelentés inkább úgy értendő, hogy a szinguláris negatív egzisztenciakijelentések esetében az argumentumban szereplő individuumnévnek nincs jelölete.

A fregei felfogás rekonstruálásakor szem előtt kell tartanunk, hogy a párbeszéd s a toldalék keletkezésének idején Frege még nem alakította ki a jelentés és a jelölet megkülönböztetésével kapcsolatos nézeteit. Ez a korszakalkotó felismerés későbbi időszakra tehető.

Amennyiben a létezéspredikátum — Pünjer felfogásával egyezően — elsőrendű, tehát individuális objektumok tulajdonságát képviselő predikátum, úgy a „*Leó Sachse létezik.*” mondat a következőképpen interpretálható:

(1) „*A 'Leó Sachse' individuumnévnek van jelölete.*”,

vagy ezzel ekvivalens módon

(2) „*Egy és csakis egy individuális objektum van, amelyet a 'Leó Sachse' név jelöl.*”

A két interpretáció lényegileg különbözik egymástól, amennyiben az első interpretáció esetében nem magáról az individuális objektumról (magáról Leó Sachseról) szól a kijelentés, hanem a '*Leó Sachse*' név a kijelentés tényleges és logikai alanya. A tárgyiság elve értelmében ez a kijelentés metanyelvi kijelentésként értelmezhető. A második kijelentés esetében magáról az individuális objektumról van szó. Ezt még jobban kiemeli, ha a második kijelentést a következő módon fogalmazzuk meg: „*Egy és csakis egy individuális objektum van, amely a 'Leó Sachse' individuumnévvel jelölt.*”

A kérdéses mondat tárgynyelvi és metanyelvi interpretációja között szoros összefüggés van. Amennyiben fenntartjuk azt, hogy a létezéspredikátum elsőrendű predikátum (1) és (ugyanakkor) a szinguláris egzisztenciakijelentések nem magától értetődő kijelentések (2), akkor ez csak olyan módon lehetséges, hogy a „*Leó Sachse létezik.*” kijelentés — tárgynyelvi kijelentésként felfogva — „IGAZ” igazságértékkel bír, ha a '*Leó Sachse*' individuumnévnek van jelölete,

és „IGAZSÁGÉRTÉK NÉLKÜLI” a kijelentés ellenkező esetben. Abban az esetben, ha a tárgynyelvi kijelentés „IGAZ” igazságértékkel bír, akkor a metanyelvi kijelentés is „IGAZ” igazságértékkel bír, hiszen ekkor az eredeti kijelentésben szereplő individuumnévnek van jelölete. A metanyelvi értelmezés szerint a szóban forgó kijelentés felvehet „HAMIS” igazságértéket, abban az esetben, ha a *'Leó Sachse'* individuumnévnek nincs faktuális értéke, azaz nincs jelölete. Ebben az esetben a tárgynyelvi értelmezés szerinti kijelentés „IGAZSÁGÉRTÉK NÉLKÜLI”, míg a metanyelvi interpretáció szerint „HAMIS” igazságértékkel bír. A tárgynyelvi értelmezésben tehát a kérdéses kijelentés vagy „IGAZ”, vagy „IGAZSÁGÉRTÉK NÉLKÜLI” lehet, míg a metanyelvi értelmezés szerinti kijelentés bírhat az „IGAZ” vagy a „HAMIS” igazságértékkel egyaránt.

3. A létezésparadoxon

Az eddig kifejtettekből látható, hogy Frege lényegében felismerte azt a paradoxont, amit „létezés paradoxon”-nak neveznek.

A létezés paradoxon mibenléte az alábbi gondolatmenet alapján világítható meg. A 'létezik' ($\langle \dots(\text{van}) \text{létező} \rangle$) predikátum szimbólumaként az ' $E(x)$ '-et bevezetve a 'nem létezik' ($\langle \dots(\text{van}) \text{nemlétező} \rangle$) predikátumot a ' $\sim E(x)$ ' szimbólum képviseli. Ebből következően az ' $E(x)$ ' predikátum és a ' $\sim E(x)$ ' predikátum igazsághalmaza a teljes tárgyalási univerzumot „lefedti”. Ez egyszerűen annyit jelent, hogy az individuális objektumok vagy az ' $E(x)$ ' predikátum igazságtartományába esnek, vagy ennek negáltja igaz rájuk nézve, azaz a ' $\sim E(x)$ ' predikátum igazsághalmazába esnek. Formalizálva mindezt, az elmondottak következőképpen fejezhetők ki:

$$W(x).E(x) \cup W(x).[\sim E(x)] = U$$

és

$$\forall x[(x \in W(x).E(x)) \vee (x \in W(x).[\sim E(x)])] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \forall x[\sim\{(x \in W(x).E(x)) \equiv (x \in W(x).[\sim E(x)])\}].$$

Az összefüggésekben:

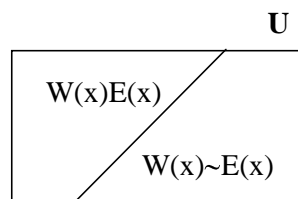
$W(x).E(x)$ Az ' $E(x)$ ' predikátum igazsághalmaza;

$W(x).[\sim E(x)]$ A ' $\sim E(x)$ ' predikátum igazsághalmaza;

U tárgyalási univerzum.

Az individuális objektumok e felfogás szerint – kizáró értelmű vagylagossággal – vagy a létezők, vagy a nemlétezők halmazába esnek a tárgyalási univerzumon belül. Az alábbi **1. ábra** szemlélteti ezt.

1. ábra



Az ' $E(a)$ ' formulával vagy a ' $\exists x.[x=a]$ ' formulával kifejezett kijelentések „értelmességének” feltétele a „nemlétező” individuális objektumok szükségszerű feltételezése, azaz a nemlétezésnek, mint tulajdonságnak az elismerése. A „nemlétezésnek” mint tulajdonságnak a feltételezése azonban mind logikai, mind ontológiai síkon súlyos problémákat vet fel.

Mit jelent ez? E kérdés megválaszolása a ' $\exists x.[x=a]$ ' illetve a ' $\sim\exists x.[x=a]$ ' alakú formulákkal kifejezett kijelentések logikai analízisét követeli meg (Vö.: [7 ; 28-33]).

Ezeknek a formuláknak olyan természetes nyelvi mondatok felelnek meg, mint például a már idézett „*A Pegazus létezik.*” vagy éppenséggel ezen mondat negáltja: „*A Pegazus nem létezik.*” kijelentés. A mindennapi nyelvhasználat során számtalan hasonló alakú, logikai struktúrájú mondat hangzik el különböző beszédhelyzetekben, s az ilyen mondatok sem a közlő, sem a befogadó számára nem problematikusak. Az interakció résztvevői pontosan értik e mondatok jelentését, s e mondatok grammatikai szempontból, vagy nyelvhelyességi szempontból sem problematikusak. Behatóbb logikai analízis alapján azonban hamar nyilvánvalóvá válik, hogy ezen látszólag egyszerű mondatok, kijelentések milyen problémákat vetnek fel. A kérdéses mondatokban a '*létezik*' kifejezés individuális objektumokra vonatkozik, e mondatok grammatikai szubjektuma individuumnévvel megnevezett individuális objektum. Ezekre vonatkozik az állítás. A mondatok grammatikai predikátumaként a '*létezik*' kifejezés szerepel.

