

FAZEKAS ANDRÁS ISTVÁN

A MODERN LÉTEZÉSFOGALOM KIALAKULÁSA
FREGE NÉZETEI A 'VAN' KIFEJEZÉS KÜLÖNBÖZŐ ÉRTELMŰ
HASZNÁLATÁRÓL

ALETHEIA KIADVÁNYOK
Budapest, 2000

TARTALOMJEGYZÉK

TARTALOMJEGYZÉK.....	5
BEVEZETÉS.....	7
1. FREGE NÉZETE A LÉTEZÉSPREDIKÁTUMRÓL (A 'VAN' KIFEJEZÉS EGZISZTENCIÁLIS ÉRTELMI HASZNÁLATA).....	10
1.1. A LÉT/LÉTEZÉS MIBENLÉTÉRE IRÁNYULÓ KÉRDÉS.....	10
1.2. FREGE LÉTEZÉSPREDIKÁTUMRÓL ALKOTOTT NÉZETÉNEK A KIALAKULÁSA.....	11
1.3. A LÉTEZÉSFOGALOM TARTALMA.....	16
1.4. „DIALOG MIT PÜNJER ÜBER EXISTENZ” (A LÉTEZÉSFOGALOMMAL KAPCSOLATOS TERJEDELMI KÉRDÉSEK).....	21
1.4.1. A dialógusban tárgyalt fő kérdések.....	21
1.4.2. A magától értetődő kijelentések fogalma.....	22
1.4.3. Pünjer és Frege álláspontja.....	23
1.4.4. Pünjer létezésfelfogása.....	24
1.4.5. Frege ellenvetései.....	25
1.4.6. A logikai paradoxonhoz vezető érvelés.....	26
1.4.7. A „létezés paradoxon”.....	28
1.5. KANT SZEREPE FREGE LÉTEZÉSPREDIKÁTUMRÓL ALKOTOTT NÉZETÉNEK KIALAKULÁSÁBAN.....	33
1.5.1. Kant és Frege álláspontjának különbsége.....	33
1.5.2. Kant kritikája.....	34
1.5.2.1. Az ítéletek abszolút szükségességével kapcsolatos ellenérv.....	34
1.5.2.2. A létezéspredikátummal kapcsolatos ellenérv.....	35
1.6. FREGE ÁLLÁSPONTJA AZ INDIVIDUÁLIS OBJEKTUMOKRA VONATKOZÓ EGZISZTENCIA-KIJELENTÉSEKKEL KAPCSOLATBAN.....	38
1.7. FREGE LÉTEZÉSFELFOGÁSÁNAK TOVÁBBI KONZEVENCIÁI.....	39
1.7.1. Problémafelvetés.....	39
1.7.2. Arisztotelész felismerése a „létező” fogalmával, mint legfelsőbb nemfogalommal kapcsolatban.....	40
1.7.3. A definíció arisztotelészi módszere (A genus és a species révén történő definíció).....	41
1.7.4. A "létező" fogalmának definiálhatatlansága.....	42
1.7.5. A tárgyalási univerzum felépítése.....	44
1.7.5.1. Fogalmi definíciók.....	44
1.7.5.2. Ontológiai előfeltevések.....	45
1.7.5.3. A létező fogalmának paradox volta.....	45
1.7.6. A naiv halmazelmélet antinómiái.....	47
1.7.7. A "létező" fogalmának definiálhatatlansága a halmazelméleti antinómiák tükrében.....	53
1.7.8. Frege létezésfelfogása az antinómiák tükrében.....	56
1.7.9. Az egzisztenciakijelentések grammatikája.....	58
1.7.10. A nemlétezéssel kapcsolatos logikai problémák különböző típusú kijelentésekben.....	63
1.7.10.1. Szinguláris egzisztenciakijelentések.....	63
1.7.10.2. Univerzális egzisztenciakijelentések.....	66
1.7.10.3. Partikuláris egzisztenciakijelentések.....	68
1.7.11. A nyelvi értelmezési bázis szerepe.....	68
2. A 'VAN' KIFEJEZÉS AZONOSSÁGI ÉRTELMI HASZNÁLATA.....	74
2.1. AZ AZONOSSÁGI KIJELENTÉSEK FREGE ÉRTELMEZÉSE SZERINT.....	74
2.2. LEIBNIZ AZONOSSÁGFELFOGÁSA A FREGEI KONCEPCIÓ TÜKRÉBEN.....	76
2.3. A FORMÁLIS ÉS A NEM FORMÁLIS AZONOSSÁGI KIJELENTÉSEK FREGE SZERINT.....	79
3. A 'VAN' KIFEJEZÉS PREDIKATÍV ÉRTELMI, AZAZ KOPULAKÉNT TÖRTÉNŐ HASZNÁLATA.....	83
3.1. A HAGYOMÁNYOS LOGIKA FELFOGÁSA A MONDATOK LOGIKAI SZERKEZETÉRŐL.....	83

3.2. FREGE PREDIKÁCIÓELMÉLETE	86
4. PREDIKÁTUMOK TERJEDELMI VISZONYA KÖZÖTTI ÖSSZEFÜGGÉST KIFEJEZŐ 'VAN' (AZONOS RENDŰ FOGALMAK KÖZÖTTI VISZONY: SZUBORDINÁCIÓ).....	95
5. KÉT KÜLÖNBÖZŐ RENDŰ PREDIKÁTUM VISZONYÁT KIFEJEZŐ 'VAN'	98
6. A 'VAN' KIFEJEZÉS TÖBBÉRTELMŰSÉGÉVEL KAPCSOLATOS PROBLÉMÁK	100
JEGYZETEK	103

BEVEZETÉS

A 'van' kifejezés nem egy a nyelv megszámlálhatatlanul sok és különböző funkciójú kifejezése közül. Ennek a szónak, illetve a 'lenni' ige különböző nyelvtani alakjának kitüntetett szerepe van a nyelvben. A 'van' szóban a lét nyílik meg az ember számára, e szó középponti jelentőségű a létmegértés szempontjából.

A 'van' kifejezés minden kijelentő mondatban, pontosabban minden kijelentő mondat ún. logikai normálalakjában jelen van, minden állítás megfogalmazásakor használjuk e szót, illetve ezen ige valamely ragozott alakját. Anélkül, hogy a tervezett vizsgálat logikai sorrendjét felborítanánk, s rögtön egyes kérdések tárgyalásába bocsátkoznánk, itt csak annyit jegyzünk meg, hogy a 'van' szó azokban a kijelentő mondatokban is ott van, amelyek grammatikai állítmánya valamely más ige. A 'van' szócska (vagy annak megfelelő nyelvtani alakja) az adott kijelentő mondat olyan átalakításakor kerül "napfényre", amely lehetővé teszi az adott kijelentés logikai finomszerkezetének vizsgálatát. A "*Péter fut.*" állítás a legegyszerűbb kijelentő mondatok egyike, amelyben a nyelvtani alany a '*Péter*' nevű individuum, a nyelvtani állítmány pedig a '*fut*' ige. E mondat logikailag a "*Péter [van] futó.*" mondattal ekvivalens. Ez a mondat logikai normálalakja. Logikai szempontból a kijelentés a < ... *van futó* > elsörendű, egyargumentumú predikátumnak a '*Péter*' individuumnévvel jelölt objektumra való vonatkoztatását jelenti. Az említett predikátum, mint speciális függvény e mondat faktuális értékeként az "IGAZ" igazságértéket rendeli e mondathoz, ha a '*Péter*' nevű individuum beletartozik a predikátum igazsághalmazába, ellenkező esetben a mondat faktuális értéke a "HAMIS" igazságérték.

Nincs olyan kijelentő mondat tehát, amelyben ne fordulna elő valamilyen formában a 'van' szó. E kijelentés annyiban szorul pontosításra, hogy egyes nyelvek, köztük a magyar nyelv sem teszi ki bizonyos esetekben a kopulát, azaz a 'van' kifejezés predikatív értelmű használata esetén a 'van' kifejezés csak „odaértett”. Ez azonban nem változtat az előbb említett tényen. A kopulaként szereplő (predikatív értelemben használt) 'van' kifejezés a kijelentésekben a logikai alany és a logikai állítmány viszonyának a "jele". A természetes nyelvekben azonban ez a viszony különbözőképpen jelölt. Egyes indoeurópai nyelvekben, így például az angol vagy a német nyelvben a magyar 'van' igenek megfelelő szócska nem hagyható el. Az indoeurópai nyelvek egy részében a kopula megjelenik a kijelentésekben. A latin '*est*', az angol '*is*', a német '*ist*', az orosz '*есть*' a kopula megfelelője. Míg a német nyelvben a "*János tanuló.*" kijelentésnek a "*Johann ist ein Schüler.*", az angol nyelvben pedig a "*John is a pupil.*" mondat felel meg, (mely mondatokban a kopula külön kifejezésként jelenik meg), addig a magyar nyelv nem teszi ki a kopulát ezen esetekben. Ugyanez a helyzet az azonossági állításokban, az olyan állítások esetében, mint amilyen például „*Az Esthajnalcsillag [van] a Vénusz.*” állítás. A magyar nyelvben harmadik személyű alany esetén a névszói állítmányhoz nem járul ige, ami annyit jelent, hogy a nyelvtani alany és névszói állítmány összekapcsolását "kopulációját" nem jelöli külön kopula, nem szerepel a mondatban a 'van' kopulaszó. Nem harmadik személyű alany esetén a kopulaszó a mondatban explicit formában is megjelenik, példa erre a "*Te nem vagy harcos.*" mondat. A grammatikai állítmány tehát névszói-igei összetett állítmány, mégha harmadik személyű alany esetén az igei rész el is marad.

A "*Bizonyosan van megoldás.*" mondatban a 'van' szó a létezés kifejezésére szolgál, tehát egzisztenciális értelemben használt. A magyar nyelvben ekkor nem maradhat el a létezés kifejező 'van'. Német megfelelője a mondatnak a "*Gewiss existiert eine Lösung.*", illetve a „*Gewiss gibt es eine Lösung.*” Angolul pedig az "*A solution exists certainly.*" vagy a „*There is a solution certainly.*” mondat fejezi ki ugyanezt. Az egzisztenciális értelemben használt 'van' kifejezés tehát a magyar nyelvben is megjelenik.

A "*Péternek van kutyája.*" mondatban a 'van' kifejezés a birtokviszony jelölésére szolgál. Ez a magyar és az orosz nyelv sajátossága. A különbség világosan látható, ha e kijelentést idegen nyelvre fordítjuk. A német nyelvben e kijelentésnek a "*Peter hat einen Hund.*" mondat felel meg. Az angol nyelvben ugyanezen mondat a "*Peter has a dog.*" mondattal fordítható.

A 'van' szócska tehát - ezt a későbbiekben részletesen bizonyítjuk - minden kijelentő mondatban, pontosabban minden kijelentő mondat ún. logikai normálalakjában ott "van". A különböző kijelentő mondatokban azonban - az alaki hasonlóság ellenére – logikai szempontból nem ugyanazon értelemben fordul elő e szó, nem ugyanazt a funkciót tölti be e kifejezés.

A nyelv a lét igazságának a háza - mondja Heidegger csodálatos költőiséggel és tömörséggel.¹ E mondatban Heidegger lételméleti vizsgálódásainak egyik középponti gondolatát fogalmazza meg, nevezetesen azt, hogy a lét - jóllehet nem, mint valamiféle létező - a nyelvben, a nyelven keresztül nyilvánítja meg magát a gondolkodás számára. A 'van' szócskát Heidegger középponti jelentőségűnek tartja a létmegértés, az emberi lét szempontjából. Mi lenne, ha nem lenne ez a szócska a nyelvünkben, teszi fel a kérdést Heidegger. „Egyszerűen csak egy névvel és egy igével lenne kevesebb a nyelvünkben? Nem. *Akkor egyáltalán nem lenne nyelv.* Akkor egyáltalán nem lenne az, hogy a létező, *mint olyan*, megnyílik a szavakban, hogy megnevezhető és beszélni lehet róla.” ([2] ; 42)^{*} Érdemes itt idézni e gondolkodónak a nyelv és a lét viszonyával, a 'van' jelentésének sokféleségével kapcsolatos gondolatait: „*A „lét” szó minden egyes változatában másképpen viszonyul magához a mondott léthez, mint a nyelv összes többi főneve és igéje az általuk mondott létezőhöz.*” ... „Bárhogyan értelmezzük is az egyes példákat, a "van" bemutatott mondása egyet világosan mutat: a "van"-ban sokféleképpen nyílik meg számunkra a lét. Az az elsöre kézenfekvő állítás, hogy a lét üres szó, ismételten és még határozottabban mutatkozik nem igaznak.” ([2] ; 45-46)²

Frege legfontosabb felismeréseinek egyike éppen a 'van' többértelműségének az állítása, s e többértelműség logikai mibenlétének a feltárása volt. Frege a 'van' kifejezésnek öt, egymástól logikailag különböző értelmű használatát különítette el. Ezek az alábbi példamondatokkal szemléltethetők.

* Az irodalmi hivatkozásokban a szögletes zárójelben levő szám a hivatkozott mű sorszáma szerinti irodalomjegyzékbeli számát adja meg. Ennek a sorszámnak az alapján található meg az adott forrás a „Hivatkozott irodalom sorszáma szerinti jegyzéké”-ben. A sorszámtól pontos vesszővel elválasztott szám a hivatkozás oldalszámára (oldalszámaira) utal.

- α) Egzisztenciális értelmű használat;
A Pegazus létezik. (A Pegazus [van] létező.)
- β) Azonossági értelmű használat;
($a = b$);
Az Esthajnalcsillag [van] a Vénusz.
- γ) A 'van' kopulaként történő, azaz predikatív használata;
($P(a)$);
János [van] asztalos.
- δ) Azonos rendű predikátumok terjedelmi viszonyai közötti összefüggést kifejező 'van' (szubordináció);
($\forall x.[F(x) \supset G(x)]$);
A tigris [van] ragadozó. ($\equiv$ Minden tigris [van] ragadozó.)
- ε) Két különböző rendű predikátum viszonyát kifejező 'van'.
A tigris [van] (egy) állatfaj.

Maga a problémafelvetés, s még inkább az arra adott válasz szinte teljesen előzmény nélküli, így kérdésként vetődik fel milyen úton, milyen megfontolások alapján jutott Frege a 'van' különböző értelmű használata közötti különbségtételre, s milyen filozófiai megfontolások állnak a 'van' azonossági értelmű, predikatív, egzisztenciális értelmű és szubordinációt kifejező stb. használata közötti különbségtétel mögött. Frege a 'van' különböző értelmű használatáról szóló nézeteit több helyen fejtette ki, nem található írásai között azonban olyan munka, ahol az előbbieken felsorolt ötféle használatot együtt, összefoglalóan tárgyalta volna.

Jelen tanulmány Fregenek a 'van' kifejezés többértelműségével kapcsolatos felfogását vázolja. Frege munkássága e téren is úttörő jelentőségű volt, hiszen tőle eredeztethető az a gondolat, felismerés, hogy a létezéspredikátum nem elsőrendű, azaz individuális objektumok tulajdonságait képviselő predikátum, hanem másodrendű predikátum, amely fogalmak tulajdonságát képviseli. Az azonossági kijelentések mibenlétének feltárását a jelentés és a jelölet közötti - nevéhez fűződő - különbségtétel tette lehetővé. A logika megújítása, a modern logikának azon sajátossága, hogy bizonyos nyelvi kifejezéseket függvényként értelmez ugyancsak Frege nevéhez kapcsolódik, aki a matematikai függvényekhez hasonlóan bevezette a logikai függvény fogalmát, forradalmi változást idézve elő ezzel a logika történetében. Az első és magasabbrendű fogalmak közötti különbségtétel szintén Frege érdeme. A modern szimbolikus logikának, és a filozófiai logikának a 'van' kifejezéssel kapcsolatos felfogását tehát Frege munkássága alapozta meg. Jelen tanulmány különböző, - e kérdéskörhöz kapcsolódó - értekezései alapján rekonstruálja Fregének a 'van' kifejezés logikailag különböző használatára vonatkozó nézeteit.

1. FREGE NÉZETE A LÉTEZÉSPREDIKÁTUMRÓL (A 'VAN' KIFEJEZÉS EGZISZTENCIÁLIS ÉRTELME HASZNÁLATA)

1.1. A lét/létezés mibenlétére irányuló kérdés

"A lét magától értetődő fogalom." - mondja Heidegger a "Lét és idő" első fejezetében, amikor a lét értelmére vonatkozó kérdéssel kapcsolatos előítéletek egyikét említi. *"Használatos minden megismerésben, minden kijelentésben, a létezőhöz való minden viszonyulásban és minden magunkhoz-viszonyulásban, és ilyenkor a kifejezés "minden további nélkül" érthető. Mindenki megérti: "az égnek kék színe van", "vidám vagyok" és az efféléket. Csakhogy épp ez az átlagos érthetőség bizonyítja az érthetelenséget. Világosan megmutatja, hogy a létezőhöz, mint létezőhöz való minden viszonyulásban és minden hozzá viszonyuló létben a priori egy talány lappang. Az, hogy eleve létmegértésben élünk, és hogy ugyanakkor a lét értelme homályba burkolódik, igazolja a "lét" értelmére irányuló kérdés megisméltésének elvi szükségességét."* ([3] ; 90-91)

A létezés problematikájával kapcsolatban általában három alapvető kérdés merül fel: mi létezik (1), mit jelent az, hogy valami létezik (2), végül pedig az a kérdés, hogy mi a létezés logikai státusza, azaz milyen logikai predikátumnak tekinthető a létezés? (3). Az első kérdés a klasszikus metafizika megfogalmazása szerint e fogalom extenziójának, vagyis terjedelmének meghatározására irányul, arra, hogy mely entitások sorolandók vagy éppenséggel nem sorolandók a létezők körébe, azaz mi e fogalom terjedelme. A második kérdés e fogalom tartalmára, intenziójára kérdez rá, arra, hogy milyen kritériumok alapján sorolható valamely entitás ezen fogalom alá, vagy éppenséggel minek alapján nem sorolandó oda. A két kérdés valójában csak egyetlen kérdés, pontosabban e két kérdés valójában egyazon kérdés két különböző, de egymással összefüggő és egymástól elválaszthatatlan vetületének felel meg. A modern logika terminológiájával élve bármely predikátum esetében - legyen szó elsőrendű vagy magasabb rendű predikátumokról, egyargumentumú vagy többargumentumú predikátumokról, - ha ismert az adott predikátum tárgyalási univerzumhoz viszonyított terjedelme, akkor ismert az adott predikátum faktuális értéke is, azaz az a függvény, (szabály) amely megmondja, hogy az adott predikátum mely dolgokra (individuális objektumokra, vagy ezek rendezett n-esére) nézve igaz, s melyekre nézve nem az. Azok az individuális objektumok, vagy ezen objektumok rendezett n-esei, amelyekre nézve az adott predikátum igaz, az adott predikátum terjedelmébe tartoznak. Ez fordítva is igaz. Bármely predikátum faktuális értékének ismeretében meghatározott annak terjedelme, igazságtartománya is. Közös meghatározottsága volt mind az első, mind a második kérdésnek, hogy mindkét kérdés hallgatólagosan feltételezte a létezés fogalmát, még hozzá elsőrendű fogalomként. A harmadik kérdés éppen annak tisztázására irányul, hogy logikai szempontból predikátumnak tekinthető-e a létezésfogalom, s ha igen, milyen predikátumnak. E harmadik kérdés sem választható el értelemszerűen az első kettőtől. Míg a korábbi korok metafizikájának, ontológiájának homlokterében jellemzően az első két kérdés megválaszolására irányuló erőfeszítés állt, addig a modern filozófiai logika érdeklődése mindenekelőtt a harmadik kérdés megválaszolására irányult és irányul. E harmadik kérdésre adott forradalmian új választ Frege.

1.2. Frege létezéspredikátumról alkotott nézetének a kialakulása

Frege 1884-ben jelentette meg „*Die Grundlagen der Arithmetik*” („*Az aritmetika alapjai*”) ([7]) című, 130 lap terjedelmű tanulmányát. E tanulmány tekinthető az első modern értelemben vett matematikafilozófiai értekezésnek. A mű azonban, ezen szakmai jelentőségén túlmenően azért is különös fontossággal bír, mert Fregenek a létezésfogalom mibenlétével kapcsolatos nézetei a számfogalom mibenlétével kapcsolatos vizsgálódásai során alakultak ki. A modern matematikai logika létezésfogalomra vonatkozó megállapításai tehát innen eredeztethetőek, s az itt kifejtett alapgondolatokat fejlesztette tovább számos más, – e téren jelentőset alkotó – gondolkodó, mint például Russell. A monográfiában a szerző elsősorban a számfogalom mibenlétét vizsgálta. Arra a kérdésre kereste a választ, hogy mi a számfogalom tartalma, hogyan lehet logikailag lezármaztatni a természetes számokat, mit jelent az, egészen pontosan mit értünk az alatt, amikor például azt mondjuk, hogy „*Itt három szék van.*”, vagy „*Az asztalnak négy lába van.*”? Frege az első részben néhány szerző véleményét, álláspontját mutatja be az aritmetikai tételek természetével kapcsolatban. A második rész a „számosság” fogalmával, a számfogalom mibenlétével kapcsolatos nézeteket ismerteti, míg a harmadik rész az „egység” és az „egy” fogalmának elemzésével foglalkozik. Frege az általa vizsgált kérdések elemzése során tételesen felvonultatja az adott problémához kapcsolódó fontosabb nézeteket, - filozófusok és matematikusok nézeteit, - majd ezek kritikáját követően ismerteti a tárgyra vonatkozó saját nézeteit. A mű negyedik fejezetében fejt ki a szerző azokat a gondolatokat, amelyek a modern létezésfogalom kialakulása szempontjából is meghatározó jelentőségűek.

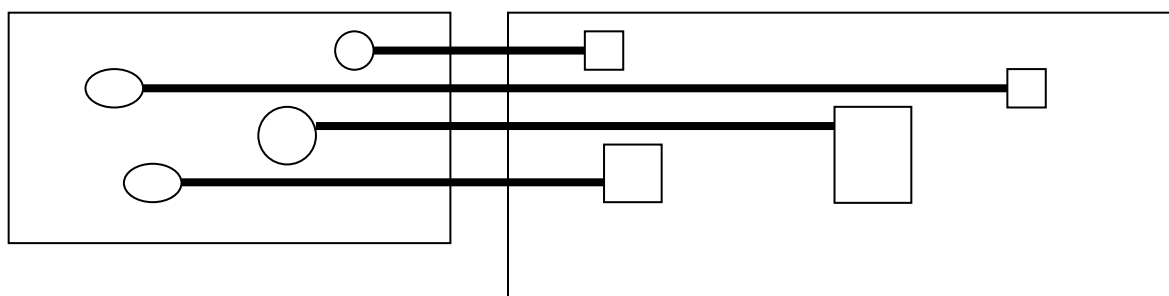
Frege felfogása szerint azoknak a dolgoknak az összessége, amelyekre az adott fogalom vonatkozik, egy osztályt alkot, s ez az osztály az adott fogalom terjedelme. Értelemszerűen ez az osztály adott esetben üres osztály is lehet. Frege ezen vizsgálódások során állapítja meg, hogy a fogalmak számossága a terjedelmükkel függ össze. Valamely fogalmat megillető számosság Frege felfogása szerint az adott fogalommal egyenlő számosságú fogalom terjedelme, ami másképpen fogalmazva nem más, mint az az osztály, amelynek elemei mindazok a fogalmak, amelyek az adott fogalommal egyenlő számosságúak. E gondolatmenet alapján tehát valamely fogalmat jellemző számosság végső soron - mivel e fogalmak helyettesíthetők terjedelmükkel - az az osztály, amely mindazon osztályokat bírja elemként, amelyek az adott fogalom terjedelmével azonos számosságúak. E meglehetősen bonyolult definíció szerint például a „*földrész*” fogalmat megillető számosság az összes ötelemű, (vagy, ha az Antarktist is ide soroljuk az összes hatelemű) osztályt magában foglaló (elemként tartalmazó) osztály. E nézetből következően a számosság, mint fogalom (azaz tulajdonság) fogalmakra vonatkozó fogalom, másképpen fogalmazva a számosság fogalmak tulajdonsága és - a hangsúly jelen vizsgálatunk szempontjából ezen van - nem a fogalmak alá tartozó individuális objektumoké. Azokat a fogalmakat, amelyek maguk is fogalmakra vonatkoznak, nevezte Frege később másodrendű fogalmaknak. A létezéspredikátum e felfogásból következően a fogalmak számosságával kapcsolatos tulajdonságot képvisel, mint predikátum, méghozzá azt a tulajdonságot, hogy az ezen másodrendű fogalom alá tartozó fogalmak számossága nem zérus. Érdekes itt még egyszer végigkísérni Frege gondolatmenetét, azt, ahogyan a létezéspredikátum fentiekben említett – első hallásra talán mehökkentő – definíciójához eljut. Frege a számosság (szám) fogalmának mibenlétét vizsgálva jut el ezen megállapításhoz. „*Az aritmetika alapjai*” című

tanulmányának IV. fejezetében veti fel azt a kérdést, hogy hogyan foghatunk fel egy számot, amiről sem képzzettel, sem szemlélettel, sem gyakorlati tapasztalattal nem rendelkezünk. Frege abból indul ki, hogy a számneveken önálló tárgyak értendők, ami azt jelenti, hogy a számnevek önálló objektumokat jelölnek. Első lépésként Frege annak a kritériumát keresi, hogy mikor tekinthető két fogalom számossága azonosnak. Ennek meghatározását követően már értelmezhető az adott fogalmat megillető számosság fogalma. A fogalmak alá individuális objektumok esnek. Frege akkor tekint két fogalmat egyenlő számosságúnak, ha az alájuk eső individuális objektumok kölcsönösen megfeleltethetők egymásnak. A kölcsönös megfeleltetést az alábbi (1.1. ábra) szemlélteti.

1.1. ábra

„F” Fogalom

„G” Fogalom

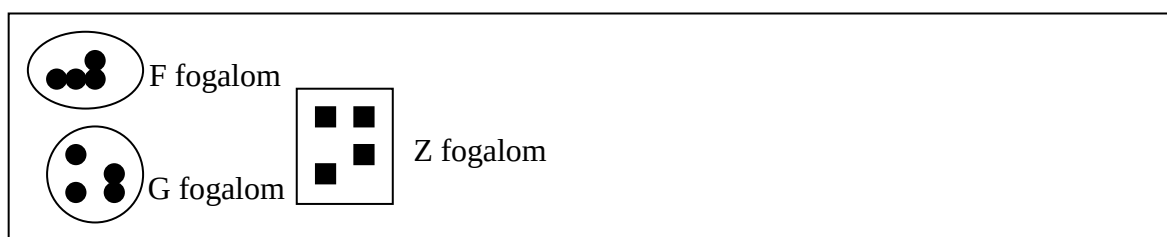


Azt mondja Frege, hogy fogalmak azonos számossága alatt érti „...annak a lehetőségét, hogy az egyik és a másik fogalom alá eső tárgyak kölcsönösen egyértelműen egymáshoz rendelhetők. Rövidség végett az F fogalmat a G fogalommal *egyenlő számosságúnak* fogom nevezni akkor, ha ez a lehetőség fennáll.” ([4] ; 90) A lényeg tehát itt a fogalom alá eső tárgyak egymásnak történő kölcsönös megfeleltethetőségén van, azaz minden individuális objektumnak van párja a másik fogalom alá tartozó individuális objektumok közül, és se az egyik, se a másik fogalom alá eső tárgyak között nem marad pár nélkül egyik sem. Azt is lehet mondani, hogy az adott fogalmak alá eső tárgyak ilyen módon egymásra (egymásba) vetíthetők. Mindezek után definiálja Frege a fogalmat megillető számosság fogalmát: „...az F fogalmat megillető számosság „az F fogalommal egyenlő számosságú fogalom terjedelme.” ([5] ; 146) A definícióban szereplő „az F fogalommal egyenlő terjedelmű fogalom terjedelme” kifejezés arra a fogalomra utal, amely alá az összes olyan fogalom tartozik, amelynek számossága megegyezik az adott F fogalom számosságával. Az érthetőség kedvéért ezt a fogalmat szimbolizálja a továbbiakban az „ $\mathfrak{F}$ ” szimbólum. Az „ $\mathfrak{F}$ ” fogalom alá tartoznak tehát mindazok a fogalmak, amelyek számossága megegyezik az F fogalom számosságával. Esetünkben az ábrának megfelelően e fogalom alá tartoznak mindazon fogalmak, amelyeknek pontosan annyi elemük van, mint az F fogalomnak. Az „ $\mathfrak{F}$ ” fogalom terjedelmébe tehát - többek között - beletartozik az „F” és a „B” fogalom is. Itt rögtön meg kell jegyezni, hogy ebben a vonatkozásban az „F fogalom” vagy a „B fogalom” kifejezés nem fogalmakat, hanem tárgyakat (individuális objektumokat) jelöl. Erre maga Frege utal: „Ha lerögzítjük, hogy az én beszédmódomban az olyan kifejezések, mint „az F fogalom” nem fogalmakat, hanem tárgyakat jelölnek, *Kerry* ellenvetései jórészt már elesnek. Amikor úgy véli (281. oldal), hogy én azonosítom a fogalmat és a fogalom-

terjedelmet, akkor téved. Én csak annak a véleményemnek adtam kifejezést, hogy az „F fogalmat megillető számosság az *F fogalommal egyenlő számosságú* fogalom terjedelme” kifejezésben a „fogalom terjedelme” szavak helyettesíthetők „fogalommal”. ([5] ; 146) **(1.2. ábra)**

1.2. ábra

„ $\mathfrak{F}$ ” fogalom



Az „ $\mathfrak{F}$ ” fogalomnak a jegye, hogy az alá tartozó fogalmak számossága megegyezik az F fogalom számosságával, azaz egy-egyértelmű megfeleltetés létesíthető ezen fogalmak alá tartozó tárgyak és az F fogalom alá eső tárgyak között. Az, ami az „ $\mathfrak{F}$ ” fogalomnak a jegye az az „ $\mathfrak{F}$ ” fogalom alá tartozó individuális objektumoknak (esetünkben individualizált fogalmaknak) tulajdonsága. Az „ $\mathfrak{F}$ ” fogalom jegye az, hogy az alá eső tárgyak (individualizált fogalmak) terjedelme pontosan annyi elemű, mint amennyi az ábrán látható. Ezt a tulajdonságot a *< ... van pontosan annyi elemű, mint amennyi az ábrán látható >* predikátum képviseli. Ha a továbbiakban a „pontosan annyi elemű, mint amennyi az ábrán látható” kifejezés helyett megállapodásszerűen a „négyelemű” kifejezést használjuk akkor tulajdonképpen a négy fogalmának a definícióját adtuk meg, e fogalomhoz jutottunk. Összefoglalva tehát mindezt, azt mondhatjuk, hogy az F fogalmat megillető számosság, mint tulajdonság a *< ...van négyelemű >* predikátum által képviselt tulajdonság. Leegyszerűsítve ez azt jelenti, hogy az F fogalom terjedelme, mint osztály négyelemű, vagy még egyszerűbben, az F fogalom alá négy individuális objektum tartozik. E gondolati levezetésből látható, hogy a számosság (például az, hogy valamely fogalom terjedelme - azaz a terjedelmének megfelelő osztály - négyelemű) fogalmak tulajdonsága. A *< ...van négyelemű >* stb. predikátum, mint tulajdonság tehát maga is fogalmak tulajdonsága, azaz e predikátum predikátumokra vonatkozik, e predikátum argumentumában predikátum szerepel. Az ilyen predikátumokat nevezi később Frege másodrendű predikátumoknak, s az e predikátumoknak megfelelő fogalmakat nevezi másodrendű fogalmaknak. Problémaként vetődik fel azonban a „0”, a zérus szám definiálása. Frege a zérus számot olyan fogalomterjedelemre visszavezetve definiálja, amely biztosan üres, amibe semmilyen tárgy nem esik bele. Ilyen fogalom az „önmagával való nem azonosság fogalma”. A következőket írja erről: „Mivel az „önmagával nem azonos” fogalom alá semmi sem esik, így kezdem a meghatározást:

0 az a számosság, amely az „önmagával nem azonos” fogalmat megilleti.

Esetleg megütközést kelthet, hogy itt fogalomról beszélek. Talán azt az ellenvetést teszik, hogy (az önmagával nem azonos) ellentmondást tartalmaz, és emlékeztet a jól ismert fából vaskarikára és a szögletes körre. Nos, úgy gondolom, ezek nem olyan rosszak, mint a hírük. Szükség ugyan éppenséggel nincs rájuk, de ártani sem tudnak, hacsak nem tesszük föl eleve, hogy valamilyen tárgy esik alájuk; és ezt pusztán a fogalom használatával még nem tesszük meg. Ha egy fogalom ellentmondást tartalmaz, az nem mindig olyan nyilvánvaló, hogy ne szorulna vizsgálatra; de ehhez először birtokolnunk kell a fogalmat, és ugyanúgy kell logikailag kezelnünk, mint az összes többit. A logika részéről, a bizonyítások szigorúsága érdekében, egy fogalomtól mindössze annyit kell megkívánni, hogy élesen határolt legyen, azaz minden tárgyra meghatározott legyen, hogy a fogalom alá esik, vagy nem. Az ellentmondást tartalmazó fogalmak, mint az „önmagával nem azonos”, mindig kielégítik ezt a követelményt; hiszen minden tárgyról tudjuk, hogy nem tartozhat ilyen fogalom alá.”* ([4] ; 97)

Frege ezt követően definiálja a természetes számsor két szomszédos tagja közötti relációt, majd az „n a természetes számsorban követi m-et” fogalmát. Ennek alapján már felépíthető a természetes számsor. A '*létezik*' predikátum - a számok mibenlétének feltárását szolgáló vizsgálódásokra épülve - tulajdonképpen valamely fogalmat megillető számossággal kapcsolatos tulajdonságot képvisel, méghozzá azt a tulajdonságot, hogy az adott fogalmat megillető számosság nem zérus. Ez annyit jelent, hogy a létezéspredikátum Frege értelmezésének megfelelően a fogalmak számosságával kapcsolatos tulajdonságot képviselő fogalom, tehát fogalmakra vonatkozó fogalom, vagyis olyan predikátum, amely predikátumokra vonatkoztatható. Ebből következően a létezéspredikátum másodrendű predikátum, amely nem vonatkoztatható individuális objektumokra, azaz nulladrendű predikátumokra, nulladrendű fogalmakra. A létezéspredikátum nem az individuális tárgyak tulajdonságát képviselő predikátum.

Frege a számfogalommal kapcsolatos vizsgálódások során – „mellékesen” – az ontológiai istenérvet³ kritizálja: „Weil Existenz Eigenschaft des Begriffes ist, erreicht der ontologische Beweis von der Existenz Gottes sein Ziel nicht.” ([7] ; 65) Ugyanilyen értelemben nyilatkozik a „*Függvény és fogalom*” című tanulmányában is: „Isten létezésének ontológiai bizonyítása abban a hibában szenved, hogy a létezést elsőrendű fogalomként kezeli.” ([8] ; 130)

* Teljesen különbözik ettől egy tárgy definiálása olyan fogalom segítségével, amely alá a tárgy tartozik. Pl. „a legnagyobb valódi tört” kifejezésnek nincs tartalma ($\equiv$ nincsen jelölete, Fazekas András István megjegyzése), mert a határozott névelő azt az igényt jelzi, hogy egy meghatározott tárgyra utalunk. Ezzel szemben az „olyan törtszám, amely 1-nél kisebb, és nincs nála nagyobb, de 1-nél kisebb tört” fogalom teljesen kifogástalan, sőt bár ellentmondást tartalmaz, nélkülözhetetlen annak kimutatásához, hogy ilyen tört nincsen. Ha azonban ezen fogalom segítségével egy tárgyat akarnánk meghatározni, mindenképpen szükséges volna előzetesen megmutatni két dolgot:

1. hogy e fogalom alá esik tárgy;
2. hogy csak egy tárgy esik alá.

Mivel azonban ezen tételek közül már az első hamis, így a kifejezés, hogy „a legnagyobb valódi tört”, értelmetlen.