A kérdéses kijelentések logikai analízise első lépéseként a kijelentés egyik fő alkotóelemét kell vizsgálni, a kijelentésekben szereplő individuumnév mibenlétét kell tisztázni. Az individuumnevek azok az értelemmel bíró nyelvi kifejezések, amelyek segítségével individuális objektumok nevezhetők meg. Az individuális objektum kifejezést abban az értelemben használta, ahogyan Frege a '*tárgy*' kifejezést használta. Frege tulajdonképpen indirekt módon határozta meg a logikai értelemben vett „*tárgy*” mibenlétét. A „*Függvény és fogalom*” című tanulmányában ([4]) a következőket írta erről: „Miután a tárgyakat korlátlanul megengedtük argumentumként és függvényértékként, az a kérdés, hogy mit is nevezünk itt tárgynak. Lehetetlennek tartok egy iskolás definíciót, mert itt valami olyannal van dolgunk, amely egyszerűségénél fogva nem enged logikai felbontást. Csak utalni lehet arra, amire gondolunk. Röviden csak ennyit lehet mondani: tárgy minden, ami nem függvény, tehát aminek a kifejezése nem jár együtt üres hellyel.” [4 ; 121] és „...a zárt rész jelölését *tárgynak* nevezzük, a kiegészítésre szoruló, kitöltetlen vagy predikatív rész jelölését *fogalomnak*.” [5 ; 154]

A tárgy a gondolkodás számára adott, az, ami elgondolt. Church meghatározása szerint a tárgy az, ami megnevezhető. Ebben a felfogásban az individuális objektumokon túlmenően a tulajdonságok, a viszonyok is tárgyak, amennyiben megnevezettek, azaz amennyiben a gondolkodás objektumává lesznek. Church felfogásában tehát a tárgy mindaz, ami a gondolkodás objektuma lehet. Ahhoz, hogy valami a gondolat tárgyává tehető legyen, azaz elgondolható legyen, ahhoz azt meg kell nevezni. Ez alól kivételt képeznek azok az esetek, amikor a gondolat tárgyának nyelvi megnevezése helyett osztenzív meghatározással (azaz rámutatással) történik a gondolkodás szóban forgó tárgyának azonosítása, meghatározása. Ebből következően bármi, ha megnevezetté válik, úgy egyben a gondolkodás tárgyává, azaz elgondolttá válik. Ekkor neve az individuumnevek szemantikai kategóriájába tartozik. A gondolkodás tárgyává, a gondolat objektumává csak az válhat, ami minőségileg többé-kevésbé meghatározott, azaz eléggé meghatározott ahhoz, hogy minden más egyébtől elkülöníthető legyen. A gondolkodás egyik legfontosabb alapelve a tárgyak önmagukkal való azonosságának a feltételezése. Ez az elv nincs ellentmondásban a gondolat tárgyává tett — reális téridőbeli léttel bíró — objektumok állandó és szakadatlan változásával. A tárgy szűkebb értelmezésben az individuális objektumokkal azonos, e fogalommal szinonim kifejezés. E felfogásnak megfelelően a tárgyakkal szemben a predikátumok, a kijelentésekben állított szituációk nem tárgyak. A < ... (van) szép > vagy a < ... (van) nagyobb, mint ... > predikátumok valamint a 'szép' szó által képviselt predikátum, illetve a 'nagyobb, mint' kifejezés által képviselt predikátum különböző szemantikai kategóriákba tartoznak. Ugyanez a helyzet valamely állítást kifejező mondat és az adott mondatot jelölő megnevezés (individuumnév) esetében. Ahogy Frege fogalmazott: „Logikai vizsgálatokban gyakran van arra szükségünk, hogy egy fogalomról állítsunk valamit, és ezt az állítások szokásos formájába öltöztessük, hogy tudniillik az állítás a grammatikai predikátum tartalma legyen. Ezek után azt várnánk, hogy a grammatikai szubjektum a fogalmat jelölje, de az, predikatív természeténél fogva nem léphet fel minden további nélkül így, hanem először tárggyá kell alakítanunk, vagy pontosabban szólva egy tárggyal kell helyettesítenünk, amelyet a „fogalma” kifejezés beiktatásával jelölhetünk, pl. „az ember fogalma nem üres”. ([6] ; 143) A „tárgy - nem tárgy” megkülönböztetésnek azonban értelemszerűen csak bizonyos nyelv, vagy nyelvi fragmentum keretein belül van értelme, mivel bármi csak azáltal kezelhető jellemezhető tárgyként, hogy megnevezést kap. A különböző szemantikai kategóriákhoz tartozó objektumokról, így a „nem tárgy” kategóriába tartozó predikátumokról és kijelentésekben állított szituációkról való gondolkodás során ezek értelemszerűen maguk is a gondolkodás tárgyává válnak. A különböző szemantikai kategóriákhoz tartozó kifejezések összehasonlító elemzésekor, a róluk való beszédkor egyfajta metanyelvre van szükség. A tárgy

kifejezés tehát azt fejezi ki, hogy valami a gondolkodás számára adott. Más kérdés az, hogy a gondolkodás számára adott tárgyak milyen *léttel* bírnak. Egyfajta álláspont szerint csak és kizárólagosan a reális, térben és időben levő tárgyak bírnak reális léttel, a predikátumok által képviselt tulajdonságok, illetve relációk és a kijelentésekben állított szituációk csak a gondolkodás számára, a gondolkodásban léteznek. Ezen álláspont szerint mindezek *hiposztázisok*. A tárgy, vagy individuális objektum tehát a predikatív kifejezések argumentumában szereplő kifejezések (individuumnevek) jelölete. Az individuumnevek közé valódi individuumnevek, vagyis tulajdonnevek és leírások, vagyis deskripciók tartoznak. Az individuumnevek funkciója az, hogy valamely individuális objektumot (dolgot) megnevezzenek), jelöljenek. Mint ilyenek, a logikai grammatika egyik alapkategóriáját alkotják. Az individuumnevekkel kapcsolatban igen nagy jelentőséggel bír a nyelvi kifejezések nevekként történő használatának két alapvető elve, nevezetesen az egyjelentés és a tárgyiság elve. Az egyjelentés elve a névhasználattal szemben támasztott azon követelményt fejezi ki, hogy minden névként használt kifejezés (meghatározott kontextusban) csak egy objektum neve lehet. Ez az objektum az adott név denotátuma, vagy más szóval nominátuma, magyarul jelölete. Valamely individuumnév és az általa jelölt, megnevezett objektum, vagyis az adott név denotátuma között egy-egyértelmű megfeleltetésnek kell fennállnia. A tárgyiság elve szerint a kijelentésekben, mondatokban szereplő nevek azok nominátumait képviselik, az állítások tehát ezen nominátumokra s nem magukra a nevekre vonatkoznak.

Frege nézetének megfelelően valamely mondat (kijelentés) igaz mivoltának előfeltétele az, hogy az adott kijelentés logikai alanyaként szereplő individuumnévnek legyen jelölete, azaz, hogy létezzen az az individuális objektum, melyet az adott individuumnév megnevez. A kérdéses egzisztenciakijelentések esetében az adott kijelentés éppen a logikai alanyról állítja azt, hogy az létezik, illetve ellenkezőleg, azt, hogy az nem létezik. Ez pedig tautológiát eredményez, hiszen az adott kijelentés igazságának előfeltétele a logikai alanynak megfelelő individuum létezése. Ennek megerősítése a kijelentésben tautológikus, semmitmondó, hasonlatosan az „a = a” alakú kifejezések információtartalmához. Az egzisztenciaállítások ebben az esetben akkor és csak akkor nem tautológikusak, ha feltételezettek nemlétező individuális objektumok. Ez másképpen fogalmazva azt jelenti, hogy a tárgyalási univerzumnak lehetséges olyan eleme is, amelyre nézve a '*létezik*' (< ...(*van*) *létező* >) predikátum nem igaz, azaz van olyan (lehetséges olyan) individuális objektum, amely e predikátum által képviselt tulajdonsággal (a létezés tulajdonságával) nem bír. Ez a nézet ilyen módon szükségszerűen a nemlétező objektumok problematikájával szembesül.

A nemlétezésnek, mint tulajdonságnak az elismerése, s ezzel együtt nemlétező individuális objektumok elismerése azt jelenti, hogy a

$\sim E(a)$

formula interpretálható olyan módon, hogy a formulának megfelelő természetes nyelvi mondat az „IGAZ” igazságértéket veszi fel, azaz hogy e mondat faktuális értéke az „IGAZ” igazságérték legyen. Az interpretálás e névparamétert tartalmazó mondat formula esetében a névparaméter adott tárgyalási univerzumba eső jelölétének, vagyis a faktuális értékének megadását jelenti. A

$\sim E(a)$

formula, illetve az e formulának megfelelő szinguláris kijelentés igaz mivoltából következően adódik a

$\sim E(a) \Rightarrow \exists x[\sim E(x)]$

formula.

Ez a következtetés az ún. „létezési következtetés”, amely a klasszikus elsőrendű logikában érvényes kvantifikációs törvények egyikének felel meg. A logikai következtetés jobb oldalán nyilvánvaló logikai ellentmondást megtestesítő formula szerepel, amely természetes nyelven az alábbi módon interpretálható: „Van olyan valami (\Leftrightarrow létezik olyan valami), ami nem létezik.” Ez a formula az ún. „létezés paradoxon” logikai struktúráját kifejező formula.