Stegmüller Kantot Frege, Russell és Quine előfutárának tekinti, és azt mondja: „Nun hat bereits Kant darauf hingewiesen, dass Sein kein Predikat ist, und wer daher dennoch Spekulationen über das Sein anstellt, faellt hinter diese Einsicht Kants zurück. Ausserdem haette eine solche Auffassung zur Folge, dass alle positive Existentialaussagen tautologisch, alle negativen kontradiktorisch waeren. Die Absurditaet dieser Konsequenz laesst keinen Zweifel über den Erkenntnisswert ihrer Praemisse offen.” ([9] ; 70)

Frege mindenekelőtt arra is rámutat, hogy milyen abszurd következményekkel bír az az általánosan elfogadott nézet, miszerint a számosság az objektumok tulajdonsága. Téves az az elképzelés, miszerint a számok az „egy” összekapcsolásából származtathatók. „Az „egy” szót, mint a matematikai kutatás egyik tárgyának tulajdonnevét, nem lehet többes számban használni. Így tehát értelmetlen a számokat egyek összekapcsolásából származtatni. Az összeadásjel az $1+1=2$ kifejezésben nem jelenthet ilyen összekapcsolást.” ([4] ; 85) Állításának alátámasztására olyan típusú állítások vizsgálatából indul ki, amelyek a leggyakrabban használtak a számokkal kapcsolatban. Ilyen állítások azok, amelyek olyan kérdésekre adnak választ, mint amilyen például a „*Hány fa van ott?*” kérdés. Az ilyen típusú kérdésekre adott válaszokból felületes ítélet alapján az a következtetés vonható le, miszerint a számok tárgyaknak, tárgyak csoportjának a tulajdonságaként foghatók fel. „*A Vénusznak 0 holdja van.*” állítás nyelvtanilag s szerkezetében első közelítésben nem különbözik „*A Szaturnusznak gyűrűje van.*” állítástól. Míg ez utóbbi állítás a Szaturnusról mond ki egy tulajdonságot – nevezetesen azt, hogy gyűrűje van („gyűrűs”) – addig az előbbi esetben nem ez a helyzet. „Ez talán a 0 szám esetében a legvilágosabb. Ha azt mondom: „a Vénusznak 0 holdja van”, akkor egyáltalán nincs hold vagy holdak sokasága, amiről állítanánk valamit; de a „Vénuszhold” fogalomról kimondtunk egy tulajdonságot, tudniillik azt, hogy semmit sem foglal magában. Ha azt mondom: „A császár hintáját négy ló húzza.”, akkor „a császár hintáját húzó ló” fogalmához kapcsolom a „négy” számot.” ([4] ; 85) A számállítást valamely fogalom azon tulajdonságát fejezi ki, hogy tartozik-e alá, és ha igen, mennyi individuális objektum. „Ezzel az előző szakasz első kérdésének megválaszolásaként kézenfekvővé lett, hogy a számállítást egy fogalomról állít valamit.” ([4] ; 85) Frege e korszakalkotó meglátását megelőzően mindenki számára úgy tűnt, hogy a számok, a számállítások individuális objektumokra vonatkoznak, azokkal vannak összefüggésben. Frege ismerte fel és fogalmazta meg azt a gondolatot, hogy a számok nem individuális objektumokra, hanem általános fogalmakra vonatkoztathatók állítmányként, s az úgynevezett számállításokban erről van szó. Külön figyelmet érdemel Frege érvelésének gondolatmenete. Azt mondja, feltételezik, hogy az „egy”, mint szám egyetlen objektumhoz rendelhető, azt jellemző tulajdonságként. Az egynél nagyobb számok objektumok bizonyos csoportját jellemzik. A zérus esetében azonban ez a gondolatmenet használhatatlan, hiszen a zérus ezek szerint a nemlétezőhöz való hozzárendelést jelentené. A nemlétezőhöz való hozzárendelés, azaz a nemlétező ilyen módon való jellemzése azonban a semmihez való hozzárendelést jelenti, a semmi jellemzését. A semmi jellemzése viszont egyáltalán nem jelent semmiféle jellemzést, ekkor nincsen szó semmiféle hozzárendelésről. Ez a gondolatmenet tehát tarthatatlan, amiből következik, hogy nem individuális objektumok tulajdonságát fejezik ki a számállítások.

1.3. A létezésfogalom tartalma

Frege logikai elméletében „fogalom” alatt az értendő, amit a neki megfelelő predikátum képvisel. A „*Vénusznak nincs holdja.*” = „*A Vénusznak 0 holdja van.*” kijelentések azonos jelentésének felismeréséből Frege a létezés fogalmához jut el. Ennek alapján állítja, hogy a létezés állítása nem más, mint a zérus szám tagadása. Gondolatmenetéből következően a létezés nem individuális objektumok tulajdonsága, hanem fogalmak tulajdonsága, éppen úgy, mint ahogy a számállítások sem individuális objektumokról szólnak. Ez igen lényeges felismerés. Frege tisztában van e kijelentés ontológiai konzekvenciáival is. Ennek megfelelően az „*Igaz emberek léteznek.*” kijelentés logikai értelemben és természetesen jelentésében is egyenértékű azzal a kijelentéssel, hogy „*Az igaz emberek száma nem zérus.*” Egyenértékű továbbá a fenti kijelentésekkel az a kijelentés is, hogy „*Van olyan valami (létezik olyan valami), ami [van] ember.*” Ez utóbbi mondatnak a negáltja a „*Nincs (≡ nem van) olyan valami, ami [van] ember.*”, ami más megfogalmazásban úgy hangzik, hogy „*Nincs [nem van] semmi olyan valami, ami [van] ember.*”, illetve „*Semmi olyan sincs [nem van], ami [van] ember.*” A „*valami*” és a „*semmi*” ilyen módon egymás negáltjainak tekinthetők, tehát lehet arról beszélni, hogy ugyanolyan viszonyban vannak egymással, mint például a „*igazságos*” és a „*nem-igazságos ≡ igazságtalan*”. Ha a „*semmi*” bizonyos kijelentésekben arra szolgál, hogy egy bizonyos tulajdonságot rendeljen valamely fogalomhoz, úgy ennek a kifejezésnek a negáltja („*valami*”) esetében is ugyanez a helyzet. Itt természetesen a $\langle \dots \text{van valami} \rangle$ és a $\langle \dots \text{van semmi} \rangle$ predikátumokról van szó egészen pontosan. Frege tehát azt mondja, hogy a „*Nem létezik A(x).*” kijelentés az „*A(x)*” predikátumról állít egy tulajdonságot (még hozzá azt, hogy zérus számosságú individuális objektum esik ezen predikátum igazságtartományába), s ugyanígy, a „*Létezik A(x).*” is egy tulajdonságot, az előbbinek a negáltját állítja „*A(x)*”-ról.

A továbbiakban azt mutatjuk meg, hogy Frege felfogása szerint milyen tulajdonságot tulajdonít az adott fogalomnak egy létezési kijelentés (egzisztenciaállítás), például az a kijelentés, hogy „*Léteznek egyenlő szárú derékszögű háromszögek.*” Frege ezzel kapcsolatban a következőket mondja: „*En azt mondtam, hogy* a számosság megadása egy fogalomról szóló kijelentést tartalmaz; beszélek fogalmakról állítható tulajdonságokról és fogalmaknak magasabbak alá eséséről. A létezés fogalmak tulajdonságának nevezem. Hogy ezt hogyan értem, az legjobban egy példával világítható meg. A „4-nek van legalább egy négyzetgyöke” mondatban nem a meghatározott 2 számról, s nem is a -2-ről állítunk valamit, hanem egy fogalomról, a négyzetgyöke 4-nek fogalmáról állítjuk, hogy nem üres. Ha azonban ugyanezt a gondolatot így fejezem ki: „A 4 négyzetgyöke fogalomnak van tartalma”, úgy az első négy szó egy tárgy nevét alkotja és erről a tárgyról állítunk valamit. De vegyük észre, hogy amit állítunk, az nem ugyanaz, mint amit a fogalomról állítottunk.” ([5] ; 146-147) Frege felfogása szerint a „*4 négyzetgyöke fogalom*” kifejezés nem egy fogalmat képvisel az adott mondatban. Ez a kifejezés szemantikailag egy tulajdonnév. Az idézett mondatban a „*...van tartalma*” kifejezés a maga birtokos szerkezetével utal arra a fogalomra, amely alá esik egy tárgy, s amelyre individuumnévként a „*4 négyzetgyöke fogalom*” kifejezés utal. Azokat a fogalmakat, amelyek alá közvetlenül tárgyak, tehát individuális objektumok soroltak, Frege elsőrendű fogalmaknak nevezi. Az idézett*

* Az Aritmetika alapjai, 46. §.

szövegben szereplő „...*van legalább egy*” kifejezés viszont egy olyan fogalmat képvisel, amely alá a „4 négyzetgyöke” fogalom sorolt. Frege terminológiájának megfelelően tehát itt egy olyan fogalomról van szó, amely alá közvetlenül nem tárgyak esnek, hanem fogalmak, még hozzá egy elsőrendű fogalom, ti. az a fogalom, amit a „4 négyzetgyöke” kifejezés képvisel. Az ilyen fogalmat Frege másodrendű fogalomnak nevezi. Igen lényeges tehát azt világosan látni, hogy amikor Frege azt mondja, hogy a létezés valamely fogalom tulajdonsága, akkor ez nem úgy értendő, hogy ezt a gondolati tartalmat például a „Az $A(x)$ fogalom létezik.” mondat fejezi ki. Ebből ugyanis az következne, hogy egy negatív létezési állítást „Az $A(x)$ fogalom nem létezik.” mondat fejezne ki. Nem erről van itt szó. Az, hogy a létezés tulajdonság, még hozzá egy fogalom tulajdonsága, abban nyilvánul meg, - s ez az a gondolati tartalom, amit Frege oly zseniálisan felismert, - hogy a $\langle \dots \text{van legalább egy} \rangle$ fogalom alá rendelhető a $\langle \dots \text{van } 4 \text{ négyzetgyöke} \rangle$ fogalom.

Az eddig kifejtettek alapján egy fontos megállapítás tehető. A fogalmakkal kapcsolatban igaz kijelentések tehetők anélkül is, hogy az adott fogalmak igazsághalmazába egyetlen individuális objektum is beletartozna. Ha ezt a kijelentést összevetjük azzal az állítással, miszerint a létezés a fogalmak tulajdonsága, úgy látszólag ellentmondásra jutunk. Hiszen, azt mondtuk a korábbi vizsgálatok alapján, hogy a létezés predikátum elsőrendű fogalmakról állítható, nem pedig nulladrendű fogalmakról, azaz individuális objektumokról. Ez másképpen kifejezve azt jelenti, hogy a létezés, mint tulajdonság fogalmak tulajdonsága. E másodrendű predikátum elsőrendű predikátumokról állítható. Mivel a „sellő” predikátumnak a terjedelme üres, ezért igaz módon állítható hogy „*Sellő nem létezik.*” A „*nem létezik*” állítmány tehát a $\langle \dots \text{van sellő} \rangle$ predikátumra vonatkozik, ez azonban mégsem azt jelenti, hogy a „létezés” magától a sellő fogalomtól vitatnánk el, hanem ez azt jelenti, hogy a $\langle \dots \text{van sellő} \rangle$ predikátum terjedelme üres halmaz. Igaz tehát, hogy a létezés a sellő fogalom tulajdonsága, ez azonban nem magának a fogalomnak a létét (vagy a nemlétét) fejezi ki, hanem a terjedelméről állít valamit.

Mindez belátható annak alapján is, hogy valamely n -tagú P predikátumot a PL^1 -ben a

$$P(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n): \equiv A$$

ekvivalencia definiál. Értelemszerűen „ A ”-ban nem szerepelhet P , és $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ -től különböző individuumváltozó sem fordul elő szabadon „ A ”-ban. A PL^2 -ben „ A ” lehet másodrendű formula is, azaz a

$$\exists X \forall x_1 \forall x_2 \forall x_3 \dots \forall x_n [X(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \equiv A]$$

zárt formula PL^2 -ben szekunder érvényes, hacsak „ A ”-ban X nem fordul elő szabadon. E formula jelentése az, hogy minden definiált predikátum létezik, abban az értelemben, hogy terjedelmét a definiens (esetünkben „ A ”) egyértelműen meghatározza. Az összefüggésben

X predikátumváltozó szimbóluma.

Ez az állítás értelemszerűen PL^1 -ben is igaz, de ott nem formalizálható. ([52] ; 54)

Azt, hogy Frege egy fogalom tulajdonságáról beszél (egy tulajdonság fogalomnak való tulajdonításáról) az fejezi ki, hogy a „4 négyzetgyöke” fogalom, azaz jelölésünk szerint a $\langle \dots \text{van } 4 \text{ négyzetgyöke} \rangle$ fogalom egy fogalom alá, nevezetesen a $\langle \dots \text{van legalább egy} \rangle$ fogalma alá rendelhető. A „4-nek van legalább egy négyzetgyöke.” mondatban tehát logikai alanyként a „4 négyzetgyöke” kifejezés szerepel, (ami, mint azt már említettük egy elsőrendű, egyargumentumú predikátumnak megfelelő fogalom), míg logikai állítmányként a „van legalább egy” kifejezés funkcionál, amely egy másodrendű, egyargumentumú fogalmat képvisel. (Itt szándékosan a „képviselet” kifejezést és nem a „jelöl” kifejezést használtuk, hiszen fogalomról van szó. Valamely név és jelölete közötti viszony ugyanis nem olyan viszony, mint valamely predikátum és az arra utaló szó (kifejezés) közötti viszony.) Amikor valamely individuális objektum esetében arról beszélünk, hogy az adott objektum valamilyen tulajdonsággal bír, akkor ez a tényállás például az

F(a)

formulával fejezhető ki, ahol

F(x) a $\langle \dots \text{van } F \text{ tulajdonsággal bíró} \rangle$ predikátum szimbóluma,

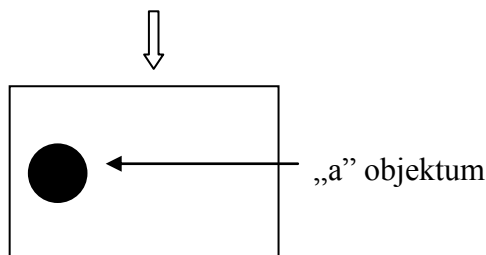
míg

a az adott individuális objektumot jelölő individuumnév (individuumparaméter).

Amennyiben az „F(a)” mondat igaz állítás fejez ki, úgy ez azt jelenti, hogy „a” az „F(x)” predikátum igazságtartományába esik (azaz az F predikátumnak megfelelő fogalom alá esik). Ezt a tényállást az alábbi séma szemlélteti (**1.3. ábra**).

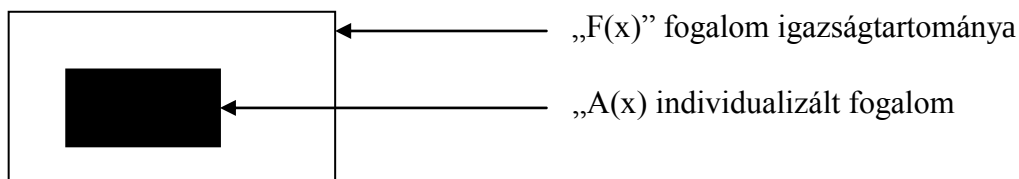
1.3. ábra

F predikátum igazságtartománya



Amikor Frege arról beszél, hogy a létezés fogalmak tulajdonsága, akkor az azt jelenti, hogy az adott fogalom egy másodrendű fogalomba esik. Itt Frege szándékosan használja a „fogalomba esik” kifejezést, s nem a tárgyak és az elsőrendű fogalmak esetében szokásos „fogalom alá esik” kifejezést. Ezt külön ki is hangsúlyozza: „A másodfokú fogalmak, amelyek alá fogalmak esnek, lényegesen különböznek az elsőfokú fogalmaktól, amelyek alá tárgyak alá esnek. Egy tárgy kapcsolata egy elsőfokú fogalommal, amely alá esik, különbözik attól a kétségkívül hasonló kapcsolattól, amelyben egy elsőfokú fogalom egy másodfokúval van.” ([5] ; 149) Ezt a tényállást az **1.4. ábra** fejezi ki.

1.4. ábra



Ebben az esetben a fogalomról, mint individualizált fogalomról van szó. Az ábrán az $A(x)$ fogalom, mint individualizált fogalom, a terjedelmével reprezentált.

Frege példáját idézve, „*A Vénusznak nincs holdja.*” kijelentésben a $\langle \dots \text{van a Vénusz holdja} \rangle$ fogalom esik a $\langle \dots \text{nem van} \rangle$ fogalom alá, azaz azt is lehet mondani, hogy a $\langle \dots \text{van a Vénusz holdja} \rangle$ fogalomról állított az, hogy $\langle \dots \text{nem van} \rangle$, azaz a $\langle \dots \text{nem van} \rangle$ predikátum tulajdonított e fogalomnak.

Russell a „*The Philosophy of Logical Atomism*” [10] című tanulmányában fejti ki ezzel kapcsolatban a következőket: „When you take any propositional function and assert of it that it is possible, that it is sometimes true, that gives you the fundamental meaning of ‘existence’. You may express it by saying that there is at least one value of x for which that propositional function is true. Take ‘ x is a man.’, there is at least one value of x for which this is true. That is what one means by saying that ‘There are men.’, or that ‘Men exist.’. Existence is essentially a property of a propositional function. It means that propositional function is true in at least one instance. If you say ‘There are unicorns.’, that will mean that ‘There is an x , such that x is a unicorn.’” ([10] ; 232)

Kérdésként vetődik fel, hogy milyen kapcsolatban van egymással a Frege által idézett két mondat, nevezetesen „*A 4-nek van legalább egy négyzetgyöke.*” (1) és „*A 4 négyzetgyöke fogalomnak van tartalma.*” (2)? Ez utóbbi mondat egy lehetséges parafrázisa a következő: „*A 4 négyzetgyöke fogalomnak megvan az a tulajdonsága, hogy igazsághalmaza nem üres.*” (2a) A két, illetve három mondat ugyanis ugyanazt a gondolatot fejezi ki, azonban logikai struktúrájukban mégis igen lényeges különbség van közöttük. Az (1) jelű mondat egy fogalomról (a „*4 négyzetgyöke*” fogalomról) állítja azt, hogy az nem üres (azaz van legalább egy olyan individuális objektum, amely ezen fogalom alá tartozik). Az (1) jelű kijelentés esetében az állítás logikai alanya a „*4 négyzetgyöke*” fogalom ($\langle \dots \text{van a 4 négyzetgyöke} \rangle$), logikai állítmánya pedig a „van legalább egy” fogalom ($\langle \dots \text{van legalább egy} \rangle$). A szemantikai kategóriákat tekintve tehát ebben az esetben mind a logikai állítmány, mind a logikai alany egyaránt fogalom, a logikai alany ebben a vonatkozásban elsőrendű fogalom, míg a logikai állítmány másodrendű fogalom. A (2) és (2a) jelű mondatok esetében alapvetően más a helyzet. Ezekben a mondatokban a „*4 négyzetgyöke fogalom*” kifejezés egy individuális objektumot jelölő név, tehát individuumnév. Ebben a két utóbbi mondatban megfogalmazott állítás ezen tulajdonnév által jelölt individuális objektumról szól. A (2) és (2a) kijelentések logikai alanya tehát az a kifejezés, amely egy individuális tárgyat jelöl. Erről a tárgyról állítja a mondat azt, hogy egy adott tulajdonsággal bír, nevezetesen azzal, hogy $\langle \dots \text{van tartalommal bír} \rangle$ (2 jelű mondat), illetve, hogy $\langle \dots \text{van azzal a tulajdonsággal bír, hogy igazsághalmaza nem üres} \rangle$ ((2a) jelű mondat).