Vegyük még egyszer lépésről lépésre szemügyre, hogy miből keletkezett ez a logikai ellentmondás és miben is áll valójában ez. Az ellentmondás létrejötté szempontjából kulcsfontosságú az a kiinduló feltételezés, hogy a létezés individuális objektumok tulajdonsága, méghozzá osztályozó (klasszifikációs) tulajdonsága. Mit is jelent ez valójában? Az, hogy a létezés individuális objektumok tulajdonsága azt jelenti, hogy a $\langle \dots(\text{van}) \text{ létező} \rangle$ predikátum egyargumentumú elsőrendű predikátumnak tekintett, amelynek értelmezési tartományába individuális objektumok tartoznak (másképpen fogalmazva e predikátum argumentumában individuális objektumokat megnevező individuumnevek szerepelhetnek). Ez a predikátum, mint individuumnevekből mondatokat képező funktor, lényegében egy speciális függvényként értelmezett, amely függvény az értelmezési tartományába eső individuális objektumok mindegyikéhez az „IGAZ” vagy a „HAMIS” igazságérték valamelyikét rendeli, de mindig csak ezek egyikét, kizáró vagylagossággal. A $\langle \dots(\text{van}) \text{ létező} \rangle$

predikátum faktuális értéke az a szabály, amely megmondja, hogy ez a predikátum mely individuális objektumokra nézve igaz és melyekre nézve hamis. Azon individuális objektumok, amelyekhez az „IGAZ” igazságérték, mint absztrakt objektum rendelt e függvény által, a létezők, ezekre nézve igaz ez a predikátum. Ezek az individuális objektumok alkotják e predikátum igazságtartományát, igazsághalmazát. Kiinduló feltételezés, méghozzá igen lényeges feltételezés volt az, hogy a $\langle \dots(\text{van}) \text{ létező} \rangle$ predikátum nem univerzális predikátum, azaz nem olyan predikátum, amely a tárgyalási univerzum minden egyes elemére nézve szükségszerűen igaz, vagyis lehetséges olyan individuális objektum, amelyhez e predikátum faktuális értéke a „HAMIS” igazságértéket rendeli. Ez egyszerűen fogalmazva annyit tesz, hogy a tárgyalási univerzumban lehetségesek olyan individuális objektumok, amelyeket nem illet meg a létezés tulajdonsága, amelyekre nézve ez a tulajdonság nem áll fenn, nem igaz. Ezek az individuális objektumok a nemlétező individuális objektumok. Világosan kell látni, hogy ez annak a konzekvenciája, hogy kiindulási feltételezésként a létezéspredikátum nem tekintett univerzális predikátumnak. Ha annak tekintett volna, akkor a tárgyalási univerzum csak létező individuális objektumokból állt volna, s ekkor ez a predikátum – éppen ebből következően – nem lett volna osztályozó (osztályozásra alkalmas) predikátum, tulajdonság. Hiszen, ha egy tulajdonság minden elképzelhető tárgyat (individuális objektumot) szükségszerűen megillet, akkor ezen tulajdonság alapján nem lehet az individuális objektumok egy csoportját elkülöníteni. Mivel a létezéspredikátum nem tekintett univerzális predikátumnak, azért ez a predikátum s az általa képviselt tulajdonság alkalmas arra, hogy a tárgyalási univerzum elemeit osztályozza, hiszen egyes individuális objektumokra nézve ez a predikátum igaz lesz (ezek lesznek a létezők, mivel őket megilleti a létezés tulajdonsága), más objektumokra nézve azonban ez a predikátum nem lesz igaz, ezek tartoznak ebből adódóan majd a nemlétező individuális objektumok közé.

A paradoxont kifejező formulában szerepel az egzisztenciális kvantor is, más néven a létezési kvantor. A létezési kvantor változót lekötő logikai operátor. Természetes nyelvi megfelelője e szimbólumnak a „*létezik olyan, hogy ...*”, illetve a „*van olyan, hogy ...*” kifejezések. A létezési kvantor azt jelenti, hogy a „*tárgyalási univerzum legalább egy elemére...*”. Az egzisztenciális kvantor alkalmazása a hatókörében levő változóra az egzisztenciális kvantifikáció. A „ $\exists x.A(x)$ ” egzisztenciális kvantifikáció adott tárgyalási univerzumon belül akkor és csak akkor igaz, ha x változót lehet legalább egy esetben az adott tárgyalási univerzumon belül úgy értékelni, hogy $A(x)$ igaz legyen, azaz az x változó nem minden értékére hamis $A(x)$. Az egzisztenciális kvantifikáció lényegében az alternáció általánosításának tekinthető.

Világosan kell látni, hogy a létezési paradoxonban megfogalmazott ellentmondás abból adódik, hogy a klasszikus logikában értelmezettek szerint az egzisztenciális kvantor értelmezési tartománya a tárgyalási univerzum egésze, azaz a hatókörében levő 'x' változó a tárgyalási univerzum egészét „befutja”, míg az 'E(x)' predikátum igazságtartománya csak részhalmaza a tárgyalási univerzumnak, vannak tehát (lehetnek) olyan individuális objektumok, amelyek a ' $\sim E(x)$ ' predikátum igazságtartományába esnek. A paradoxont eredményező levezetésben fontos szerepet játszik még az úgynevezett szinguláris létezési következtetés. Ez a létezési következtetés magától értetődő és egyszerűen bizonyítható (ettől azonban itt most eltekintünk).

4. A létezés paradoxon halmazelméleti megközelítése

A következőkben a szimbolikus logika eszközeivel, alapvetően a halmazelméletre támaszkodva mutatjuk be a létezés paradoxon mibenlétét.

A probléma mibenlétének feltárása során első lépésként az individuális objektumok megnevezésére szolgáló individuumnevek és a jelölétük, azaz az általuk megjelölt individuális objektumok közötti kapcsolatot elemezzük. E kapcsolat mibenlétének a jellemzéséhez szükséges a nyelv világa és a nyelven kívüli világ közötti különbségtétel. Nem definiáljuk a nyelv világának objektumait, ezeket a természetes nyelvérzékre hagyatkozva ismertnek feltételezzük. Amikor a nyelven kívüli világról, annak objektumairól teszünk kijelentéseket, akkor azt mondjuk, hogy e kijelentések tárgynyelvi kijelentések. A nyelv világának objektumairól tett kijelentések ún. metanyelvi kijelentések. Magától értetődő, hogy bármit csak gondolkodásunk tárgyaként tudunk elgondolni, s „tárggyá téve” tudunk róla kijelentést tenni, legyen az adott objektum eredetileg a nyelv vagy a nyelven kívüli, azaz a nyelv által leképezett világ része. Ebből következően a nyelv világa és a nyelven kívüli világ objektumai közötti határvonal az adott megközelítéstől függően más és más lehet, nincs szó tehát merev elkülönítésről. Megállapításaink egy része metanyelvi kijelentésként értelmezhető, mivel magukról a nyelvi objektumokról, így például individuumnevekről szólnak.

A nyelvben előforduló individuumnevek \mathcal{D} halmazát olyan összességként értelmezzük, amely az összes individuumnevet, — értve ezalatt minden olyan nyelvi kifejezést és összetett kifejezést, amely individuális objektumok egy-egyértelmű megjelölésére szolgál, — elemként magában foglalja:

$$\mathcal{D} = \{\eta \mid \eta \text{ individuumnév}\}$$

' \mathcal{D} ' tehát az individuumnevek halmazára utal. A továbbiakban konkrét individuumnevek megadása helyett individuumnév paramétereket alkalmazunk. Ekkor a \mathcal{D} halmaz elemeinek megadásával a következőképpen definiált:

$$\mathcal{D} = \{\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots, \eta_i, \dots, \eta_n, \dots\}.$$

Itt

η_i individuumnév paraméter.

A nyelven kívüli világ individuális objektumainak összességét szintén halmazként értelmezzük, szem előtt tartva természetesen, hogy nem minden összesség tekinthető halmaznak. A nyelven kívüli világ dolgai és a nyelv világának objektumai közötti kapcsolat egy alapvető formája az individuumnév—individuális objektum közötti kapcsolat, az ún. név reláció. A nyelven kívüli világ objektumainak összességét az U halmaz foglalja magában.

$U := \{ o \mid o \text{ nyelven kívüli világ individuális objektumai} \}$

$U = \{ o_{\eta_1}, o_{\eta_2}, o_{\eta_3}, \dots, o_{\eta_i}, \dots, o_{\eta_n}, \dots \},$

ahol

o_{η_i} a nyelven kívüli világ individuális objektuma (amelynek megjelölésére az η_i individuumnév szolgál).