(Mindkét mondatban a predikátumban szereplő egymás követő két 'van' kifejezés elkerülése végett volt szükség a megfogalmazás kismértékű módosítására. E módosítás azonban a jelentést nem érinti.) A két utóbbi mondatban tehát egy individuumnév tölti be a logikai alany szerepét, s egy (elsőrendű) fogalom a logikai állítmányét. Az elmondottakat világítja meg más oldalról a Ruzsa Imre által a „*Fogalom és tárgy*” című Frege tanulmány vonatkozó részéhez írt kommentár. Itt három kijelentés összehasonlításáról van szó, mégpedig „A 4-nek van legalább egy négyzetgyöke.” (a), „A 4 négyzetgyöke fogalomnak van tartalma.” (b) és „A 4 számnak megvan az a tulajdonsága, hogy létezik valami, aminek ő a négyzete.” (c). Ruzsa a következőket mondja: „A példában szereplő egyazon gondolat három kifejezési formáját illetően azt mondhatjuk, hogy az első forma *tárgynyelvi*, a második pedig *metanyelvi* jellegű, s ebben áll különbségük. Viszont az első és a harmadik forma különbsége egyazon nyelvi szinten (tárgynyelvi szinten) explicitté tehető a Church-től származó *lambda-operátor*^{*} alkalmazásával. Legyen A olyan kifejezés, amelyben valamely változó, mondjuk x, előfordul szabadon, jelöljön α olyan kifejezést, mellyel x behelyettesíthető, s tekintsük a „ $[\lambda x.A]\alpha$ ” kifejezést azon kifejezés szinonimájának, amely A-ból x-nek α -val való helyettesítésével keletkezik. E jelöléssel a „4-nek van négyzetgyöke”, azaz a „ $\exists x(x \text{ négyzetgyöke } 4\text{-nek})$ ” mondat következő két szinonimáját nyerjük:

$[\lambda f (\exists x.f(x))](\text{négyzetgyöke } 4\text{-nek}),$

* Abban az esetben, ha 'A(x)' egy olyan ' α ' típusú kifejezés, melyben a ' β ' típusú 'x' változónak van szabad előfordulása, akkor 'A(x)'-ből mindig képezhető $\alpha (\beta)$ típusú *funktor* olyan módon, hogy 'x' szabad előfordulásai az argumentumhely fenntartóinak minősítettek. Ennek jelölése:

$(\lambda x.A(x)).$

Ez a kifejezés, mint egész $\alpha (\beta)$ típusú *funktornak* számít, amely úgy tölthető ki egy ' β ' típusú *funktorral* 'B' argumentummal, mintha *primitív funktor* lenne:

$(\lambda x.A(x))(B).$

Bizonyos szintaktikai feltételek teljesülése esetén ez a kifejezés logikai szinonimája az 'A(B)' kifejezésnek, vagyis annak a kifejezésnek, amely 'A(x)'-nek 'B' -vel való behelyettesítésével adódik. A ' λ ' szimbólum a lambdaoperátor jelölésére szolgál. A lambdaoperátor valódi változót lekötő operátor. A ' $\lambda x.$ '-szel prefixált kifejezésben az 'x' változó minden előfordulása kötöttnek számít.

A teljes extenzionális logikában a ' λ ' az egyetlen operátor. Segítségével, - az azonosságjelet felhasználva - definiálható a kvantifikáció. Ugyanez vonatkozik a klasszikus logikai funktorokra ($\supset$, $\&$, $\equiv$, $\sim$, stb.) is. Ezen definíciókban azonban az azonosságjel bővített értelmű használata értelmezett, Ez azt jelenti, hogy az azonosságjel tetszőleges, azonos típusú kifejezések összekapcsolására használható. Ha 'A' és 'B' egyazon típusba tartoznak, akkor 'A = B' jólformált kifejezésnek, mondatnak számít. Az 'A = B' kifejezés adott interpretációban akkor és csak akkor igaz, ha 'A' és 'B' faktuális értéke azonos.

Az ' $\lambda (x)$ ' alkalmazható akkor is, ha 'A'-ban 'x'-nek nincsen szabad előfordulása. Ekkor '($\lambda x.A$)' faktuális értéke az a konstans függvény, amely minden argumentumhoz az 'A' faktuális értékét rendeli. Így ha 'B' az 'x' változóval egyező típusú kifejezés, akkor

$| (\lambda x.A) (B) | = | A |. ([53] ; 271)$

$[\lambda y. \exists x. (x \text{ négyzetgyöke } y\text{-nak})] 4.$

Az első a „négyzetgyöke 4-nek” fogalmat, a második a „4” számot emeli ki alanyként.” ([5] ;147-148)

Tanulmányában Frege külön kihangsúlyozza ezt a szituációt. „A nyelvnek vannak arra eszközei, hogy a gondolatnak hol ezt, hol azt a részét jelentesse meg szubjektumként. A legismertebbek egyike a cselekvő és a szenvedő alakok megkülönböztetése. Ennél fogva nem lehetetlen, hogy ugyanaz a gondolat *egy* felbontásban egyediként, *egy másikban* részlegesként, *egy harmadikban* általánosként jelenjen meg. Ezek után nem szabad csodálkoznunk, hogy ugyanaz a mondat felfogható fogalomról szóló állításként és tárgyról szóló állításként is, csak arra kell ügyelnünk, hogy amit állítunk, azok is különbözőek. A „4-nek van legalább egy négyzetgyöke” mondatban nem lehet a „4-nek négyzetgyöke” szavakat a „négyzetgyöke 4-nek fogalom” kifejezéssel helyettesíteni; ti. az az állítás, ami a fogalomra áll, nem áll a tárgyra. Habár a mondatunkban a fogalom nem szubjektumként jelenik meg, mégis arról mond ki valamit. Ezt úgy lehet felfogni, hogy a fogalomnak egy magasabb fogalom alá esése jut kifejezésre. De ez semmiképpen sem törli el a tárgy és fogalom különbözőségét. Először is megjegyezzük, hogy a „4-nek van legalább egy négyzetgyöke” mondatban a fogalom nem tagadja meg predikatív természetét. Azt mondhatnánk, hogy „van valami, aminek megvan az a tulajdonsága, hogy önmagával megszorozva 4-et ad.” Következésképp sohasem lehetne egy tárgyról azt állítani, amit a fogalomról állítottunk; mivel egy tulajdonnév nem lehet predikátumkifejezés, habár lehet annak része. Nem azt akarom mondani, hogy ha egy tárgyról állítanánk azt, amit itt fogalomról állítunk az hamis lenne; hanem azt akarom mondani, hogy ez lehetetlen lenne, értelmetlen lenne.” ([5] ; 148-149)

Az eddigi vizsgálatoknak a lényegi eredménye az, hogy az, hogy ami a vizsgált esetekben a fogalomról állított, az nem ugyanaz, mint ami a tárgyról állított. Ha ebből következően azt mondjuk, hogy a fogalomról a létezészt állítjuk a vizsgált példában, akkor ez nem lehet azonos azzal, amit a példákban szereplő tárgyról állítunk.

1.4. „Dialog mit Pünjer über Existenz” (A létezésfogalommal kapcsolatos terjedelmi kérdések)

1.4.1. A dialógusban tárgyalt fő kérdések

A létezéspredikátummal kapcsolatos problémának a másik oldalával egy korai írásában foglalkozik Frege. A „*Dialog mit Pünjer über Existenz*” című írásában ([11]) a létezéspredikátum mibenlétét elemzi. Az írás tulajdonképpen azt vizsgálja, mit kell érteni az „*existiert*” [*létezik*] kifejezésen, amelynek szinonimájaként az „*ist erfahrbar*” [*tapasztalható*] kifejezés is szerepel néha, azaz mit állítunk, mit jelentünk ki akkor, amikor pl. az „*es gibt*” [*létezik, van, adódik, adva van*] kifejezést használjuk. Másképpen fogalmazva a kérdés az, hogy mit fejeznek ki az olyan mondatok, mint például a „*Dieser Tisch existiert.*” vagy az „*Es gibt Tische.*”? Frege a „*Dialog mit Pünjer über Existenz*” című írásában fejt ki érvelését azzal a felfogással szemben, miszerint a „*létezés*” elsőrendű fogalom (predikátum), azaz dolgok tulajdonságát fejezi ki. Frege azt állítja, hogy amennyiben a „*létezik*” predikátumot elsőrendű (tehát dolgok tulajdonságát kifejező, azaz

individuális objektumokra vonatkoztatható) predikátumnak tekintjük, úgy az így előálló szükségszerű kijelentések maguktól értetődőek (ellenkező esetben logikai paradoxonnal kerülünk szembe).

Pünjer és Frege létezésfelfogása közötti különbség az alábbi - a vita tárgyát alkotó - kérdésekre adott eltérő válaszban körvonalazható.

- 1a) Igaz-e (lehetséges-e) az, hogy a "*Leo Sachse existiert.*" mondat logikai állítmánya a "*létezik*" kifejezés?
- 1b) Lehetséges-e ugyanakkor, hogy ez a kijelentés nem magától értetődő?
- 1c) Lehet-e az 1a) és 1b) állítás egyidejűleg igaz, ugyanazon kijelentés esetében?
- 2.) Logikai értelemben ugyanakkor az állításáról (predikálásáról) van-e szó az alábbi két mondatban:

- a.) "*Es gibt Menschen.*"?
- b.) "*Leo Sachse existiert.*"?

A kérdés pontosabbá és érthetőbbé tételéhez előre kell bocsátani, hogy az "*Es gibt Menschen.*" kijelentés logikailag ekvivalens módon átalakítható partikuláris ítéletté, nevezetesen a "*Némely létező [van] ember.*" ítéletté, vagy ami ezzel ugyancsak ekvivalens logikailag a "*Néhány (értsd: legalább egy) ember létezik.*" mondattá. A kérdés mindezek után az, hogy az "*existiert*" ("*létezik*" = $\langle \dots \text{ van létező } \rangle$) predikátum ugyanabban az értelemben használt-e a két esetben, tehát ugyanarról a predikátumról van-e szó itt, mint a "*Leo Sachse existiert.*" mondatban szereplő "*existiert*" predikátum esetében?

- 3.) A vita tárgyát képező harmadik kérdés az, hogy egyáltalán mit kell érteni a példamondatokban szereplő "*es gibt*" illetve "*existiert*" kifejezések alatt (minek az állításáról van szó)?

1.4.2. A magától értetődő kijelentések fogalma

Az első kérdés megválaszolása előtt tisztázni kell azt, hogy mit is értünk azon, hogy egy mondat (kijelentés) magától értetődő? Egy szinguláris ítélet, például az "*a [van] N.*" ítélet magától értetődő, ha az "*N*" predikátum terjedelme minden ténylegesen létező illetve potenciálisan létező (lehetséges) individuális objektumot, illetve az ezekből képzett minden lehetséges osztályt magában foglal. Ezen meghatározásból következően e predikátum és az alája tartozó individuális objektumok, valamint ezen predikátum és az alája tartozó osztályok, illetve halmazok között az alábbi relációk állnak fenn:

1. $\forall x[x \in W(x).N(x)];$
2. $\forall K[W(x).K(x) \subset W(x).N(x)];$

$$3. \quad \forall x[x \subset W(x).K(x)] \Rightarrow (K = \aleph);$$

$$4. \quad K \cup K' = \aleph.$$

Az összefüggésekben:

$\aleph$ univerzális predikátum;

K tetszőleges predikátum (tetszőleges osztály, tetszőleges fogalom);

K' K komplementer predikátuma (K komplementer osztálya, K komplementer fogalma);

$W(x).\aleph(x)$ a ' $\aleph$ ' predikátum igazsághalmaza;

$W(x).K(x)$ a ' K ' predikátum igazsághalma.

Amennyiben tehát " $\aleph$ " valóban univerzális predikátum, azaz eleget tesz a fentiekben leírt relációknak, úgy lehetetlen, hogy az " a [*van*] $\aleph$." kijelentés faktuális értéke más legyen, mint az "IGAZ" igazságérték. Ez más szavakkal azt jelenti, hogy e predikátumot bármely individuális objektumra, vagy bármely első vagy magasabb rendű predikátumra, mint aktuális argumentumra vonatkoztatva faktuális értéként az "IGAZ" igazságérték adódik.

1.4.3. Pünjer és Frege álláspontja

Lássuk ezek után, mi az álláspontja Pünjernek a vita tárgyát képező kérdésekben! Az első kérdést illetően Pünjer azon a véleményen van, hogy a példamondat ("*Leo Sachse existiert.*") grammatikai és logikai alanya a "*Leo Sachse*" individuumnévvel jelölt individuális objektum, személy, míg a kijelentés grammatikai és logikai állítmánya egyaránt az "*existiert*" ("*létezik*") kifejezés. Ez azt jelenti, hogy Pünjer felfogása szerint a "*létezik*" = $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ elsőrendű, egyargumentumú predikátumnak a "*Leo Sachse*" individuumnévvel jelölt individuális objektumra való vonatkoztatásáról van szó a kijelentésben. Az elsőrendű predikátumok olyan funktorok, amelyek argumentumában individuumnév szerepel, s ezen individuumnevekből kijelentéseket (mondatokat) képeznek. Az adott kijelentés faktuális értéke az "IGAZ" igazságérték, amennyiben az argumentumként szereplő individuum a predikátum igazsághalmazába tartozik. Pünjer a példamondatot úgy értelmezi, hogy a mondat - bizonyos objektumok esetén - "HAMIS" igazságértéket is felvehet, azaz e kijelentést Pünjer nem tekinti magától értetődőnek. Egy kijelentés akkor tekinthető magától értetődőnek a korábbiakban kifejtettek szerint, ha a kijelentésben szereplő predikátum argumentumába tetszőleges individuumnevet szerepeltetve, vagyis az adott predikátumot tetszőleges individuumra vonatkoztatva, annak faktuális értéke mindig az "IGAZ" igazságérték. Ez más szavakkal azt jelenti, hogy a kijelentésben szereplő predikátum minden lehetséges individuális objektumot megillet, ami egyenértékű azzal, hogy az adott predikátum igazsághalmaza a teljes tárgyalási univerzumot lefedi. Azzal, hogy Pünjer feltételezi, hogy a példaként szereplő létezési ítélet "HAMIS" igazságértéket is felvehet, egyben a létezési predikátumot olyan predikátumnak tekinti,

amelynek igazsághalmaza a teljes tárgyalási univerzumnak csak egy részhalmaza. A "létezik" predikátum tehát e feltételezés szerint nem univerzális predikátum, hanem azt Pünjer elsőrendű, egyargumentumú, azaz individuális tárgyak tulajdonságait képviselő predikátumnak tekinti. A vita tárgyát képező másik kérdést illetően Pünjer a "Leo Sachse existiert." mondatot logikailag egyenértékűnek tekinti az "Egy létező [van] Leo Sachse." ("Ein Existierendes ist Leo Sachse.") vagy a "A létezők egyike [van] Leo Sachse." ("Einer der Existierenden ist Leo Sachse.") mondatokkal. Pünjer azt állítja, hogy az "Es gibt Menschen." kijelentés logikai szempontból (és a természetes nyelv gyakorlata szerint) ekvivalens az "Einiges Existierende ist Mensch." mondattal. Ezen túlmenően Pünjer szerint a "Leo Sachse existiert." mondatban az "existiert" kifejezés ugyanazzal a jelentéssel bír, mint az "es gibt" kifejezés az "Es gibt Menschen." mondatban. Az "ugyanazzal a jelentéssel bír" alatt azt kell érteni, hogy a két predikátum értelmezési tartománya egybeesik (ugyanaz).

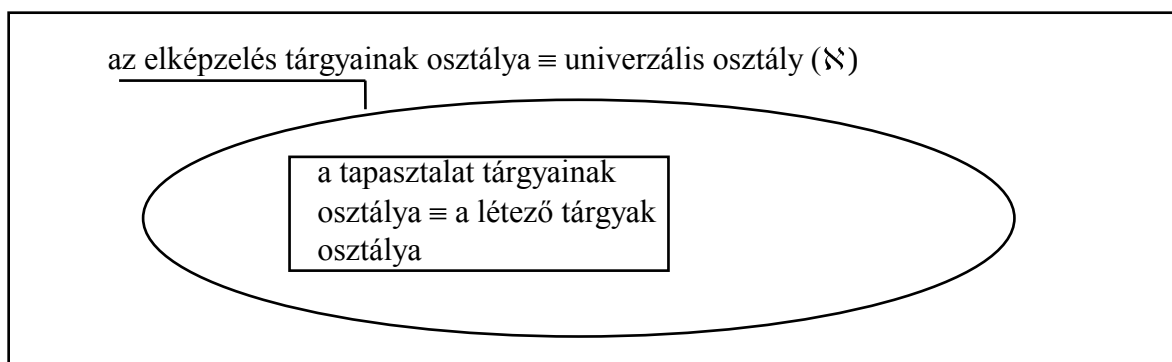
Frege - ellentétben Pünjerrrel - a "Leo Sachse existiert." kijelentést magától értetődőnek tartja, azaz az "existiert" predikátumot Frege univerzális predikátumnak tekinti. Az "existiert" tehát nem elsőrendű predikátum, amely valamely individuális tárgy tulajdonságát fejezi ki (képviseli). A második kérdésben Frege nem osztja Pünjer véleményét, miszerint a "Leo Sachse existiert." mondatban az "existiert" kifejezés ugyanazzal a jelentéssel bír, mint az "es gibt" kifejezés az "Es gibt Menschen." mondatban. Ugyanakkor Frege is elismeri, hogy az "Es gibt Menschen." kijelentés logikai szempontból (és természetesen nyelvi is) ekvivalens az "Einiges Existierende ist Mensch." mondattal.

1.4.4. Pünjer létezésfelfogása

Mire alapozzák a vitatkozó felek álláspontjukat, milyen létezésfelfogás van Pünjer, illetve Frege álláspontja mögött? Először vegyük szemügyre Pünjer létezéssel kapcsolatos nézeteit. Pünjer különbséget tesz az elképzelések két osztálya között. Az egyik osztályba az önkényes elképzelések tartoznak, míg a másikba a tapasztalatra visszavezethető elképzelések. Ezzel a különbségtétellel Pünjer lényegében a "conceptus dati" és a "conceptus facti" közötti tradicionális különbségtételt veszi át. Pünjer mindezek alapján különbséget tesz a "tapasztalat tárgyai" ("Gegenstaende der Erfahrung", "objects of experience") és az "elképzelés tárgyai" ("Gegenstaende der Vorstellung", "objects of ideas") között. Végül soron minden tárgy a képzeletünkben, a képzelet tárgyaként jelenik meg számunkra, egyes képzetek azonban visszavezethetők a tapasztalatra, s ezeket nevezik a "tapasztalat tárgyainak". Pünjer érvelése a következő. Legyen "a" individuumnévvel jelölt valamely, tapasztalatra visszavezethető, ebből következően Pünjer terminológiája szerint "létező" tárgy. Az "L(a)" kijelentés, vagyis az " 'a' van létező ['a' létezik.]" a < ... van létező > elsőrendű predikátumnak az "a" individuumnévvel jelölt objektumra való vonatkoztatását jelenti. Ha az "L(a)" kijelentés magától értetődő lenne, akkor "a" helyére tetszőleges individuális objektumot helyettesítve az "L(a)" kijelentés faktuális értéke mindig az "IGAZ" igazságérték lenne. Pünjer azonban tagadja ezt. Felfogása szerint ugyanis azon individuális objektumok argumentumként való helyettesítése esetén, amelyek nem vezethetők vissza a tapasztalatra, - vagyis amelyek az "elképzelés tárgyai"-nak osztályába tartoznak - az "L(a)" kifejezés „HAMIS” igazságértéket vesz fel. Ez azt jelenti, hogy a < ... van létező > predikátum nem univerzális predikátum, másképpen fogalmazva "a tapasztalat tárgyai"-nak osztálya nem univerzális osztály, azaz nem foglalja elemként

magában az összes valós és lehetséges individuális objektumot. Pünjer tehát azt állítja, hogy a "*tapasztalat tárgyai*"-nak osztálya, másképpen fogalmazva a "*létező tárgyak*" osztálya nem univerzális osztály. Pünjer érveléséből az következik, hogy számára "az *elképzelés tárgyai*"-nak az osztálya az univerzális osztály (*universe of discours*), s a "*létező tárgyak*" osztálya ennek az osztálynak valódi részosztálya. A < ... *van létező* > predikátum igazsághalmaza ennek az értelmezésnek megfelelően az univerzális osztály említett részhalmaza (1.5 ábra.)