A halmazelmélet terminológiáját alkalmazva valamely η_i individuumnév és az általa megjelölt o_{η_i} individuális objektum közötti kapcsolat rendezett párként értelmezhető, amelynek első komponense az individuumnév, második komponense pedig az általa megnevezett individuális objektum:

(η_i, o_{η_i}) .

Az ilyen módon értelmezett rendezett pár komponensei között szigorú, nem megfordítható sorrend van.

A logikai értelemben szabatos nyelv esetében alapkövetelmény az individuális objektumok és a megnevezésükre szolgáló individuumnevek közötti egy-egyértelmű megfeleltetés. Ennek az a feltétele, hogy az előbbieken definiáltak szerint értelmezett rendezett párokra vonatkozóan teljesüljön az alábbi követelmény:

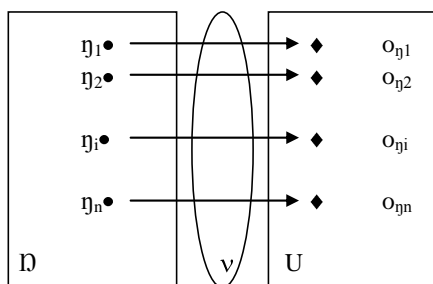
$\forall \eta_1. \forall \eta_2. \forall o_{\eta_1}. \forall o_{\eta_2} [((\eta_1, o_{\eta_1}) = (\eta_2, o_{\eta_2})) \equiv ((\eta_1 = \eta_2) \ \& \ (o_{\eta_1} = o_{\eta_2}))],$

azaz a rendezett párok akkor és csak akkor azonosak, ha a komponenseik azonosak (megegyeznek). Nem lehetséges (egy logikai értelemben vett egzakt nyelv esetében), hogy két különböző individuális objektumot egy és ugyanazon individuumnév nevezzen meg. A természetes nyelv esetében az a követelmény nem teljesül.

Az individuumnevek és a jelölétük közötti viszonyt, az ún. név relációt ilyen módon bináris relációként értelmezhetjük. A név-reláció, mint bináris reláció olyan halmaz, amelynek elemei a fentiek szerint értelmezett rendezett párok. Valamely nyelvet jellemző v névreláció ezek szerint (**2. ábra**):

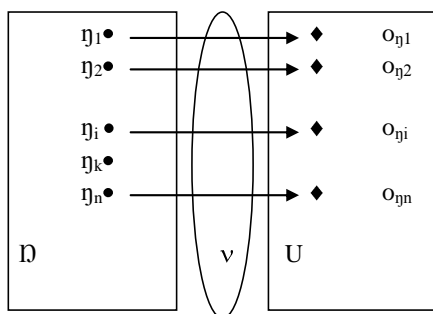
$$v = \{ [(\eta_1, o_{\eta_1}), (\eta_2, o_{\eta_2}), \dots, (\eta_i, o_{\eta_i}), \dots, (\eta_n, o_{\eta_n}), \dots] \}.$$

2. ábra



Abban az esetben, ha elfogadjuk, hogy vannak olyan individuumnevek, amelyeknek nincs jelölétük, úgy a fenti **2. ábra** az alábbiak szerint módosul (**3. ábra**):

3. ábra



Ebben az esetben:

$$\exists \eta. [\sim R_v(\eta)] \Leftrightarrow \sim \forall \eta. [R_v(\eta)],$$

vagyis

$\sim\{\forall \eta. \forall o. [\eta v o]\}$

azaz, van olyan $\eta \in \mathcal{D}$, hogy az nem komponense egyetlen rendezett párnak, azaz a v halmaz egyetlen elemének sem. Az összefüggésben

$R_v(\eta)$ a $\langle \dots \text{(van)} \text{ a } v \text{ bináris relációban (névrelációban) értelmezett rendezett párnak a komponense} \rangle$ predikátum szimbóluma.

Másképpen fogalmazva, a névreláció esetében a \mathcal{D} halmaz U halmazra való leképezése bijektív, azaz egyidejűleg szürjektív és injektív. Abban az esetben, ha az adott nyelvben van(nak) jelölet nélküli név (nevek), úgy v a \mathcal{D} halmaznak csak egy részhalmazát képzi le az U halmazra.

A névreláció a nyelv világát és a nyelven kívüli világot kapcsolja össze. A predikáció esetében nem erről van szó. A predikátumok olyan funktorként értelmezhetők, amelyek individuumnevekből mondatokat képeznek. A predikátumok jelölete bináris reláció, függvény, amely az U halmazban található individuális objektumokhoz, illetve ezek rendezett n -eseihez a két igazságérték, mint absztrakt objektum egyikét rendeli. Egyargumentumú predikátumok esetében az U halmaz elemei kerülnek megfeleltetésbe a \mathcal{V} halmaz elemeivel. A \mathcal{V} halmaz elemként a két igazságértéket, az 'IGAZ' igazságértéket és a 'HAMIS' igazságértéket, mint absztrakt objektumokat tartalmazza, azaz

$\mathcal{V} := \{v \mid v \text{ igazságérték, mint absztrakt objektum}\}.$

vagyis

$\mathcal{V} = \{v_1 = i ; v_2 = h\}.$

Az adott egyargumentumú predikátum faktuális értékeként szereplő ρ bináris reláció olyan halmazként értelmezett, amelynek elemei azok a rendezett párok, amelyek első komponense az U halmaz valamelyik eleme, második komponense pedig a \mathcal{V} halmaz egyik eleme:

$(o_{ni}, v_1) \in \rho,$

ahol értelemszerűen

$o_{ni} \in U$

és

$$v_1 \in V .$$

A ρ bináris reláció függvény, azaz olyan bináris reláció, amelyre fennáll, hogy bármely

$$(o_{ni}, v_i) \in \rho$$

és

$$(o_{ni}, v_k) \in \rho$$

esetén

$$v_i = v_k.$$

Szavakban kifejezve ez úgy fogalmazható meg, hogy valamely individuális objektumhoz a ρ bináris reláció, mint függvény egy és csakis egy igazságértéket rendel hozzá. Másképpen fogalmazva két rendezett pár akkor és csak akkor lehet egyenlő, ha elemeik azonosak. A hozzárendelés tehát egy-egyértelmű megfeleltetés. A ρ bináris reláció értelmezési tartományaként az U halmaz értelmezett, vagyis

$$D_\rho = U,$$

értékkészleteként pedig a V halmaz,

$$R_\rho = V .$$

A predikátumok esetében lényeges követelményként fogalmazott az meg, hogy minden egyes individuális objektumra nézve eldönthető legyen az, hogy az adott predikátum az adott objektumra nézve igaz, vagy sem. Ezt az alapvető követelményt fejezik ki az alábbi összefüggések:

$$\forall o. [\sim \exists \rho. [(o, v_1) \in \rho] \ \& \ (o, v_2) \in \rho] \Leftrightarrow \forall o. \forall \rho. [(o, v_1) \in \rho] \ \nabla \ [(o, v_2) \in \rho] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \forall o. \forall \rho. [\sim ((o, v_1) \in \rho) \equiv ((o, v_2) \in \rho)].$$

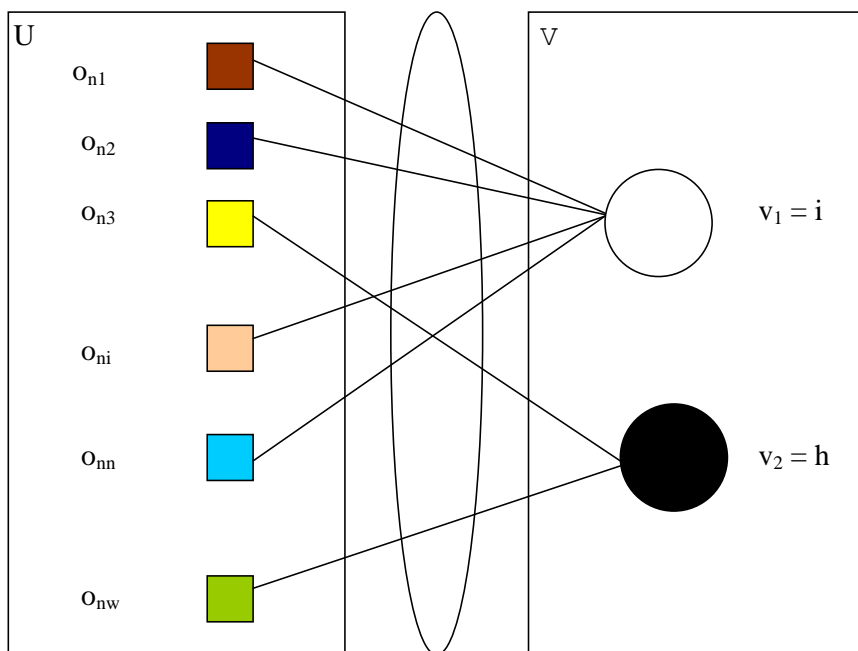
Minden predikáció lényegében klasszifikációt jelent, abban az értelemben, hogy U minden elemét hozzárendeli a két igazságérték valamelyikéhez (**4. ábra**), azaz

$$\forall o.[R_\rho(o)] \Leftrightarrow \sim \exists o.[\sim R_\rho(o)].$$

Az összefüggésben a

$R_\rho(o)$ a < ... (van) a ρ bináris relációban (névrelációban) értelmezett rendezett párnak a komponense > predikátum szimbóluma.

4. ábra



Azon individuális objektumok halmazát, amelyekhez az adott predikátum faktuális értéke az 'IGAZ' igazságértéket rendeli, az adott predikátum igazsághalmazának nevezzük és ' I_ρ ' szimbólummal jelöljük. Értelemszerűen:

$$I_\rho \subseteq U = D_\rho.$$

Ehhez hasonlóan értelmezhető az a halmaz is, amelyben azok az individuális objektumok találhatóak, amelyekhez az adott predikátum faktuális értékeként

funkcionáló függvény a „HAMIS” igazságértéket rendeli: ez a 'H_p' halmaz. A definícióból következően:

$$H_p \subseteq U = D_p,$$

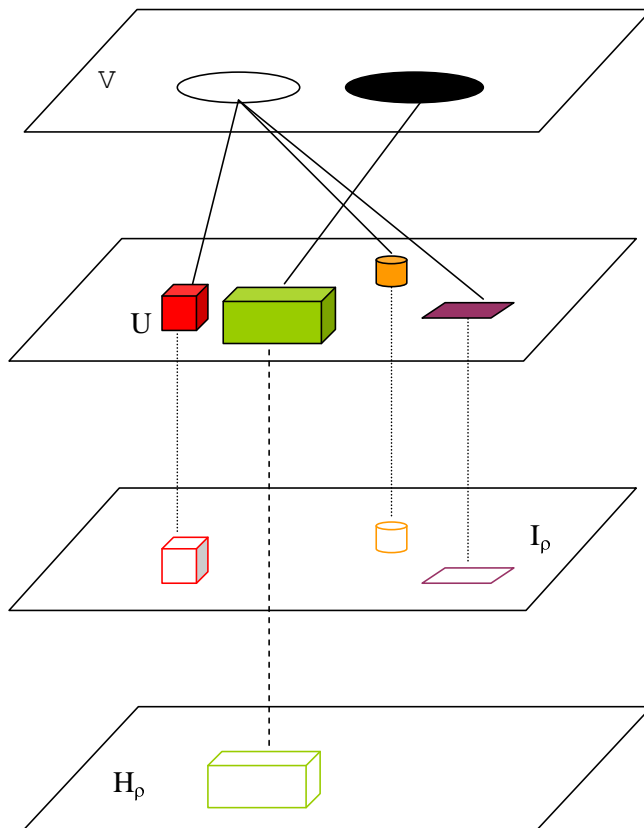
$$I_p \cup H_p = U = D_p,$$

valamint

$$I_p \cap (U = D_p) = H_p.$$

Az előbbiekből rögzítettekből következően, minden predikátum és a tárgyalási univerzum minden individuális objektuma esetében fennáll (**5. ábra**), hogy

5. ábra



$$\forall o. \forall \rho. [(o \in I_\rho) \nabla ((o \in (I_\rho \cap (U = D_\rho)))].$$

Valamely U tárgyalási univerzumon, (melynek elemei o_{n1} , stb.) és valamely P predikátumra vonatkozóan értelmezett univerzális kvantifikáció azt jelenti, hogy

$$\forall o. [P(o)] \Leftrightarrow (P(o_{n1}) \& P(o_{n2}) \& P(o_{n3}) \& \dots \& P(o_{ni}) \& \dots \& P(o_{nn}) \& \dots),$$

vagyis

$$\forall o. [P(o)]$$

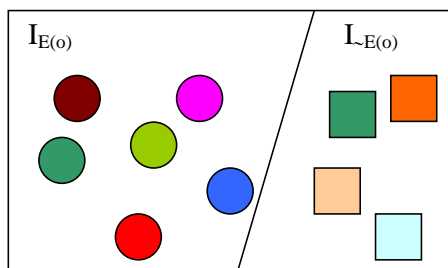
kvantifikált mondat akkor és csak akkor igaz, ha az 'o' változót lehet úgy értékelni, hogy az adott U tárgyalási univerzumon belül a P(o) igaz legyen az U tárgyalási univerzum minden elemére, az adott P mondat interpretációjának és a többi változó értékének változatlanul hagyása mellett. Az egzisztenciális kvantifikáció esetében az alábbiak állításáról van szó:

$$\exists(o). [P(o)] \Leftrightarrow (P(o_{n1}) \vee P(o_{n2}) \vee P(o_{n3}) \vee \dots \vee P(o_{ni}) \vee \dots \vee P(o_{nn}) \vee \dots).$$

Valamely $\exists(o). [P(o)]$ kvantifikált mondat akkor és csak akkor igaz, ha az 'o' változót lehet úgy értékelni, hogy az adott U tárgyalási univerzumon belül a P(o) igaz legyen az U tárgyalási univerzum legalább egy elemére, az adott P mondat interpretációjának és a többi változó értékének változatlanul hagyása mellett. Az univerzális és az egzisztenciális kvantifikáció bemutatott értelmezése alapján látható, hogy az úgy azok úgy értelmezhetők, hogy az az 'o' változó befutja az adott P predikátum ρ faktuális értékének teljes értelmezési tartományát, azaz befutja a teljes tárgyalási univerzumot.

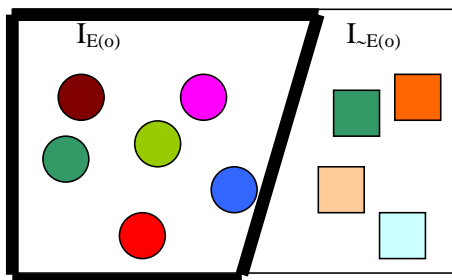
Amennyiben a $\langle \dots (van) létező \rangle$ predikátum elsőrendű, egyargumentumú predikátumként, tehát individuális objektumok tulajdonságát képviselő predikátumként értelmezett, amely individuumnevekből nem magától értetődő mondatokat képez, úgy az 'E(o)' („o létezik.”) kijelentés lehet igaz is, de felvehet 'HAMIS' igazságértéket (vagyis lehetséges, hogy vannak a tárgyalási univerzumon belül olyan individuális objektumok, amelyek nem bírnak a létezés tulajdonságával (\equiv nemlétezők)). Ez azt jelenti, hogy a $\langle \dots (van) létező \rangle$ (E(o)) predikátum igazsághalmaza részhalmaza a tárgyalási univerzumnak, vagyis ez a predikátum klasszifikálja (két részhalmaz valamelyikébe sorolja) az individuális objektumokat (**6. ábra**).

6. ábra



Az egzisztenciális kvantifikáció esetében, amikor a 'vannak' kifejezést használjuk, akkor a tárgyalási univerzum teljes egészére gondolunk, hiszen az 'o' változó a teljes tárgyalási univerzumot befutja, míg az előbbiek szerinti értelmezésben 'E(o)' predikátum esetében használt 'létezik' kifejezés a tárgyalási univerzum részhalmazára vonatkozóan értelmezett. Ebből következően a 'vannak' kifejezés és a 'létezik' kifejezés nem ugyanabban az értelemben használt. A 'létezik' kifejezés „hatóköre” (a neki megfelelő predikátum igazságtartománya) kisebb, mint a 'vannak' kifejezés „hatóköre” (7. ábra).

7. ábra



Az ábrákon

$I_{E(o)}$ az 'E(o)' predikátum igazságtartománya (igazsághalmaza),
 $I_{\sim E(o)}$ az ' $\sim E(o)$ ' predikátum igazságtartománya (igazsághalmaza).