1.5. ábra



1.4.5. Frege ellenvetései

Frege Pünjerrel szembeni érvelésében arra mutat rá, hogy amennyiben a példamondatot nem tekintjük magától értetődőnek, úgy az "*existiert*" predikátum nem univerzális predikátum. Ezzel Pünjer is idáig egyetért, hiszen felfogásából következően vannak olyan elképzelések tárgyairól, amelyek nem vezethetők vissza a tapasztalatra. Pünjer azonban nem különbözteti meg az "*es gibt*" kifejezésnek a két különböző értelmű használatát. Az "*es gibt*" ("*van, vannak*") kifejezés ugyanis nem azonos értelemben használta az "*Es gibt F's. ≡ Einige F's existieren. ≡ Einige F's sind Gegenstaende der Erfahrung.*" mondatban, illetve az "*Es gibt F's. ≡ Einige F's sind Gegenstaende der Vorstellung.*" mondatban. Az első kijelentésben ugyanis egy szűkebb értelmű használatról, míg a második mondatban egy tágabb értelmű használatról van szó. Az, hogy Pünjer nem tesz különbséget e két különböző értelmű használat között, logikai ellentmondáshoz vezet Pünjer két tézise, azaz a

T1.: „A példamondat nem magától értetődő.”

és

T2.: „Az "*es gibt*" és az "*existiert*" kifejezések ugyanabban az értelemben használtak.”

kijelentések között. Az első tézishöz ugyanis, miszerint vannak olyan tárgyak, amelyek nem léteznek, a második tézis szerint az következik, hogy léteznek olyan tárgyak, amelyek nem léteznek, ami pedig nyilvánvaló logikai ellentmondás. Frege érvelésének jobb megértése érdekében célszerű a megfelelő német mondatokat idézni, miszerint: "*Es gibt Gegenstaende, die nicht existieren.*" mondatban az "*es gibt Gegenstaende*" részt az ismert

és elfogadott módon átalakítva az "*einige Gegenstaende existieren*" alakra jutunk az "*Einige Gegenstaende existieren, die nicht existieren.*" kijelentéshez, amely a már említett logikai ellentmondást tartalmazza. A logikai paradoxont kimutató gondolati levezetés tehát lépésről lépésre a következő.

1. A "*Leo Sachse existiert.*" mondat nem magától értetődő.
Ez a kiinduló tézis.
2. Az, hogy a mondat nem magától értetődő, azt jelenti, hogy az itt predikátumként (elsőrendű predikátumként) szereplő "*existiert*" predikátum nem univerzális predikátum.
3. A 2. pontból következően ezek szerint vannak ["*es gibt*"] olyan tárgyak, amelyeket ez a predikátum nem illet meg. Ezek azok a tárgyak, amelyek nem léteznek, (ezt a kifejezést Pünjer azon tárgyakra alkalmazza, amelyekről alkotott elképzelés nem vezethető vissza a tapasztalatra) szemben a létező tárgyakkal, amelyeket az "*existiert*" predikátum megillet. Az "*Es gibt Gegenstaende, die nicht Gegenstaende der Erfahrung sind.*" kijelentés fejezi ki ezt.
4. Mivel az "*Es gibt F's.*" mondat logikai és nyelvi szempontból ekvivalens az "*Einige F's existieren.*" mondattal, továbbá az "*existieren*" kifejezés a korábbiak szerint a tapasztalatra visszavezethető tárgyakról alkotott elképzelésekre utal, ez a mondat "*Einige F's sind Gegenstaende der Erfahrung*" alakban is írható, kifejezhető.
5. Minden tárgy a képzelet tárgya, ezért igaz az a kijelentés, hogy az "*Es gibt F's.*" mondat logikai és nyelvi szempontból ekvivalens az "*Einige F's sind Gegenstaende der Vorstellungen.*"
6. Mindezek után, ha azt akarjuk állítani, hogy vannak olyan tárgyak, amelyekről alkotott képzetek nem vezethetők vissza a tapasztalatra, akkor a következő kijelentést tehetjük: "*Es gibt F's, die nicht Gegenstaende der Erfahrung sind.*" Ez a mondat a korábbiakban bemutatottak szerint ekvivalens az "*Es gibt F's, die nicht existieren.*" mondattal. A mondat első fele ("*Es gibt F's...*") viszont átalakítható az "*Einige F's existieren...*" alakra. A teljes mondat mindezek után: "*Einige F's existieren, die nicht existieren.*" Ez a kijelentés nyilvánvaló logikai ellentmondást testesít meg.

1.4.6. A logikai paradoxonhoz vezető érvelés

Frege Pünjer létezésfelfogásával szembeni érvelése tehát azt bizonyítja, hogy az alábbi kijelentések együtt inkonzisztens kijelentéshalmazt alkotnak, azaz, ezen kijelentések együttes igazsága logikai ellentmondást eredményez.

- a.) A "létezés" elsőrendű predikátum.

- b.) A létezőkijelentések (egzisztenciakijelentések) nem magától értetődő kijelentések.
- c.) Az "Es gibt..." ("Vannak...") kijelentések logikailag és grammatikailag (nyelvileg) ekvivalens módon átalakíthatók partikuláris ítéletekké.
- d.) Az "Es gibt..." ("Vannak...") kifejezések használata egyértelmű (mindig azonos jelentésű).

Frege szerint minden "*Néhány F [van] G.*" partikuláris ítélet egzisztenciális ítélet, amely átalakítható logikailag és grammatikailag ekvivalens módon "*Vannak H-k.*" alakú kijelentéssé. Példának a "*Néhány test [van] könnyű.*" mondatot minden további nélkül át lehet alakítani a "*Vannak könnyű testek.*" alakú mondattá. Ez azt jelenti, hogy Frege a Pünjer által javasolt átalakítást ellenkező irányban hajtja végre. Formálisan: "*Néhány F [van] G.*" mondat megfelelője a "*Vannak H-k.*" mondat, ahol természetesen 'H' alatt 'F' és 'G' konjunkciója értendő. Nehézségként csupán az merül fel, hogy az "Es gibt..." ("Vannak...") kijelentésekben általában egy predikátum szerepel. (Például: "*Vannak asztalok.*") Amennyiben két predikátum szerepel, úgy az ide-oda alakítás igen egyszerű. Példa erre a "*Néhány ember [van] fekete.*" mondat. Átalakítva: "*Vannak fekete emberek.*" Frege világosan bizonyítja, hogy az "Es gibt F's." ("Vannak F-ek.") mondat partikuláris létezési ítéletté alakítva a "*Némely létező F.*" ("*Einiges Existierende ist F.*") alakot ölti, ahol a létezőpredikátum univerzális predikátumként funkcionál. Frege e gondolatmenet alapján is rámutat a Pünjer féle tézisek tarthatatlanságára. Abban az esetben ugyanis, ha a "*létezik*" predikátum nem az univerzális predikátum, úgy kijelenthető, hogy "*Vannak nemlétezők.*" ("*Es gibt Nicht-existierendes.*"). Ez a mondat azonban logikailag ekvivalens a "*Némely létező [van] nem-létező.*" ($\equiv$ *Létezik nem-létező.*) mondattal, ami logikai ellentmondást fejez ki. Világosan kell látni, - ez a paradoxon keletkezésének oka - hogy a "*Vannak nemlétezők^L.*" ("*Es gibt Nicht-existierendes^L.*") mondatban a "*létezik*" ($< \dots \text{van létező} >$) predikátum nem univerzális predikátumként fordul elő, míg "*Létezik^N nem-létező^L.*" mondat első felében univerzális predikátumként szerepel. A felső indexek utalnak a formailag ugyanazon predikátum különböző terjedelmű (értelmezési tartományú) használatára (az "L" index a szűkebb terjedelmű, az "N" index az univerzális értelmű használatra utal). Abban az esetben, ha a "*létezik*" predikátum az univerzális predikátum, úgy igaz az a kijelentés, miszerint: "*Minden x-re (igaz, hogy): x létezik.*" Ebben az esetben tetszőleges 'F' predikátum esetében kijelenthető, hogy akkor és csakis akkor vannak 'F'-ek (tulajdonképpen 'F' tulajdonsággal bíró dolgok), ha némely létezők 'F' tulajdonsággal bírnak. Ekkor az "*x [van] F.*" mondat logikailag és nyelvileg ekvivalens az "*x létezik és x [van] F.*" mondattal. Ez pedig szintén azonos értelmű a "*Vannak létező F-ek.*" kijelentéssel, ami a korábbiak szerint nem más, mint a "*Némely létező [van] F.*" mondat. Mindebből világosan következik, - ez rendkívül nagy jelentőséggel bíró megállapítás - hogy a "*létezik*" kifejezés egy szabad változó szerepével bír. Ilyen predikátum definiálható a következő összefüggéssel:

$$\forall E \{ \forall F (\exists x. F(x) \equiv \exists x. (E(x) \ \& \ F(x)) \equiv \forall x. Ex \}$$

E kijelentésben foglaltak szerint az 'E' predikátum az univerzális predikátummal azonos. Lényegében ezt a gondolatot fogalmazta meg Quine is híres kijelentésében, miszerint: "...lenni annyi, mint egy kvantifikálható változó értékének lenni." ([12] ; 266)

1.4.7. A „létezés paradoxon”

A kifejtettekből látható, hogy Frege lényegében felismerte azt a paradoxont, amit „létezés paradoxon”-nak neveznek és Russell nevével hozzák kapcsolatba. Russell Meinong tárgyelméletével⁴, a nemlétező tárgyakkal kapcsolatos kritikája során mutat rá erre a paradoxonra. Meinong tárgyelméletének - ontológiájának - lényegi vonása ugyanis a nemlétező objektumok feltételezése. A nemlétező individuális tárgyak ezen felfogás szerint olyan objektumok, olyan entitások, amelyeket nem illet meg a létezés predikátuma – amennyiben természetesen e predikátumot egyargumentumú, elsőrendű predikátumnak tekintjük. A „létezik” ($< \dots \text{van létező} >$) predikátum szimbólumaként az „ $L(x)$ ”-et bevezetve a „nem létezik” ($< \dots \text{van nemlétező} >$) predikátumot a „ $\sim L(x)$ ” szimbólum képviseli. Ezen gondolatmenetből következően az „ $L(x)$ ” predikátum és a „ $\sim L(x)$ ” predikátum igazsághalmaza a teljes tárgyalási univerzumot „lefedi”. Ez egyszerűen annyit jelent, hogy az individuális objektumok vagy az „ $L(x)$ ” predikátum igazságtartományába esnek, vagy ennek negáltja igaz rájuk nézve, azaz a „ $\sim L(x)$ ” predikátum igazsághalmazába esnek. Formalizálva mindezt, az elmondottak következőképpen fejezhetők ki:

$$W(x).L(x) \cup W(x).[\sim L(x)] = U$$

és

$$\forall x[(x \in W(x).L(x)) \vee (x \in W(x).[\sim L(x)])] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \forall x[\sim\{(x \in W(x).L(x)) \equiv (x \in W(x).[\sim L(x)])\}].$$

Az összefüggésekben:

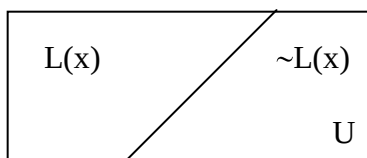
$W(x).L(x)$ Az ' $L(x)$ ' predikátum igazsághalmaza;

$W(x).[\sim L(x)]$ A ' $\sim L(x)$ ' predikátum igazsághalmaza;

U tárgyalási univerzum.

Az individuális objektumok e felfogás szerint – kizáró értelmű vagylagossággal – vagy a létezők, vagy a nemlétezők halmazába esnek a tárgyalási univerzumon belül. Az alábbi **1.6. ábra** szemlélteti ezt.

1.6. ábra



Az „L(a)” formulával vagy a „ $\exists(a)$ ” formulával kifejezett kijelentések „értelmességének” feltétele a „nemlétező” individuális objektumok szükségszerű feltételezése, azaz a nemlétezésnek, mint tulajdonságnak az elismerése. A „nemlétezésnek” mint tulajdonságnak a feltételezése azonban mind logikai, mind ontológiai síkon súlyos problémákat vet fel.

Mit jelent ez? E kérdés megválaszolása a „ $\exists(a)$ ” illetve a „ $\sim\exists(a)$ ” alakú formulákkal kifejezett kijelentések logikai analízisét követeli meg.

Az előbbi formulák szerinti kijelentésekben az egzisztenciakvantor hatókörében individuális objektumot jelölő individuumnév szerepel. Ezeknek a formuláknak olyan természetes nyelvi mondatok felelnek meg, mint például a már idézett „*A Pegazus létezik.*” vagy éppenséggel ezen mondat negáltja: „*A Pegazus nem létezik.*” kijelentés. A mindennapi nyelvhasználat során számtalan hasonló alakú, logikai struktúrájú mondat hangzik el különböző beszédhelyzetekben, s az ilyen mondatok sem a közlő, sem a befogadó számára nem problematikusak. Az interakció résztvevői pontosan értik e mondatok jelentését, s e mondatok grammatikai szempontból, vagy nyelvhelyességi szempontból sem problematikusak. Behatóbb logikai analízis alapján azonban hamar nyilvánvalóvá válik, hogy ezen látszólag egyszerű mondatok, kijelentések milyen problémákat vetnek fel. A kérdéses mondatokban a „*létezik*” kifejezés individuális objektumokra vonatkozik, e mondatok grammatikai szubjektuma individuumnévvel megnevezett individuális objektum. Ezekre vonatkozik az állítás. A mondatok grammatikai predikátumaként a „*létezik*” kifejezés szerepel.

A kérdéses kijelentések logikai analízise első lépéseként a kijelentés egyik fő alkotóelemét kell vizsgálni, a kijelentésekben szereplő individuumnév mibenlétét kell tisztázni. Az individuumnevek azok az értelemmel bíró nyelvi kifejezések, amelyek segítségével individuális objektumok nevezhetők meg. Az individuális objektum kifejezést abban az értelemben használt, ahogyan Frege a „tárgy” kifejezést használta. Frege tulajdonképpen indirekt módon határozta meg a logikai értelemben vett „tárgy” mibenlétét. A „*Függvény és fogalom*” című tanulmányában ([8]) a következőket írta erről: „Miután a tárgyakat korlátlanul megengedtük argumentumként és függvényértékként, az a kérdés, hogy mit is nevezünk itt tárgynak. Lehetetlennek tartok egy iskolás definíciót, mert itt valami olyannal van dolgunk, amely egyszerűségénél fogva nem enged logikai felbontást. Csak utalni lehet arra, amire gondolunk. Röviden csak ennyit lehet mondani: tárgy minden, ami nem függvény, tehát aminek a kifejezése nem jár együtt üres hellyel.” ([8] ; 121) és „...a zárt rész jelölését *tárgynak* nevezzük, a kiegészítésre szoruló, kitöltetlen vagy predikatív rész jelölését *fogalomnak*.” ([17] ; 154)

A tárgy a gondolkodás számára adott, az, ami elgondolt. Church meghatározása szerint a tárgy az, ami megnevezhető. Ebben a felfogásban az individuális objektumokon túlmenően a tulajdonságok, a viszonyok is tárgyak, amennyiben megnevezettek, azaz amennyiben a gondolkodás objektumává lesznek. Church felfogásában tehát a tárgy mindaz, ami a gondolkodás objektuma lehet. Ahhoz, hogy valami a gondolat tárgyává tehető legyen, azaz elgondolható legyen, ahhoz azt meg kell nevezni. Ez alól kivételt képeznek azok az esetek, amikor a gondolat tárgyának nyelvi megnevezése helyett osztenzív meghatározással (azaz rámutatással) történik a gondolkodás szóban forgó tárgyának azonosítása, meghatározása.

Ebből következően bármi, ha megnevezetté válik, úgy egyben a gondolkodás tárgyává, azaz elgondolttá válik. Ekkor neve az individuumnevek szemantikai kategóriájába tartozik. A gondolkodás tárgyává, a gondolat objektumává csak az válhat, ami minőségileg többé-kevésbé meghatározott, azaz eléggé meghatározott ahhoz, hogy minden más egyébtől elkülöníthető legyen. A gondolkodás egyik legfontosabb alapelve a tárgyak önmagukkal való azonosságának a feltételezése. Ez az elv nincs ellentmondásban a gondolat tárgyává tett - reális téridőbeli léttel bíró - objektumok állandó és szakadatlan változásával. A tárgy szűkebb értelmezésben az individuális objektumokkal azonos, e fogalommal szinonim kifejezés. E felfogásnak megfelelően a tárgyakkal szemben a predikátumok, a kijelentésekben állított szituációk nem tárgyak. A < ... *van szép* > vagy a < ... *van nagyobb, mint* ... > predikátumok valamint a '**szép**' szó által képviselt predikátum, illetve a '**nagyobb, mint**' kifejezés által képviselt predikátum különböző szemantikai kategóriákba tartoznak. Ugyanez a helyzet valamely állítást kifejező mondat és az adott mondatot jelölő megnevezés (individuumnév) esetében. Ahogy Frege fogalmazott: „Logikai vizsgálatokban gyakran van arra szükségünk, hogy egy fogalomról állítsunk valamit, és ezt az állítások szokásos formájába öltöztessük, hogy tudniillik az állítás a grammatikai predikátum tartalma legyen. Ezek után azt várnánk, hogy a grammatikai szubjektum a fogalmat jelölje, de az, predikatív természeténél fogva nem léphet fel minden további nélkül így, hanem először tárggyá kell alakítanunk, vagy pontosabban szólva egy tárggyal kell helyettesítenünk, amelyet a „fogalma” kifejezés beiktatásával jelölhetünk, pl. „az *ember* fogalma nem üres”. ([5] ; 143) A „tárgy - nem tárgy” megkülönböztetésnek azonban értelemszerűen csak bizonyos nyelv, vagy nyelvi fragmentum keretein belül van értelme, mivel bármi csak azáltal kezelhető jellemezhető tárgyként, hogy megnevezést kap. A különböző szemantikai kategóriákhoz tartozó objektumokról, így a „nem tárgy” kategóriába tartozó predikátumokról és kijelentésekben állított szituációkról való gondolkodás során ezek értelemszerűen maguk is a gondolkodás tárgyává válnak. A különböző szemantikai kategóriákhoz tartozó kifejezések összehasonlító elemzésekor, a róluk való beszédkor egyfajta metanyelvre van szükség. A tárgy kifejezés tehát azt fejezi ki, hogy valami a gondolkodás számára adott. Más kérdés az, hogy a gondolkodás számára adott tárgyak milyen *léttel* bírnak. Egyfajta álláspont szerint csak és kizárólagosan a reális, térben és időben levő tárgyak bírnak reális léttel, a predikátumok által képviselt tulajdonságok, illetve relációk és a kijelentésekben állított szituációk csak a gondolkodás számára, a gondolkodásban léteznek. Ezen álláspont szerint mindezek *hiposztázisok*. A tárgy, vagy individuális objektum tehát a predikatív kifejezések argumentumában szereplő kifejezések (individuumnevek) jelölete. Az individuumnevek közé valódi individuumnevek, vagyis tulajdonnevek és leírások, vagyis deskripciók tartoznak. Az individuumnevek funkciója az, hogy valamely individuális objektumot (dolgot) megnevezzenek, jelöljenek. Mint ilyenek, a logikai grammatika egyik alapkategóriáját alkotják. Az individuumnevekkel kapcsolatban igen nagy jelentőséggel bír a nyelvi kifejezések nevekként történő használatának két alapvető elve, nevezetesen az egyjelentés és a tárgyiség elve. Az egyjelentés elve a névhasználattal szemben támasztott azon követelményt fejezi ki, hogy minden névként használt kifejezés (meghatározott kontextusban) csak egy objektum neve lehet. Ez az objektum az adott név denotátuma, vagy más szóval nominátuma, magyarul jelölete. Valamely individuumnév és az általa jelölt, megnevezett objektum, vagyis az adott név denotátuma között egy-egyértelmű megfeleltetésnek kell fennállnia. A tárgyiség elve szerint

a kijelentésekben, mondatokban szereplő nevek azok nominátumait képviselik, az állítások tehát ezen nominátumokra s nem magukra a nevekre vonatkoznak.

Frege álláspontja tehát az, hogy a „ $\exists(a)$ ”, illetve a „ $\sim\exists(a)$ ” alakú formulákkal kifejezett kijelentések logikai szempontból értelmetlenek. Frege szerint az egzisztenciakvantor hatókörében nem szerepelhetnek individuumparaméterek, individuumnevek, azaz a „létezik” ($< \dots \text{van létező} >$) predikátum nem vonatkoztatható individuális objektumokra, vagyis ezen predikátum argumentumában nem szerepelhetnek individuális objektumokat denotáló individuumnevek. Pontosabban fogalmazva, ekkor metanyelvi kijelentésekként értendők ezek a mondatok. Ez másképpen fogalmazva azt jelenti, hogy ekkor sérül a tárgyiség elve.

Frege nézetének megfelelően valamely mondat (kijelentés) igaz mivoltának előfeltétele az, hogy az adott kijelentés logikai alanyaként szereplő individuumnévnek legyen jelölete, azaz, hogy létezzen az az individuális objektum, melyet az adott individuumnév megnevez. A kérdéses egzisztenciakijelentések esetében – mely kijelentéseknek a „ $\exists(a)$ ”, illetve a „ $\sim\exists(a)$ ” logikai struktúrájú kijelentések felelnek meg – az adott kijelentés éppen a logikai alanyról állítja azt, hogy az létezik, illetve ellenkezőleg, azt, hogy az nem létezik. Ez pedig tautológiát eredményez, hiszen az adott kijelentés igazságának előfeltétele a logikai alanynak megfelelő individuum létezése. Ennek megerősítése a kijelentésben tautológikus, semmitmondó, hasonlatosan az „ $a = a$ ” alakú kifejezések információtartalmához. Az egzisztenciaállítások ebben az esetben akkor és csak akkor nem tautológikusak, ha feltételezettek nemlétező individuális objektumok. Ez másképpen fogalmazva azt jelenti, hogy a tárgyalási univerzumnak lehetséges olyan eleme is, amelyre nézve a „létezik” ($< \dots \text{van létező} >$) predikátum nem igaz, azaz van olyan (lehetséges olyan) individuális objektum, amely e predikátum által képviselt tulajdonsággal (a létezés tulajdonságával) nem bír. Ez a nézet ilyen módon szükségszerűen a nemlétező objektumok problematikájával szembesül.

A nemlétezésnek, mint tulajdonságnak az elismerése, s ezzel együtt nemlétező individuális objektumok elismerése azt jelenti, hogy a

$\sim L(a)$

formula interpretálható olyan módon, hogy a formulának megfelelő természetes nyelvi mondat az „IGAZ” igazságértéket veszi fel, azaz hogy e mondat faktuális értéke az „IGAZ” igazságérték legyen. Az interpretálás e névparamétert tartalmazó mondat formula esetében a névparaméter adott tárgyalási univerzumba eső jelölétének, vagyis a faktuális értékének megadását jelenti. A

$\sim L(a)$

formula, illetve az e formulának megfelelő szinguláris kijelentés igaz mivoltából következően adódik a

$\sim L(a) \Rightarrow \exists x[\sim L(x)]$

formula.

Ez a következtetés az ún. „létezési következtetés”, amely a klasszikus elsőrendű logikában érvényes kvantifikációs törvények egyikének felel meg. A logikai következtetés jobb oldalán nyilvánvaló logikai ellentmondást megtestesítő formula szerepel, amely természetes nyelven az alábbi módon interpretálható: „Van olyan valami ($\Leftrightarrow$ létezik olyan valami), ami nem létezik.” Ez a formula az ún. „létezés paradoxon” logikai struktúráját kifejező formula.

Vegyük még egyszer lépésről lépésre szemügyre, hogy miből keletkezett ez a logikai ellentmondás és miben is áll valójában ez. Az ellentmondás létrejötté szempontjából kulcsfontosságú az a kiinduló feltételezés, hogy a létezés individuális objektumok tulajdonsága, méghozzá osztályozó (klasszifikációs) tulajdonsága. Mit is jelent ez valójában? Az, hogy a létezés individuális objektumok tulajdonsága azt jelenti, hogy a $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ predikátum egyargumentumú elsőrendű predikátumnak tekintett, amelynek értelmezési tartományába individuális objektumok tartoznak (másképpen fogalmazva e predikátum argumentumában individuális objektumokat megnevező individuumnevek szerepelhetnek). Ez a predikátum, mint individuumnevekből mondatokat képező funktor, lényegében egy speciális függvényként értelmezett, amely függvény az értelmezési tartományába eső individuális objektumok mindegyikéhez az „IGAZ” vagy a „HAMIS” igazságérték valamelyikét rendeli, de mindig csak ezek egyikét, kizáró vagylagossággal. A $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ predikátum faktuális értéke az a szabály, amely megmondja, hogy ez a predikátum mely individuális objektumokra nézve igaz és melyekre nézve hamis. Azon individuális objektumok, amelyekhez az „IGAZ” igazságérték, mint absztrakt objektum rendelt e függvény által, a létezők, ezekre nézve igaz ez a predikátum. Ezek az individuális objektumok alkotják e predikátum igazságtartományát, igazsághalmazát. Kiinduló feltételezés, méghozzá igen lényeges feltételezés volt az, hogy a $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ predikátum nem univerzális predikátum, azaz nem olyan predikátum, amely a tárgyalási univerzum minden egyes elemére nézve szükségszerűen igaz, vagyis lehetséges olyan individuális objektum, amelyhez e predikátum faktuális értéke a „HAMIS” igazságértéket rendeli. Ez egyszerűen fogalmazva annyit tesz, hogy a tárgyalási univerzumban lehetségesek olyan individuális objektumok, amelyeket nem illet meg a létezés tulajdonsága, amelyekre nézve ez a tulajdonság nem áll fenn, nem igaz. Ezek az individuális objektumok a nemlétező individuális objektumok. Világosan kell látni, hogy ez annak a konzekvenciája, hogy kiindulási feltételezésként a létezéspredikátum nem tekintett univerzális predikátumnak. Ha annak tekintett volna, akkor a tárgyalási univerzum csak létező individuális objektumokból állt volna, s ekkor ez a predikátum – éppen ebből következően – nem lett volna osztályozó (osztályozásra alkalmas) predikátum, tulajdonság. Hiszen, ha egy tulajdonság minden elképzelhető tárgyat (individuális objektumot) szükségszerűen megillet, akkor ezen tulajdonság alapján nem lehet az individuális objektumok egy csoportját elkülöníteni. Mivel a létezéspredikátum nem tekintett univerzális predikátumnak, azért ez a predikátum s az általa képviselt tulajdonság alkalmas arra, hogy a tárgyalási univerzum elemeit osztályozza, hiszen egyes individuális objektumokra nézve ez a predikátum igaz lesz (ezek lesznek a létezők, mivel őket megilleti a létezés tulajdonsága), más objektumokra nézve azonban ez a predikátum nem lesz igaz, ezek tartoznak ebből adódóan majd a nemlétező individuális objektumok közé.

A paradoxont kifejező formulában szerepel az egzisztenciális kvantor is, más néven a létezési kvantor. A létezési kvantorváltozót lekötő logikai operátor. Természetes nyelvi megfelelője e szimbólumnak a „*létezik olyan, hogy ...*”, illetve a „*van olyan, hogy ...*” kifejezések. A létezési kvantor azt jelenti, hogy a "*tárgyalási univerzum legalább egy elemére...*". Az egzisztenciális kvantor alkalmazása a hatókörében levő változóra az egzisztenciális kvantifikáció. A " $\exists x.A(x)$ " egzisztenciális kvantifikáció adott tárgyalási univerzumon belül akkor és csak akkor igaz, ha x változót lehet legalább egy esetben az adott tárgyalási univerzumon belül úgy értékelni, hogy $A(x)$ igaz legyen, azaz az x változó nem minden értékére hamis $A(x)$. Az egzisztenciális kvantifikáció lényegében az alternáció általánosításának tekinthető, amennyiben:

$$\exists x.A(x) \Leftrightarrow (A(a_1) \vee A(a_2) \vee A(a_3) \vee \dots \vee A(a_n)).$$

Az összefüggésben

$A(x)$ tetszőleges predikátum szimbóluma,

míg

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, \dots, a_n$ individuumnév paraméterek.

Ebben az esetben természetesen feltételezzük, hogy az adott *tárgyalási univerzum* n elemből áll, nincs akadálya azonban annak, hogy végtelen számú (megszámlálhatóan végtelen) elemből álló tárgyalási univerzumot feltételezzünk.

Világosan kell látni, hogy a létezési paradoxonban megfogalmazott ellentmondás abból adódik, hogy a klasszikus logikában értelmezettek szerint az egzisztenciális kvantor értelmezési tartománya a tárgyalási univerzum egésze, azaz a hatókörében levő ' x ' változó a tárgyalási univerzum egészét „befutja”, míg az $L(x)$ predikátum igazságtartománya csak részhalmaza a tárgyalási univerzumnak, vannak tehát (lehetnek) olyan individuális objektumok, amelyek a ' $\sim L(x)$ ' predikátum igazságtartományába esnek.⁵ A paradoxont eredményező levezetésben fontos szerepet játszik még az úgynevezett szinguláris létezési következtetés. Ez a létezési következtetés magától értetődő és egyszerűen bizonyítható (ettől azonban itt most eltekintünk).

1.5. Kant szerepe Frege létezéspredikátumról alkotott nézetének kialakulásában

1.5.1. Kant és Frege álláspontjának különbözősége

Frege maga több helyen említi Kantnak a létezésről, mint predikátumról alkotott felfogását, aminek igen nagy szerepe volt nézeteinek kialakulásában. Kant a „*Tiszta ész kritikája*”-ban Isten létének ontológikus bizonyításával kapcsolatban mondja a következőket: "*Létezni nyilván nem reális állítmány, azaz nem fogalom olyasvalamiről, ami egy dolog fogalmához hozzájárulhatna.*" ([25] ; 386). A "*Der einzig mögliche Beweisgrund zu einer Demonstration des Daseins Gottes*" című munkájában [26] pedig a következőket írja: „Tekintsünk bármely önkényesen választott alanyt, példának okáért, Julius Césart.

Vonatkoztassunk erre minden elgondolható predikátumot, beleértve az idő és a tér predikátumait; Hamarosan észre fogjuk venni, hogy lehetséges, hogy mindezekkel a meghatározásokkal létezzen, meg az is, hogy ne létezzen. ... A létezés, amely a mindennapi beszédben predikátumként fordul elő, nem a dolgoknak maguknak a predikátuma, hanem sokkal inkább a dolgokról alkotott gondolatok predikátuma.” ([26] ; 72.) Úgy tűnik tehát, Kant nézetei két vonatkozásban hatottak Fregére. Egyrészt abban a vonatkozásban, hogy Kant szerint a létezés nem reális predikátum, másrészt abban a vonatkozásban, hogy a létezés a gondolatok tulajdonsága. Frege szerint a létezés másodrendű predikátum, s a fogalmak tulajdonsága.

1.5.2. Kant kritikája

1.5.2.1. Az ítéletek abszolút szükségességével kapcsolatos ellenérv

Célszerű itt röviden összefoglalni Kant érvelését annak érdekében, hogy kimutatható legyen Kant és Frege álláspontjának egyezése és különbsége részleteiben.

Az ontológiai istenérvvvel (az ontológiai istenérv mibenlétére vonatkozóan lásd a 3. jegyzetet) szembeni legsúlyosabb érveket Kant vonultatta fel. A kép teljességéhez tartozik azonban, hogy a kanti érvelés jó néhány gondolata már korábbi gondolkodóknál is fellelhető volt.⁶ Kant lényegében két fő érvet állít az általa ontológiainak nevezett istenbizonyítással szembe. Az egyik érv azt mondja, hogy egyáltalán nem szükségszerű egy ilyen tökéletes lény fogalma. Tehát, ha elfogadnánk az anzelmi, illetve a Descartes-féle logikai érvelést, akkor is problematikus, hogy miért szükségszerű egy ilyen fogalomnak a megléte. Miért ne lehetne feltételezni, hogy e fogalom léte esetleges. Miért ne lehetne elgondolni, hogy e fogalommal nem is bírunk, hogy egyszerűen nem alkotunk ilyen fogalmat. Kant így érvel: "Minden fölhozott példa kivétel nélkül csak *ítéletekből*, de nem *dolgokból* és létezésükből van véve. Az ítéletek föltétlen szükségessége nem abszolút szükségessége a dolgoknak. Mert az ítélet abszolút szükségessége csak föltételezett szükségessége a dolognak, vagy az állítmánynak az ítéletben. Az előbbi tétel nem azt mondta, hogy a három szög föltétlenül szükséges, hanem: ama föltétel mellett, hogy egy háromszög van (adva van), akkor van (benne) szükségképp három szög is. Mindazonáltal e logikai szükségesség oly nagy hatalmát mutatta illúziójának, hogy midőn egy dologról magunknak a priori oly fogalmat alkottunk, mely nézetünk szerint a létet is befoglalta körébe, azt hittük, hogy ebből biztosan következtethetjük, hogy mivel e fogalom tárgyát a lét szükségképpen, azaz ama föltétel mellett, hogy a dolgot, mint adottat (létezőt) tételezzem, megilleti, azért léte is szükségképp (az azonosság szabálya szerint) tételezhető, ez a lény tehát maga föltétlenül szükséges, mert léte egy tetszés szerint fölvetett fogalomban és azon föltétel mellett, hogy tárgyát tételezem, vele gondoltatik." ([25] ; 383) Kant úgy érvel mindezek alapján, hogy nem kell feltételezni egy ilyen fogalmat, s akkor semmiféle ellentmondásba nem bonyolódunk, már olyan ellentmondásba, amely egy ilyen lény nemlétezésének elgondolásakor adódna. "Ha azonos ítéletben az állítmánnyt megszüntetem és megtartom az alanyt, akkor ellentmondás származik és azért mondom: amaz szükségképpen illeti meg ezt. Ha azonban az alanyt az állítmánnyal együtt szüntetem meg, akkor nem származik ellentmondás; mert *nincsen többé semmi*, aminek ellen lehetne mondani. Háromszöget tételezni és mégis megszüntetni a három szöget, ellentmondó; de a háromszöget három szöggel együtt megszüntetni nem ellentmondás. Épp így áll a dolog az abszolút szükséges

lény fogalmával. Ha megszüntetitek létét, megszüntetitek a dolgot valamennyi állítmányával együtt; honnan álljon akkor elő ellentmondás? Külsőleg nincs semmi, aminek ellentmondanánk, mert a dolog ne külsőleg legyen szükséges; belsőleg nincs semmi, mert magának a dolognak megszüntetésével megszüntettünk egyúttal minden belsőt. Isten mindenható; ez szükséges ítélet. A mindenhatóság meg nem szüntethető, ha istenséget, azaz végtelen lényt tételezünk, amelynek fogalmával amaz azonos. Ha ellenben azt mondjátok: *isten nincsen*, akkor nincsen adva sem a mindenhatóság, sem bármely más állítmánya; mert valamennyien az állítmánnyal együtt megszüntek és ebben a gondolatban nem mutatkozik a legkisebb ellentmondás sem." ([25] ; 383-384)

1.5.2.2. A létezéspredikátummal kapcsolatos ellenérv

Kant második ellenvetése az ontológiai istenérvvvel kapcsolatban lényegében a Pierre Gassendi által már felvetett gondolatból indul ki. A híressé vált kanti tézis szerint a létezés nem állítmány. Kant érvelése a következő: "L o g i k a i á l l í t m á n y u l minden szolgálhat, ami tetszik, még az alany is állítható magamagáról, mert a logika minden tartalomtól elvonatkozik. De a *meghatározás* oly állítmány, mely az alany fogalmán fölül járul hozzá és megnagyobbítja. Nem kell tehát bennefoglaltatnia. L é t e z n i nyilván nem reális állítmány, azaz nem fogalom olyasmiről, ami egy dolog fogalmához hozzájárulhatna. Csak pozíciója egy dolognak vagy bizonyos meghatározásoknak önmagukban. Logikai használatban csupán egy ítéletnek a kopulája. E tétel: I s t e n m i n d e n h á t ó (Gott ist allmaechtig), két fogalmat tartalmaz, melyeknek megvan a tárgyuk, istent és a mindenhatóságot; az az < ist > nem még egy állítmány azon fölül, hanem csak az, ami az állítmányt az alanyra v o n a t k o z t a t v a tételezi. Ha már most az alanyt (Isten) minden állítmányával (amelyek közé tartozik a mindenhatóság is) együtt veszem és azt mondom: I s t e n v a n; vagy v a n I s t e n akkor nem teszek új állítmányt az isten fogalmához, hanem csak az alanyt teszem önmagában minden állítmányával, még pedig a t á r g y a t a f o g a l o m r a vonatkoztatva. Mindkettőnek pontosan ugyanazt kell tartalmaznia, tehát a fogalomhoz, mely csupán a lehetőséget fejezi ki, azért, hogy tárgyat föltétlenül adottnak (e kifejezés által: ő van) gondolom, nem járulhat hozzá semmi. És így a valóságos nem tartalmaz semmivel sem többet, mint a csupán lehetséges. Száz valóságos tallér nem tartalmaz többet, mint száz lehetséges. Mert, minthogy ezek a fogalmat, azok pedig a tárgyat és pozícióját önmagában jelentik, akkor abban az esetben, ha ez többet foglalna magában amannál, fogalmam nem fejezné ki az egész tárgyat, tehát nem is volna a neki megfelelő fogalom. Vagyoni állapotomban azonban száz valóságos tallér több, mint csupán fogalmuk (azaz lehetőségük). Mert a tárgy, ha a valóságban van meg, nemcsak fogalmamban analitikusan, hanem fogalmamhoz (mely állapotom meghatározása) hozzájárul szintetikusán, anélkül, hogy e fogalmamon kívüli lét folytán e képzelt száz tallér maga legkevésbé is szaporodott volna.