Amennyiben az 'E(o)' predikátum olyan módon értelmezett, hogy

$$\forall o.[E(o)] \Leftrightarrow \sim \exists o.[\sim E(o)],$$

vagyis az ' $E(o)$ ' predikátummal képzett mondatok magától értetődő mondatok, úgy a ' $E(o)$ ' predikátum igazsághalmaza a tárgyalási univerzummal azonos, vagyis

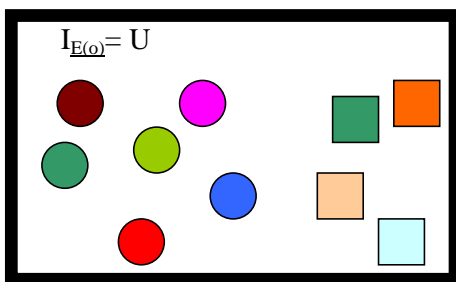
$$I_{E(o)} = U = D_{E(o)},$$

úgy a '*vannak*' kifejezés és a '*létezik*' kifejezés azonos értelemben használt. Ekkor azonban valójában már nem ' $E(o)$ ' predikátumról van szó, hanem ' $E(o)$ ' predikátumról, s az előző összefüggés ekkor a

$$I_{\underline{E(o)}} = U = D_{\underline{E(o)}}$$

alakot nyeri (**8. ábra**).

8. ábra



Itt

$I_{\underline{E(o)}}$ az ' $E(o)$ ' predikátum igazsághalmaza,

$D_{\underline{E(o)}}$ az ' $E(o)$ ' predikátum értelmezési tartománya.

Ebben az esetben a tárgyalási univerzum minden eleme bír a létezés tulajdonságával, nincsenek tehát nemlétező individuális objektumok. Ekkor ténylegesen ellentmondást fejez ki létezés paradoxon formulája:

$$\exists o.[\sim \underline{E(o)}].$$

Összefoglalva a bemutatottakat: a létezés paradoxon akkor és csak akkor lép fel, ha a '*létezik*' kifejezést az ' $E(o)$ ' predikátumnak megfelelő értelemben használjuk, vagyis az ' $E(o)$ ' predikátumot olyan predikátumként értelmezzük,

amely magától értetődő mondatokat képez individuumnevek argumentumként való behelyettesítésekor.

Összefoglalva az eddig bemutatottakat az

$\exists o.[\sim E(o)]$

formula logikai paradoxont fejez ki, akkor és csak akkor ha az 'E(o)' predikátum igazsághalmazára nézve fennáll a

$I_{E(o)} = U = D_{E(o)}$

összefüggés. Ekkor a '*létezik*' kifejezés a '*vannak*' kifejezéssel azonos értelemben használt.

Amennyiben

$I_{E(o)} \subset (U = D_{E(o)})$,

azaz a $\langle \dots(\text{van}) \text{ létező} \rangle$ ('E(o)') predikátum igazsághalmaza valódi részhalmaza a tárgyalási univerzumnak, úgy a

$\exists o.[\sim E(o)]$

formula nem fejez ki logikai paradoxont.

Ekkor

(1) értelmezettek „nemlétező” individuális objektumok,

és

(2) a '*létezik*' kifejezés nem azonos értelemben használt a '*vannak*' kifejezéssel.

5. A létezési kijelentések önazonossági kijelentésekként való felfogása

Frege korai létezésfelfogása az eddig bemutatottak alapján az alábbiakban összegezhető. A „*Dialog mit Pünjer über Existenz*” című dialógusban Frege azt fejt ki, hogy az egzisztenciakijelentések tartalma nem a ’létezni’, illetőleg a ’vannak’ kifejezésben van. Felfogása szerint a „*Vannak emberek.*” kijelentés ugyanazt jelenti, mint a „*Néhány ember önmagával azonos.*” mondat. A „*Leó Sachse létezik.*” mondat pedig tartalmi és logikai szempontból azonos (azonos jelentésű) a „*Leó Sachse önmagával azonos.*” mondattal. Érvelését a következőképpen támasztja alá: „*E két mondat egyike sem tagadható. Mindkét <mondatban> 'A' helyére az ember azt helyettesít, amit akar, <e mondatok> mindig igazak maradnak. Ezek nem bizonyítják, hogy 'A' két osztály valamelyikéhez hozzátartozik, hogy az valamely 'B' osztálytól elkülönítendő, hogy nem tartozik ez utóbbi osztályhoz. Amikor az ember kimondja az „'A' önmagával azonos.” mondatot, úgy csak az a célja lehet, hogy az azonosság logikai törvényét kimondja, nem pedig az, hogy 'A'-t bármilyen módon közelebből megismerje. Éppen úgy, ahogy állítható, hogy az „Ez az asztal létezik.” és az „Asztalok léteznek.” mondatokban a „létezni” <kifejezés> ugyanazt jelenti, úgy mondható az is, hogy az „Ez az asztal önmagával azonos.” és az „Az asztalok önmagukkal azonosak.” mondatokban az „önmagával azonos” predikátum ugyanazzal az értelemmel bír. Csak akkor azt is el kell ismerni, hogy az „Ez az asztal létezik.” és az „Ez az asztal önmagával azonos.” ítéletek teljességgel maguktól értetődőek, azaz hogy bennük erről az asztalokról tényleges tartalom nem kerül kimondásra. Ugyanolyan joggal, mint ahogy az olyan mondatot, mint „Emberek léteznek.” létezési kijelentésnek nevezik, abban a meggyőződésben, hogy a mondat tartalma a „létezik” kijelentésben van, a „Néhány ember önmagával azonos.” <kijelentést> [azonossági kijelentésnek]* lehetne nevezni, és a „Vannak emberek.” <kijelentés> azonossági kijelentés lenne. Egyáltalán, bármely <elgondolható> bizonyításban, amely arra irányul, hogy a „Vannak emberek.” mondat kijelentésének tartalmát a „Léteznek emberek.” <mondat> „létezni” <kifejezésében> felleljük, a „létezni” <szót> az „önmagával azonos” <kifejezéssel> felcserélhetnénk, anélkül, hogy ezáltal hibát véténénk.. Erre vállalkozom én.” [1 ; 70]*

Frege korai létezésfelfogása szerint tehát az egzisztenciakijelentések önazonossági kijelentésekként értelmezhetők, azaz

$$\exists x.[x = a] \leftrightarrow a = a$$

* A kéziratban „azonossági kijelentések” áll.

Azonossági kijelentések-é az egzisztenciakijelentések? — vetődik fel értelemszerűen a kérdés. A természetes nyelvi érzék és a józan értelem alapján intuitív módon hamar belátható, hogy ez a nézet meglehetősen problematikus. Azt mondjuk „*Vannak emberek.*”, azaz az emberek a létezők közé tartoznak. Ugyanakkor azt mondjuk, hogy „*Nincsenek (≡ nem vannak) walkürök.*” és „*A Pegazus nem létezik.*”. Frege érvelése azonban problematikus, hiszen igaz az, hogy „*Néhány ember önmagával azonos.*”, de ugyanilyen módon igaz az is, hogy a walkürök is azonosak önmagukkal, vagy „*A Pegzus azonos önmagával.*” Azaz, — az egyszerűség kedvéért Meinong terminológiájával élve — a nemlétező objektumok is bírnak tulajdonságokkal, s a nemlétező objektumokra nézve is fennáll az önazonosság logikai törvénye.

Nyilvánvaló, hogy Frege e nézetét alapvetően az a meglátás indukálta, hogy felismerte: az önazonossági kijelentések éppen olyan módon nem bővítik ismereteinket a kijelentések alanyáról, mint az egzisztenciakijelentések, (amennyiben a létezéspredikátum igazságtartománya a tárgyalási univerzummal azonos). Az önazonosságot állító kijelentések is magától értetődő kijelentések, akárcsak az egzisztenciakijelentések az előbbi premissza esetén. E logikai analógia ellenére azonban nyilvánvaló az is, hogy e nézet nem alkalmas arra, hogy közelebb vigyen a létezéspredikátum mibenlétének feltárásához. Közismert, hogy a Frege később változtatott e nézetén, s a létezéspredikátumot másodrendű predikátumként fogta fel.

6. Hivatkozott irodalom sorszám szerinti jegyzéke

[1] FREGE, GOTTLÖB: Dialog mit Pünjer über Existenz;

In: Frege, Gottlob: Nachgelassene Schriften und wissenschaftlicher Briefwechsel; Erster Band: Nachgelassene Schriften; Herausgegeben von H. Hermes, F. Kambartel und F. Kaulbach; Hamburg, 1969, p.60-75.

[2] FREGE, GOTTLÖB: Az aritmetika alapjai;

Fordította: Máté András; Áron Kiadó, Budapest, 1999

[3] FREGE, GOTTLÖB: Begriffsschrift und andere Aufsätze;

Herausgegeben von Angelelli Ignazio, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt; G. Olms, Hildesheim, 1964

[4] FREGE, GOTTLÖB: Függvény és fogalom;

in: Gottlob Frege: Logika, Szemantika, Matematika / Válogatott tanulmányok; Gondolat Kiadó, Budapest, 1980, p.104-134.

[5] FREGE, GOTTLÖB: Schriften zur Logik / Aus dem Nachlass;

Akademie Verlag, Berlin, 1973

[6] FREGE, GOTTLÖB: Fogalom és tárgy;

in: Gottlob Frege: Logika, Szemantika, Matematika / Válogatott tanulmányok; Gondolat Kiadó, Budapest, 1980, p.135-155.

[7] FAZEKAS ANDRÁS ISTVÁN: A modern létezésfogalom kialakulása /

Frege nézetei a 'van' kifejezés különböző értelmű használatáról;

Aletheia Kiadványok, Budapest, 2000

7. A témával kapcsolatos szakirodalom jegyzéke

ANGELELLI, IGNAZIO

Friends and Opponents of the Substitutivity of Identicals in the History of Logic
in: Studien zu Frege II. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann
Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976,
Band II., p.141-167.

ANGELELLI, IGNAZIO

Studies on Gottlob Frege and Traditional Philosophy
Dordrecht-Holland, 1967

AUSTIN, J. L.

The Foundations of Arithmetic: A Logico-Mathematical Enquiry into Concept
of Number
Oxford, Blackwell, 2nd edition: 1980

BAUM, R. J.

Philosophy and Mathematics from Plato to the Present
San Francisco, Freeman Cooper, 1973

BEANEY, MICHAEL

Frege Making Sense
Duckworth, 1996

BEANEY, MICHAEL (ED.)

The Frege Reader
Blackwell Publishers, 1997

BENACERRAF, P. – PUTNAM, H.

Philosophy of Mathematics
New York Prentice Hall, 1964
Cambridge University Press, 1983

BESSONOW, ALEXANDER, V.

Non-Fregean Foundations of Quantificational Logic
in: Philosophie und Logik / Frege-Kolloquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben
von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.155-160.

BIRJUKOV, B. V.

Two Soviet Studies on Frege

(Translated and ed. I. by Angelelli), Dordrecht-Holland, 1964

BURGE, T.

Frege on Extensions of Concepts, from 1883 to 1903

The Philosophical Review, 43 (1984), p.3-34.

BURGE, T.

Frege on Truth

In: Haaparanta, L. and Hintikka, J. (eds.): Frege Synthetized; Dordrecht, D. Reidel Publishing Co., 1986, p.79-154.

BYNUM, TERREL WARD

The Evolution of Frege's Logicism

in: Studien zu Frege I. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band I.

CARL, WOLFGANG

Frege's Unterscheidung von Gegenstand und Begriff

in: Studien zu Frege II. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band II., p.33-51.

CASTONGUAY, C.

Meaning and Existence in Mathematics

New York, Springer Verlag, 1972

CHURCH, A.

Introduction to Mathematical Logic, Volume I.

Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1981

CURIE, G.

Frege's Realism

Inquire 21, 1978

CURRY, H.

Outline of a Formalist Philosophy of Mathematics

Amsterdam, North Holland, 1958

DATHE, UWE

Theoretische Quelle des frühen Frege

in: Philosophie und Logik / Frege-Kollquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.39-45.

DOMBROWSKY, RALF

Existentiell praesupponierende Objektquantifikation, singulaere Subjekt-termini und Glaubekontexte

in: Philosophie und Logik / Frege-Kollquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.345-353.

DÖLLING, EVELYN

Brentanos und Freges Urteilslehre / Ein Vergleich

in: Philosophie und Logik / Frege-Kollquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.24-33.

DUDMANN, VICTOR, H.

Bedeutung for Predicates

in: Studien zu Frege III. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band III.

DUMMETT, M.

Frege as a Realist

Inquire 19, 1976

DUMMETT, M.

Frege and Wittgenstein

in: Block, I. (ed.): Perspectives on the Philosophy of Wittgenstein; Cambridge, MIT Press, 1981

DUMMETT, M.

Frege's Philosophy

in: Truth and other Enigmas; Cambridge, Harvard University Press, 1981

DUMMETT, M. A. E.

The Interpretation of Frege's Philosophy

New York: Harper and Row, 1973

DUMMETT, MICHAEL

The Context Principle: Centre of Frege's Philosophy

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.3-20.

DUMMETT, MICHAEL

Frege on the Consistency of Mathematical Theories

in: Studien zu Frege I. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band I.

DUZI, MARIE

Frege, Notational Attitudes and the Problem of Polimorphism

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.314-324.

FINE, KITT

Properties, Proposition and Sets

Journal of Philosophical Logic 6 (June), 1977, p.135-192.

FREGE, GOTTLÖB

Az aritmetika alapjai

Fordította: Máté András; Áron Kiadó, Budapest, 1999

FREGE, GOTTLÖB

Logikai vizsgálódások I. / A Gondolat

Fordította: Máté András; Magyar Filozófiai Szemle, 1980/1, p.92-123.

FREGE, GOTTLÖB

Logikai vizsgálódások II. / A Tagadás

Fordította: Máté András; Magyar Filozófiai Szemle, 1980/1, p.92-123.

FREGE, GOTTLÖB

Logikai vizsgálódások III. / Összetett gondolatok

Fordította: Bimbó Katalin; Filozófiai Figyelő, 1988/4, p.88-102.

FREGE, GOTTLÖB

Grundgesetze der Arithmetik / Begriffsschriftlich abgeleitet / I. Band

H. Pohle, Jena, 1893; Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1962; H. Olms, Hildesheim, 1962

FREGE, GOTTLÖB

Grundgesetze der Arithmetik / Begriffsschriftlich abgeleitet / II. Band
H. Pohle, Jena, 1903; Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1962; H.
Olms, Hildesheim, 1962

FREGE, GOTTLÖB

Nachgelassene Schriften und wissenschaftlicher Briefwechsel
Erster Band: Nachgelassene Schriften; Herausgegeben von H. Hermes, F.
Kambartel und F. Kaulbach ; Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1976

FREGE, GOTTLÖB (ANGELELLI, I. (Hrsg.))

Begriffsschrift und ander Aufsätze
Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1964
G. Olms, Hildesheim, 1964

FREGE, GOTTLÖB (ANGELELLI, I. (Hrsg.))

Kleine Schriften
Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1967
G. Olms, Hildesheim, 1967

FREGE, GOTTLÖB (PATZIG, G. (Hrsg.))

Funktion, Begriff, Bedeutung / Fünf logische Studien
Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1962
Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1966

FREGE, GOTTLÖB (PATZIG, G. (Hrsg.))

Logische Untersuchungen
Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1966

GROSSMANN, R.

Reflections on Frege's Philosophy
Evanston, 1969

GROSSMANN, REINHARDT

Frege's Fundamental Philosophical Mistakes
in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner
Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.226-232.

GROSSMANN, REINHARDT

Structures, Functions and Forms

in: Studien zu Frege II. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band II., p.11-33.

GUMANSKI, LEON

Logische und semantische Antinomien

in: Philosophie und Logik / Frege-Kolloquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.120-128.

HART, W. D.

Imagination, Necessity and Abstract Objects

in: Studien zu Frege I. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band I.

HEIJENOORT, J. van

From Frege to Gödel

Cambridge, Harvard University Press, 1967

HERSCH, REUBEN

A matematika természete

Typotex kiadó, Budapest, 2000

HODES, H.

The Composition of Fregean Thoughts

Philosophical Studies 41 (1982), p.161-178.

KHACHADOURIAN, HAIG

Kripke and Frege on Identity Statements

in: Studien zu Frege II. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band II., p.271-299.

KIENZLE, BERTRAM

Notiz zu Frege's Theorien der Identität

in: Studien zu Frege II. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band II. p.217-221.

KLUGE, EIKE-HENNER W.

Frege's Begriff des Logischeinfachen

in: Studien zu Frege II. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band II., p.351-67.

KORNER, S.

The Philosophy of Mathematics

New York, Dover, 1968

LECHNER, JOHANN

Ist Frege's Realitätsbegriff defizitär?

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.281-291.

LENZEN, WOLFGANG

Frege und Leibniz

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.82-93.

LINKE, PAUL, FERDINAND

Gottlob Frege als Philosoph

Zeitschrift für Philosophie 1. (1946), P.75-99.

LINSKY, LEONHARD

Frege and Russell on Vacuous Singular Terms

in: Studien zu Frege III. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band III.