Ha tehát egy dolgot akármely és nem bánom akárhány állítmánnyal (még a teljes meghatározásban is) gondolom, azért azzal, hogy hozzáteszem: e dolog v a n, semmi sem járult hozzá a dologhoz. Mert különben nem ugyanaz, hanem több léteznék, mint amennyit a fogalomban gondoltam és nem mondhatnám, hogy éppen fogalmam tárgya léteznék. Sőt, ha valamely dologban egyen kívül minden realitást képzelek, azért azzal, hogy azt mondom e fogyatékos dolog létezik, a hiányzó realitás nem járul hozzá, hanem ugyanazzal a

fogyatékkal létezik, ahogy gondoltam, különben más valami léteznék, mint amit gondoltam. Ha már most egy dolgot legfőbb realitásnak gondolok (fogyatékok nélkül), még mindig fennmarad a kérdés, hogy létezik-e, vagy sem? Mert ámbár fogalmamnak egy dolog lehetséges reális tartalmáról általában semmi híja, mégis van még valami híja a gondolkodásom egész állapotához való viszonynak, ugyanis az, hogy ama tárgy ismerete *a posteriori* is lehetséges legyen. És itt tetszik ki az e körül fölmerülő nehézség oka is. Ha az érzékek valamely tárgyról van szó, akkor a dolog létét a dolognak pusztá fogalmával nem zavarhatnám össze. Mert a fogalom által a tárgy csak egyezőnek gondoltatik az általános fogalmakkal egy lehetséges empirikus ismeretről általában, a létezés által, azonban mint az egész tapasztalat összefüggésében foglalva gondoltatik; amidőn azután az összes tapasztalat tartalmával való kapcsolat folytán a tárgy fogalma a legkevésbé sem gyarapíttatik, gondolkodásunk azonban ezzel egy lehetséges észlelettel többet kap. Ha ellenben a létezést egyedül a tiszta kategória útján akarjuk gondolni, akkor nem csoda, ha nem mondhatunk ismertető jelt, mellyel a pusztá lehetségtől meg lehetne különböztetni.

Fogalmunk egy tárgyról tartalmazhat tehát akármit és akármennyit, mégis túl kell rajta mennünk, hogy létezést adhassunk neki. Az érzékek tárgyainál ez észrevevéseim valamelyikével való összefüggés útján történik empirikus törvények szerint; de a tiszta ész tárgyaira nézve éppenséggel nincsen eszköz létezésük fölismerésére, mert egészen *a priori* kellene felismerni; tudatunk minden létezésről pedig (akár észlelés útján közvetlenül, akár következtetések útján, melyek valamit az észleléssel összekapcsolnak) egészen a tapasztalat egységéhez tartozik és létezés e téren kívül nem mondható ugyan föltétlenül lehetetlennek, de oly föltevés, melyet semmivel sem igazolhatunk." ([25] ; 386-387)

Mit ért Kant azalatt, amikor azt mondja, hogy száz valódi tallér semmivel sem több, mint száz lehetséges tallér? ("Száz lehetséges tallér semmivel sem tartalmaz többet, mint száz lehetséges tallér." ([25] ; 386)) Kant a következő mondatban megmagyarázza állítását. Azt mondja, hogy az utóbbi (tehát a száz lehetséges tallér) magát a "*fogalmat*", a fogalom tételezését jelenti önmagában, míg az előbbieket a "*tárgynak*" önmagában való tételezését jelenti. Kant állítása az, hogy a száz tallér fogalma mindkét esetben ugyanaz. Nem lehet különböző, hiszen ha a tárgynak megfelelő fogalom többet tartalmazna, mint az utóbbi, akkor a fogalom nem felelne meg teljesen a tárgynak, nem fejezné azt ki teljesen. Kant felfogása szerint tehát a tallér fogalmához az, hogy az "lehetséges" (vagyis csak a tudatban létező) vagy az, hogy az "reális", tehát a téridőbeli világban létező nem tesz hozzá semmit. ("Mert minthogy ezek a fogalmat, azok pedig a tárgyat és pozícióját önmagában jelentik, akkor abban az esetben, ha ez többet foglalna magában amannál, fogalmam nem fejezné ki az egész tárgyat, tehát nem is volna a neki megfelelő fogalom." ([25] ; 386)) Az, hogy valami csak lehetséges (jelen esetben tudati létezőként) létezik, vagy reális létezőként, azaz a téridőbeli világban, az adott fogalomhoz mintegy külsődlegesen, - Kant terminológiáját alkalmazva szintetikusán - adódik hozzá. Kant tehát itt arról beszél, hogy bármilyen tárgyról alkotott fogalmunk predikátumai közé a "létezés", mint predikátum nem tartozik hozzá. Ez a predikátum, - ha ez egyáltalán az, - a fogalom tartalmához sem hozzá nem tesz semmit, sem el nem vesz belőle. Kant tehát mindvégig fogalomról beszél, az adott fogalmat tételező predikátumokról (predikátumok összességéről), s azt mondja, hogy a "létezés", mint "*predikátum*" egyetlen dolog fogalmában sem szerepel. ("Mert a tárgy, ha a valóságban van meg, nemcsak fogalmamban analitikusan, hanem fogalmamhoz (mely

állapotom meghatározása) hozzájárul szintetikusán, anélkül hogy e fogalmamon kívüli lét folytán e képzelt száz tallér maga legkevésbé is szaporodott volna." ([25] ; 386-387))

Az, hogy valami létezik-e vagy sem szintetikus ítéletben állítható vagy tagadható. "Fogalmunk egy tárgyról tartalmazhat tehát akármit és akármennyit, mégis túl kell rajta mennünk, hogy létezését adhassunk neki." ([25] ; 387) - mondja Kant. A létezés vagy nemlétezés "az érzékeink által szállított információ". A tárgy fogalmán ez mintegy "kívül van". Erre és ezért mondja Kant azt, hogy a létezés nem reális állítmány, értve ezalatt azt, hogy nem az adott tárgyat tételező állítmány. Kant a létezés "logikai állítmánynak" tekinti, megkülönböztetve azt az úgynevezett "r e á l i s á l l í t m á n y o k t ó l", amelyek egy dolog meghatározására szolgálnak. Felvetődik a kérdés: mi tehát a különbség száz lehetséges és száz valóságos tallér között? Kant azt mondja, hogy fogalmukban semmi. A száz valóságos tallér "... a létezés által azonban, mint az egész tapasztalat összefüggésében gondoltatik; amidőn azután az összes tapasztalat tartalmával való kapcsolat folytán a tárgy fogalma legkevésbé sem gyarapíttatik, gondolkodásunk azonban ezzel egy lehetséges észlelettel többet kap." ([25] ; 387) Kant itt még egy megjegyzést fűz ehhez a gondolathoz: "Ha ellenben a létezés egyedül a tiszta kategória útján akarjuk gondolni, akkor nem csoda, ha nem mondhatunk ismertető jelt, mellyel a pusztá lehetségtől meg lehetne különböztetni." ([25] ; 387) A téridő valóságában létező tárgyat is fogalmán keresztül ragadjuk meg, s ez a fogalom - tehát hangsúlyozottan a fogalom maga - semmiben sem különbözik ugyanezen tárgy fogalmától, ha az csak tudati létezőként adott számunkra, azaz nem bír realitással a téridő világban. Kant tehát m i n d v é g i g fogalmakról beszél, nincs szó tehát az "önmagában vett tárgynak" és a tárgyról alkotott fogalomnak az összehasonlításáról. Erre maga Kant sem mondaná azt, hogy a kettő ugyanaz, hiszen épp azt bizonygatja az ontológiai istenérvet cáfoló gondolatmenetében, hogy a fogalomból nem lehet a létre következtetni, azért mert a tárgyat tételező állítmányok között a létezés, mint állítmány nincs jelen. A létezés "kívülről" szintetikusán járul a tárgyhoz, s azt jelenti, ami már az előbbieken kifejtésre került, nevezetesen azt, hogy ekkor az adott tárgyat a "tapasztalat összefüggésében gondoljuk el." Kant felfogása szerint az önmagában létező tárgyhoz nem férünk hozzá, a tárgy számunkra csak, mint valamely fogalom alá besorolt tárgy létezik. A tárgy számunkra csak azáltal létezik, hogy valamely fogalom alá soroljuk, másképp nem tudjuk gondolatilag megragadni. Kant érvelésében mindig csak fogalmakról van szó, fogalmak összevetéséről.

Az idézett Kant szövegből látható, mily közel áll Kant és Frege létezésről alkotott nézete egymáshoz. Kant felfogása szerint a létezés a dolgokról alkotott gondolatokra vonatkozó predikátum. Frege ugyanezen a véleményen van, szerinte a dolgok (individuális objektumok) számunkra csak, mint valamely fogalom alá besorolt (valamely fogalom alá eső) objektumok léteznek. Ha nem ismerjük azt a fogalmat (fogalmakat) amelyek alá az adott individuális objektumot besoroljuk (szubszumpció) akkor semmit sem tudunk az adott objektumról. Frege predikációelmélete szerint a létezéspredikátum másodrendű predikátum, ami azt jelenti, hogy e predikátum fogalmakról állítható (alája fogalmak tartoznak). Az "Isten létezik." állítás azt jelenti, hogy az "isten" fogalom alá (terjedelmébe) legalább egy individuális objektum tartozik. Nem egyedi tárgyak (individuális objektumok) tulajdonságáról van tehát itt szó, hanem fogalmakról. Mennyiben különbözik ez a predikátum más predikátumoktól? "Az isten [van] mindenható." és a hasonló logikai

szerkezettel bíró kijelentésekben, amelyek isten tulajdonságait tételezik szubordinációról van szó. Ezen kijelentésben annak állításáról van szó, hogy az "isten" fogalom a $\langle \dots \text{van mindenható} \rangle$ predikátum (fogalom) terjedelmével esik egybe, azaz minden olyan individuális objektum, amely a $\langle \dots \text{van isten} \rangle$ predikátum alá esik, az egyben a $\langle \dots \text{van mindenható} \rangle$ predikátum (fogalom) alá is esik. Fogalmak terjedelmi viszonyának állításáról van tehát ezen állításokban szó. Amennyiben "Isten" kifejezést nagybetűvel írjuk ezzel utalva arra, hogy itt és ezen esetben tulajdonnévről, egy egyedi létező megnevezéséről van szó, akkor az előbbi kijelentés "Isten [van] mindenható." logikai szempontból a $\langle \dots \text{van mindenható} \rangle$ predikátumnak az Isten individuumnévvel jelölt objektumra való vonatkoztatásáról van szó. E kijelentés faktuális értéke az „IGAZ” igazságérték, ha a logikai alanyként szereplő individuális objektum a $\langle \dots \text{van mindenható} \rangle$ predikátumnak az igazsághalmazába esik. Frege felfogása szerint a "létezik" ($\langle \dots \text{van létező} \rangle$) predikátum nem vonatkoztatható az "Isten" individuumnévvel jelölt objektumra, hiszen a létezés nem egyedi objektumok (tárgyak) tulajdonsága. Míg tehát az "Isten [van] mindenható." és az ehhez hasonló logikai struktúrájú kijelentésekben szubordinációról, addig az "Isten létezik." ("Isten [van] létező.") kijelentésben másodrendű predikációról, azaz egy másodrendű predikátumnak ($\langle \dots \text{van létező} \rangle$) egy elsőrendű predikátumra ($\langle \dots \text{van isten} \equiv \text{istennek lenni} \rangle$) való vonatkoztatásáról van szó. A létezés tehát a fogalomnak a tulajdonsága Frege szerint. Az ontológia istenérvet Frege ebből következően elutasítja.

1.6. Frege álláspontja az individuális objektumokra vonatkozó egzisztencia-kijelentésekkel kapcsolatban

Nyitva maradt még az a kérdés, hogy mit ért Frege azon kijelentés alatt, hogy "Leo Sachse existiert."? Nos Frege felfogása szerint ez a mondat azt jelenti, hogy a "Leo Sachse" tulajdonnévnek (individuális objektumot jelölő individuumnévnek) van jelölete. Az "Es gibt Menschen." kijelentés Frege értelmezése szerint azt jelenti, hogy a "Mensch" fogalom értelmezési tartománya nem üres. A létezés kérdése és Frege-nek a nevek jelölete (Bedeutung) és jelentése (Sinn) közötti különbségtétele közötti összefüggés nyilvánvalóvá válik, ha meggondoljuk, hogy egy olyan mondat, mint például a "Leo Sachse existiert." kétféleképpen interpretálható. Az egyik interpretáció szerint ez a kijelentés azt állítja, hogy a "Leo Sachse" tulajdonnévnek (individuumnévnek) van jelölete. A másik lehetséges interpretáció szerint egy és csakis egy olyan tárgy létezik, hogy a "Leo Sachse" individuumnév ezt a tárgyat jelöli. Ez a mondat - abból következően, hogy a "Leo Sachse" kifejezés (individuumnév) egy nyelvi jel, - egy névről, egy nyelvi jelről állít valamit. A mondat logikai szubjektuma eszerint a "Leo Sachse" individuumnév, nem pedig e névnek a jelölete. Míg a tárgynyelvi kijelentések a nevek által jelölt tárgyakról szólnak, addig itt egy metanyelvi kijelentésről van szó, amely magáról a névről, s nem a név által jelölt objektumról szól. Frege szerint a "Leo Sachse existiert." tárgynyelvi értelmezésben azt jelenti, hogy Leo Sachse önmagával azonos ("Leo Sachse ist sich selbst gleich."). Ez az értelmezés magától értetődő kijelentésként értelmezi a mondatot, és ebből következően az "existiert" predikátum univerzális predikátumként szerepel e mondatban. Metanyelvi értelmezés szerint a mondat egyáltalán nem magától értetődő, azaz a "létezik" ("existiert") predikátum itt nem univerzális predikátumként szerepel. Példa erre az "Odüsszeusz létezik." kijelentés, amely a józan értelem szerint "HAMIS" igazságértékkel bír. Az "a' [van] F."

kijelentésnek akkor és csak akkor van jelölete, ha a kijelentésben szereplő 'a' individuumnévnek van jelölete. E tételt alkalmazva a tárgynyelvi értelemben felfogott szinguláris egzisztenciakijelentésekre (L(a)) megállapíthatjuk, hogy ezeknek akkor és csak akkor van jelöletük, ha az 'a' individuumnévnek van jelölete. Az, hogy az 'a' individuumnévnek van-e jelölete vagy nincs, az a mondat metanyelvi értelmezésétől függ, hiszen eszerint ez a mondat lehet „HAMIS” igazságértékkel bíró. Ebből az következik, hogy a tárgynyelvi értelmezés szerinti mondat lehet igaz vagy igazságérték nélküli. A tárgynyelvi mondatban az "existiert" predikátum univerzális predikátumként szerepel, azaz ebből következően ez a kijelentés csak „IGAZ” igazságértéket vehet fel. Annak azonban, hogy e kijelentésnek legyen faktuális értéke, előfeltétele, hogy a logikai alanyként szereplő kifejezésnek, individuumnévnek legyen jelölete. Amennyiben az argumentumban szereplő individuumnévnek nincs jelölete, úgy a kijelentés értelem nélküli, nincs igazságértéke (nem értelmezhető az igazságértéke).

1.7. Frege létezésfelfogásának további konzekvenciái

1.7.1. Problémafelvetés

Az előző fejezetekben röviden vázoltuk Frege létezéspredikátumról alkotott felfogását. Jelen fejezetben két olyan további problémakört említünk, amely szoros összefüggésbe hozható Frege-nak az egzisztenciakijelentésekről való nézetével. Az egyik problémakör a létezéspredikátumnak univerzális predikátumként való értelmezésével, azaz Frege terminológiájával élve magától értetődő fogalomként való értelmezéséből adódik. E nézet szerint a „létező” fogalma a legfelsőbb nemfogalom, amely alá sorolt minden más fogalom. A józan ész hajlik erre a megfontolásra, abból következően, hogy a létezés az a tulajdonság, amely minden individuális objektumot megillet.

Arisztotelész már felismerte, hogy a létező fogalma - ellentétben a köznapi felfogással, s a dolog látszólagos magától értetődőségével - nem a legfelsőbb nemfogalom, azaz felismerte azt, hogy ha annak tekintjük, akkor óhatatlanul logikai ellentmondásba ütközünk. E fejezetben többek között azt mutatjuk be, hogy milyen összefüggés (milyen közös tartalom) van Frege létezéspredikátumról alkotott nézete, Arisztotelésznek ezen felismerése és az ún. halmazelméleti antinómiák között. E célkitűzéssel kapcsolatos vizsgálódások a következő gondolatmenetet követik. Első lépésként Arisztotelész felismerését tesszük vizsgálat tárgyává, majd a modern logika nyelvén fogalmazzuk meg azt, amit Arisztotelész a *Metafizika* harmadik könyvében e kérdéssel kapcsolatban kifejtett. A problémát a modern predikátumlogika nyelvére transzformálva már nyilvánvalóvá válik, hogy az ún. halmazelméleti antinómiákban és az erre épülő további predikátumlogikai paradoxonokban lényegében hasonló probléma nyer megfogalmazást, pontosabban e problémák azonos töről fakadnak.

1.7.2. Arisztotelész felismerése a „létező” fogalmával, mint legfelsőbb nemfogalommal kapcsolatban

A létezés problémájának messzire visszanyúló gondolati előtörténte van. A parmenidészi tanköltemény ([29] ; 83-92) talán a legelső ismert, e problémakörrel kapcsolatos elméleti megnyilatkozás. E tankölteményben a "lét"/"létező" („εστιν”) magában foglal mindent, "nem hagyva helyet" a létben, a létezőkön kívül semmi más számára. Parmenidész alapvető gondolata az, hogy *minden, ami van - létező*. A lét az, ami mindent megillet, nincs semmi, ami a létben ne kapcsolódna egymáshoz, azaz a létben minden megegyezik. A lét megelőz minden különbségtételt. Minden különbségtétel *"léten belüli"*. A létnek nincsen (nem van) ellenpólusa (nincsen tagadása), hiszen, ha ez az ellenpólus 'van', akkor az a létben belül 'van', mivel minden 'van' a létben belül 'van'. A létben kívül abszolút semmi nincs. *"Ami kimondható és elgondolható, annak léteznie kell."* ([B6] ; 1)* Ami viszont nem létezik, az nem gondolható el, s arról beszélni sem lehet: *"... mert meg sem ismerheted a nemlétezőt (mivel nem lehetséges) és ki sem mondhatod."* ([B2] ; 7-8).