LISKE, MICHAEL-THOMAS

Ist die Bedeutung einer Aussage ihr Wahrheitswert oder ein Sachverhalt?

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.232-241.

MADDY, P.

Realism in Mathematics

New York, Oxford University Press; 1987

MAJER, ULRICH

Frege's Non-Logical basis of Arithmetic

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.138-150.

MARES, EDWIN, D.

Fictional Objects and Fregean Sinne

in: Philosophie und Logik / Frege-Kolloquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.65-73.

MATERNA, PAVEL

Logik und Begriff

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.180-193.

MAX, INGOLF – STELZNER, WERNER

Logik und Mathematik / Frege Kolloquium, Jena, 1993

Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995

MEIXNER, UWE

Nominalistischer Logizismus

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.460-470.

MEIXNER, UWE

An Ontology Intensional Entities

in: Philosophie und Logik / Frege-Kolloquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.226-229.

MORENO, LUIS FERNÁNDEZ

Logical laws and the Word „True”

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.241-249.

NIDDITCH, P. H.

The Development of Mathematical Logic

Glencoe, Ill., Free Press, 1962

NIEBEL, FRIEDRICH

Gibt es einen Dualismus in Freges Quantifikationskonzeption?

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.68-82.

NOMOTO, KAZUYUKI

Frege on Truth and Meaning

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.249-260.

PARSONS, C.

Frege's Theory of Number

In: Black, M. (ed.): Philosophy in America; Ithaca, N.Y.:Cornell University Press, 1965, p.180-203.

PARSONS, CHARLES

Some Remarks on Freges Conception of Extension

in: Studien zu Frege I. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band I.

PATZIG, GÜNTHER

Gottlob Frege und die „Grundlagen der Arithmetik“

Neue Deutsche Hefte 13 (1966), Heft 109. p. 53-68.

PECKHAUS, VOLKER

The Genesis of Grelling's Paradox

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.269-281.

PERRY, J.

Frege on Demonstratives

Philosophical review 86 (1977), p.474-497.

QUINE, W. V. O.

On Frege's Way Out

in: Quine, W. V. O.: Selected Logical Papers; New York, Random House, 1966

RESNIK, M. D.

Frege and the Philosophy of Mathematics

Ithaca, N.Y.: Cornell University Press, 1980

RESNIK, M. D.

Die Frege-Hilbert Kontroverse

in: Studien zu Frege I. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band I.

RICKETTS, THOMAS (ed.)

The Cambridge Companion to Frege
Cambridge University Press, 2000

RUSNOCK, PAUL

Remarks on Frege-Hilbert Dispute

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.150-165.

SAINSBURY, R. M.

On Fregean Argument for Distinctness of Sense and Reference
Analysis 43 (January, 1983), p.12-14.

SALMON, N.

Fregean Theory and the Four Worlds Paradox
Philosophical Books 25 No.1. (1984), p.7-11.

SCHIRN, MATTHIAS

Identität und Identitätsaussage bei Frege

in: Studien zu Frege II. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band II., p.181-217..

SCHIRN, MATTHIAS (Hrsg.)

Studien zu Frege I. / Logik und Sprachphilosophie

Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band I.

SCHIRN, MATTHIAS (Hrsg.)

Studien zu Frege II. / Logik und Sprachphilosophie

Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band II.

SCHIRN, MATTHIAS (Hrsg.)

Studien zu Frege III. / Logik und Sprachphilosophie

Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band III.

SCHNEIDER, HANS-JULIUS

Begriffe als Gegensaende der Rede

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.165-180.

SIMONS, PETER

A Theory of Complex Number in Spirit of Grundgesetze

in: Logik und Mathematik ; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.93-112.

SLUGA, H.

Frege and the Rise of Analitic Philosophy

Inquire 18, 1977

SLUGA, H. (ed.)

The Philosophy of Frege / General assesments and historical accounts of Frege's Philosophy / Volume 1

New York and London, Garland Publishing Inc., 1993

SLUGA, H. (ed.)

The Philosophy of Frege / Logical foundations of mathematics in Frege's philosophy / Volume 2

New York and London, Garland Publishing Inc., 1993

SLUGA, H. (ed.)

The Philosophy of Frege / Meaning and ontology in Frege's philosophy / Volume 3

New York and London, Garland Publishing Inc., 1993

SLUGA, H. (ed.)

The Philosophy of Frege / Sense and reference in Frege's philosophy / Volume

4

New York and London, Garland Publishing Inc., 1993

STEINACKER, PETER

Die epistemologische Aspekte einer nichtklassischen Negation

in: Philosophie und Logik / Frege-Kolloquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.329-338.

STELZNER, WERNER (Hrsg.)

Philosophie und Logik / Frege-Kolloquien, Jena, 1989/1991

Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992

STELZNER, WERNER

Wahrheits- und Falschheitsfunktionen in Begriffsschrift der *Grundgesetze*

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.58-68.

STERNFELD, R.

Frege's Logical Theory

Carbondale & Edwardsville, 1966

STERNFELD, ROBERT

The Logistic Thesis

in: Studien zu Frege I. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band I.

STERNFELD, ROBERT

The Mathematization of Logic: Quantified Sentences

in: Studien zu Frege II. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band II., p.33-51.

STEVENSON, LESLIE

Frege's zwei Definitionen der Quantifikation

in: Studien zu Frege II. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band II. p.103-125.

STREHLE, PETER

Kann eine erweiterte Frege-Semantik für Begriffe auf andere logisch-semantische Kategorien analogisiert werden?

in: Philosophie und Logik / Frege-Kolloquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.73-77.

STUHLMANN-LAEISZ, RAINER

Warum sind ein Zeichen, sein Sinn und seine Bedeutung paarweise verschieden?

in: Philosophie und Logik / Frege-Kolloquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.57-65.

SUTER, RONALD

Frege und Russell über das „Paradox der Identität“

in: Studien zu Frege II. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band II., p.257-271.

SWAYDER, DAVID, S.

On the Determination of Reference by Sense

in: Studien zu Frege III. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band III.

THIEL, CHRISTIAN

Zum Verhältnis von Syntax und Semantik bei Frege

in: Philosophie und Logik / Frege-Kolloquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.3-16.

THIEL, CHRISTIAN

Gottlob Frege: Die Abstraktion

in: Studien zu Frege I. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band I.

TICHY, P.

The Foundations of Frege's Logic

New York, Gruyter, 1988

TIENSON, J.

Hesperus and Phosphorus

Australasian Journal of Philosophy 62, No.1. (1984), p.16-25.

TRETTIN, KAETHE

Frege und die Wahrheitsproblem

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.260-269.

TYE, M.

The Puzzle of Hesperus and Phosphorus

Australasian Journal of Philosophy 56, No.3. (1978), p.219-224.

WANG, H.

From Mathematics to Philosophy

London, Routledge & Kegan, 1972

WEINER, JOAN

Frege in Perspective

Ithaca, N.Y.: Cornell University Press, 1990

WESSEL, HORST

Zur Lösung einiger Paradoxien

in: Philosophie und Logik / Frege-Kollquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.302-309.

WIESE, HEIKE

Zahl und Numerale / Analyse natursprachlicher Numeralkonstruktionen

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.517-531.

WIGGINS, DAVID

Frege's Problem of the Morning Star and the Evening Star

in: Studien zu Frege II. / Logik und Sprachphilosophie; Friderich Frommann Verlag, Günther Holzboog GmbH & Co, Stuttgart, Bad Cannstatt, 1976, Band II., p.221-257.

WILDER, R. L.

Introduction to the Foundations of Mathematics

New York, Wiley, 1968

WOLENSKI, JAN

Logicism and the Concept of Logic

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.112-120.

WOLFGANG, CARL

Frege's Theory of Sense and Reference

Cambridge University Press, 1994

WRIGHT, C.

Frege's Conception of Numbers as Objects

Aberdeen, Aberdeen University Press, 1983

WUTTICH, KLAUS

Welche Negation vererbt Wertlücke?

in: Logik und Mathematik; Herausgegeben von Ingolf Max und Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1995, p.418-430.

WUTTICH, KLAUS

Gottlob Frege / Philosoph der Sprache oder des Geistes

in: Philosophie und Logik / Frege-Kolloquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.45-52.

WUTTICH, KLAUS

Innere, aussere und presupponierende Negation

in: Philosophie und Logik / Frege-Kolloquien, Jena, 1989/1991; Herausgegeben von Werner Stelzner, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1992, p.338-345.