Mindazonáltal e felfogással⁷ szemben mind a filozófiai, mind a hétköznapi gondolkodás területén komoly ellenvetések merültek és merülnek fel. Már Arisztotelész komoly fenntartásokat fogalmazott meg e nézettel szemben. Észrevette, hogy ha a dolgok legáltalánosabb meghatározása a "létező" és "egy", akkor a "lét" és az "egység" nem lehet a dolgok első elve.

A *Metafizika* harmadik könyvében (B) Arisztotelész a következőket írja: "S ha a fajták még annyira elvek is, vajon az egyedekről állított legelső vagy legutolsó fajtákat kell-e elveknek tartanunk? Mert efelől is kétségek támadhatnak bennünk. Ha ugyanis úgy gondolkodunk, hogy mindig inkább tekinthető elvnek az, ami általános, akkor világos, hogy a legmagasabb fajták az elvek, mert ezek mindenről állíthatók. Tehát annyi elvük lesz a létezőknek, ahány a legmagasabb fajta, s így a lét és az egység lesznek elvek és szubsztanciák; ugyanis ezek lehetnek minden létezőnek elsősorban állítmányai. De sem az egység, sem a lét nem lehetnek a létezők fajtái. Mert minden fajta különbségének is "lennie" kell, meg "egynek" is kell lennie; azonban sem a nem fajtáit, sem a nemet fajtái nélkül nem lehet állítani a sajátos különbségekkel kapcsolatban, s ebből következik, hogy ha az egység és a létező nemek, akkor nem lehet semmiféle különbség, *se egy, se létező*. Ha pedig az egység és a létező nem genusok, akkor nem is elvek, ha egyszer az elvek genusok. Továbbá e feltevés szerint a közbülső osztályok is, különbségeikkel együtt genusok lennének, le egészen az egyedekig. Már pedig ezek közül némelyek annak látszanak, mások meg nem. Ehhez jön még, hogy így inkább a differenciák lennének princípiumok, mint a genusok. Ha pedig ezek genusok, akkor - hogy úgy mondjam - végtelen sok princípium lesz, különösen, ha az ember az első

* A Parmenidész töredékek azonosítása az ún. Diels-Kranz jegyzet alapján történik. Az azonosításhoz alapul vett kiadás: *Die Fragmente der Vorsokratiker ; Griechisch und Deutsch von H. Diels, Achte Auflage, Hrsg. Von W. Kranz., Weidmannsche Verlagsbuchhandlung, Berlin, 1956 ; A „B” betűt követő szám a szögletes zárójelen belül az adott töredék szövegkiadásbeli sorszáma, ezt követi pontos vesszővel elválasztva a sor(ok) száma. Ahol nem adtuk meg külön a magyar fordítást, ott mindig a PARMENIDÉSZ: „A természetről” ; In: Görög gondolkodók 1., Thalészról Anaxagoraszig ; Kossuth Könyvkiadó, Budapest, 1996 ; p.83-92., összeállításban, azaz a [29]-ben közölt fordítás értendő (Steiger Kornél fordítása).*

genust principiummá teszi. S ha másfelől az egység inkább principiumszerű, egy azonban az oszthatatlan, oszthatatlan pedig minden vagy a mennyisége, vagy a fajtája szerint, s e kettő közül a faj szerint oszthatatlan az előbbi, a genusok fajtákra oszthatók lévén, akkor leginkább egység az, ami az egyedekről legvégül állítható." (Met. B3, 998b-999a ; magyar fordítás: ([30] ; 82))

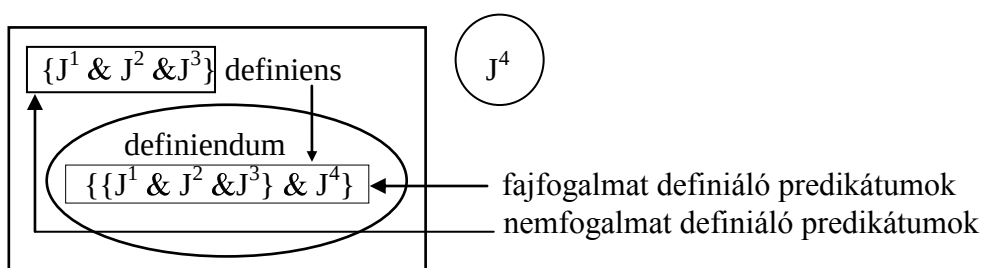
Miről is van itt szó? Az egyedi létezőket (individuális objektumokat) lehet különböző nemfogalmak alá sorolni. Első közelítésben úgy tűnik, hogy egyre általánosabb nemfogalmak alá sorolva az egyedi létezőket végül a "lét" és az "egy" fogalmához jutunk, amelyek alá minden létező besorolható, azaz a "lét" és az "egység" minden létezőről állítható. Úgy tűnik, a "lét" és az "egy" a legfőbb nemfogalom (genus). Valójában azonban a "lét" és az "egy" nem lehetnek nemfogalmak, hiszen a fajképző különbségeket is magukban foglalják. Hogyan értendő ez?

1.7.3. A definíció arisztotelészi módszere (A genus és a species révén történő definíció)

A fogalom meghatározásának Platónra visszamenő arisztotelészi módszere a következő: a definíció megadja a legközelebbi nemfogalmat (*genus proximum*) és a faji különbséget (*differentia specifica*), miközben feltételezi, hogy egyértelműen elkülöníthetők egymástól a nemhez és a fajhoz tartozó jegyek.⁸ Az 1.7. ábra világítja meg az elmondottakat. A fogalmi jegyek valójában predikátumok, legyenek ezek rendre $J^1, J^2, J^3, \dots, J^n$ szimbólumokkal jelölve. Tételezzük fel, hogy valamely (egyszerűbb) fogalmat három lényegi állítmány ($J^1 \& J^2 \& J^3$) definiál, s ezen fogalom alapján definiálunk egy (ennek alárendelt) fogalmat. Ez a fogalom tehát e meghatározásban a legközelebbi nemfogalomként (*genus proximum*) szerepel. Tételezzük fel, hogy a fajképző különbséget, mint fogalmi jegyet (*differentia specifica*) a " J^4 " predikátum testesíti meg. A definiálandó új fogalom ezek szerint a legközelebbi nemfogalom jegyeit, mint predikátumokat és a fajképző különbséget, mint predikátumot egyesíti magában, az alábbiak szerint.

- Genus proximum:= $\{J^1 \& J^2 \& J^3\}$
- Differentia specifica:= J^4
- Definiált új fogalom:= $\{\{J^1 \& J^2 \& J^3\} \& J^4\}$

1.7. ábra



Konkrét példát véve az elmondottak szemléltetésére tekintsük az alábbi (viszonylag egyszerű) geometriai fogalmakat. A példaként választott geometriai fogalmak terjedelmi

viszonyait a **1.8. ábra** szemlélteti. Az ábrán minden geometriai fogalom esetében feltüntetett az, hogy mely predikátumok definiálják az adott fogalmat.

Négyzet: olyan téglalap, amelynek oldalai egyenlő hosszúak.

Téglalap: olyan paralelogramma, amelynek szögei derékszögek.

Paralelogramma: olyan négyszög, amelynek két-két szemközi oldala párhuzamos.

Négyszög: négy szöggel bíró (négy csúcspontú) sokszög.

Sokszög:

A geometria szigorúan axiomatikus, deduktív jellegű tudomány (mint ilyen az első egyike) s fogalmi rendszere az axiomatikus tudományok fogalmi rendszerének megfelelően van felépítve. Az itt példaként említett fogalmak természetesen visszavezethetők nem definiált - szemlélet alapján elfogadott - fogalmakra és nem bizonyított tételekre (axiómákra), amelyeket e tudomány kiinduló fogalmainak és elveinek tart. Ettől azonban itt eltekintünk.

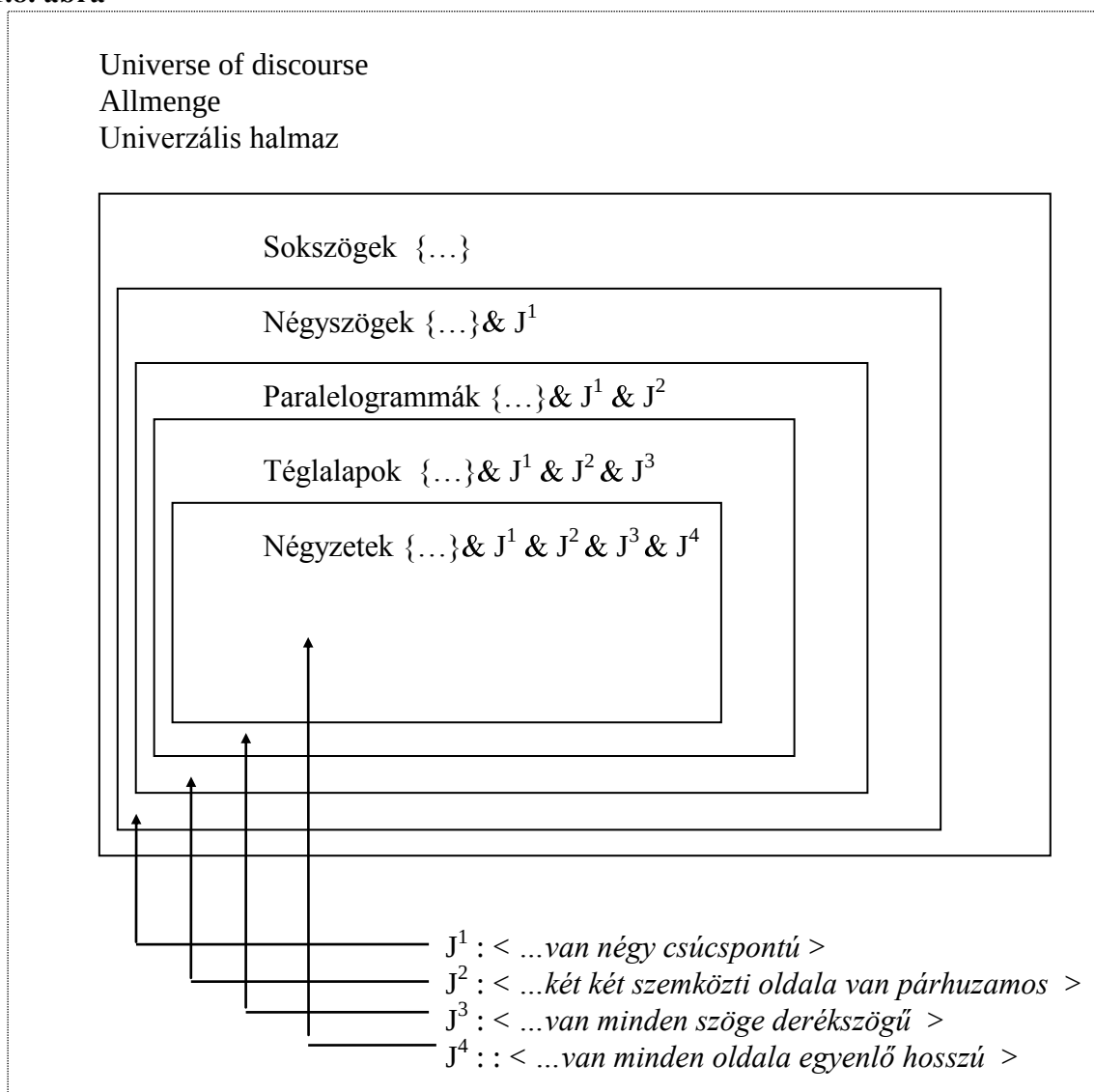
Nagyon lényeges kiemelni a definiálás e módjának azon - vizsgálódásaink szempontjából kiemelkedő jelentőséggel bíró - sajátosságát, hogy az adott fajfogalom szempontjából differentia specificaként funkcionáló fogalmi jegyek (predikátumok) mindig a genus proximum terjedelmén kívül vannak.

A fogalom meghatározása ezen útjának irányával ellentétes irányba haladva a faji különbségek elhagyásával értelemszerűen egyre általánosabb fogalmakhoz jutunk. Ezen az úton jutott el Arisztotelész a valóság legfőbb neveihez, amelyeket "*kategóriák*"-nak nevezett.

1.7.4. A "*létező*" fogalmának definiálhatatlansága

Mindezek után felvetődik még egyszer a kérdés: miért nem lehet tehát az egész valóságot egyetlen legfőbb nemfogalom alá besorolni? Azért, mert minden, ami *van*, "*létező*", s mert a "*létező*" megjelölés nemcsak minden faj és nembeli határozmányra érvényes, hanem minden jegyre és ezzel minden különbségre is. Hiszen a legvégső és legcsekélyebb különbség, sőt a legegyszerűbb létmód is "*létező*". Azaz, ez azt jelenti, hogy amennyiben létezőnek tekintjük az egyedeket és azok minden határozmányát és az egyedeket minden határozmányaikkal együtt a "*létező*" "*kategóriája*" alá soroljuk, akkor szükségszerűen logikai ellentmondáshoz jutunk. Miért? Ez az alábbiak alapján könnyen belátható. Tekintsük a "*létezők*" fogalmát. Ez alá a fogalom alá van besorolva minden, az egyedi létezők és azok minden határozmányai is egyaránt. Mindezek után próbáljunk meg a "*létező*" fogalmától, mint legfőbb nemfogalomtól elindulni az "*egyedi létező*" felé, s sorra definiálni az egyes fogalmakat, egyedi létezőket. Gondolati próbálkozásunk kudarcba fullad, hiszen ahhoz, hogy a legfelsőbb nemfogalmon belül más fogalmakat különítsünk el, ahhoz "*különbségekre*", még hozzá "*fajképző különbségekre*" van szükségünk, másrészt ezek

1.8. ábra



a fajképző különbségek nem lehetnek a kiinduló nemfogalmon "belül" (a kiinduló nemfogalom terjedelmén belül). Lényeges meghatározottsága ugyanis a fogalom-meghatározás előzőekben bemutatott arisztotelészi módszerének - mint már említettük -, hogy a fajképző különbségnek, mint predikátumnak mindig a legközelebbi nemfogalmon (és minden más felérendelt fogalmon) kívül kell lennie, nem tartozhat alájuk. Márpedig, mivel eredeti feltevésünk szerint az összes fajképző különbség "létező", ezért azok belül vannak a "létező" legfőbb nemfogalmán (annak terjedelmébe esnek). Így nem tudunk fajképző különbségeket "produkálni", s ezért nem tudunk semmiféle "fajtát" definiálni a legfőbb nemfogalmon belül. Fel kell tehát adnunk azt a feltevésünket, hogy a "létező" fogalma nemfogalom (genus). Ezt Arisztotelész is világosan látta, hiszen erről mondja a *Metafizikában*: "De ha van valami magábanvaló létező és magábanvaló egy, nagy nehézséget okoz az a kérdés, hogyan lehet ezeken kívül még valami más, ti. hogyan lehetnek a létező dolgok egynél többen? Mert semmi más, mint a létező, az nem létezik, s így igazat kell adnunk Parmenides bizonyításának, amelynek az az eredménye, hogy

minden létező egyetlen egység, s éppen ez az egység a létező." (Met. B4, 1001a29-b1 ; magyar fordítás: ([30] ; 89))

1.7.5. A tárgyalási univerzum felépítése

1.7.5.1. Fogalmi definíciók

Vizsgáljuk most meg, hogy milyen előfeltevések mellett jutottunk erre az ellentmondásra? Az előfeltevéseink a következők voltak.

1. A "világ" egyedi létezőkből és ezek határozmányyaiból áll.
2. Valamely egyedi létező határozmányya az, ami az adott egyedi dologról állítható. A határozmány tehát más létezőkről (egyedi létezőkről és/vagy határozmányokról) állítható, szemben az egyedi létezőkkel (szubsztanciákkal), amelyek nem állíthatók más létezőkről.
3. Az egyedi létezők, vagyis a szubsztanciák és a határozmányok egyaránt létezők.
4. A "létező" fogalma maga is határozmány. Ez alá a fogalom alá, mint legfőbb fogalom (határozmány) alá minden más létező (önmagát is beleértve) besorolható.
5. A predikátumok (határozmányok) terjedelme szintén individuális objektum.

További vizsgálódásaink szempontjából jelentőséggel bír, hogy az ontológiai előfeltevéseket a lehető legpontosabban rögzítsük, azaz rögzítsük azt, hogy miből, - ontológiai státuszukat tekintve milyen elemekből - áll az általunk vizsgált "világ", amelyben megpróbáltuk definiálni a "létező" fogalmát. Az előbbiekben használt terminológiát tehát tovább kell pontosítani, le kell képezni a modern szimbolikus logika nyelvére, annak érdekében, hogy kitűzött vizsgálódásainkban továbbhaladhassunk. A továbbiakban Frege terminológiájának és így a modern szimbolikus logika terminológiájának megfelelően a fogalmak helyett inkább predikátumokról beszélünk. A modern logika egyik lényegi sajátossága ugyanis Frege óta, hogy egyes nyelvi kifejezéseket, így a predikátumokat, mint sajátos funktorokat függvényként értelmez. Ez az új megközelítése a logikai problémáknak tette lehetővé a hagyományos szubjektum-predikátum szerkezet meghaladását. Említettük már korábban, hogy Frege felfogása szerint az individuumnevek jelölete individuális objektum, a fogalomkifejezések, vagyis predikátumkifejezések jelölete az adott predikátum (fogalom). Azaz a "kutya" kifejezés ($a < \dots \text{van kutya} >$ predikátum) jelölete a fogalom (predikátum) maga, hiszen a "kutya" kifejezés funktorként (speciálisan egyargumentumú, nevekből mondatokat képező, tehát elsőrendű predikátumként) funkcionál. Az "a 'kutya' fogalom" kifejezés viszont individuumnév, amelynek jelölete egy absztrakt objektum (entitás), ami a predikativitás individualizálását (tárgyasítását) jelenti, tehát hangsúlyozottan nem fogalom (nem predikátum). Fontos még az, hogy Frege a predikátumok terjedelmét, mint halmazt szintén individuális objektumoknak tekinti.

1.7.5.2. Ontológiai előfeltevések

Mindezek után - most már a modern logika terminológiájának megfelelően - tárgyalási univerzumot a következő típusú individuális objektumok alkotják:

- 1.) Eredeti értelemben vett individuális objektumok (a többi individuális objektumot e gondolatmenetnek megfelelően inkább "individualizált" objektumnak lehetne nevezni);
- 2.) Individualizált predikátumok (fogalmak);
- 3.) Predikátumok individualizált terjedelme (individualizált halmazok).

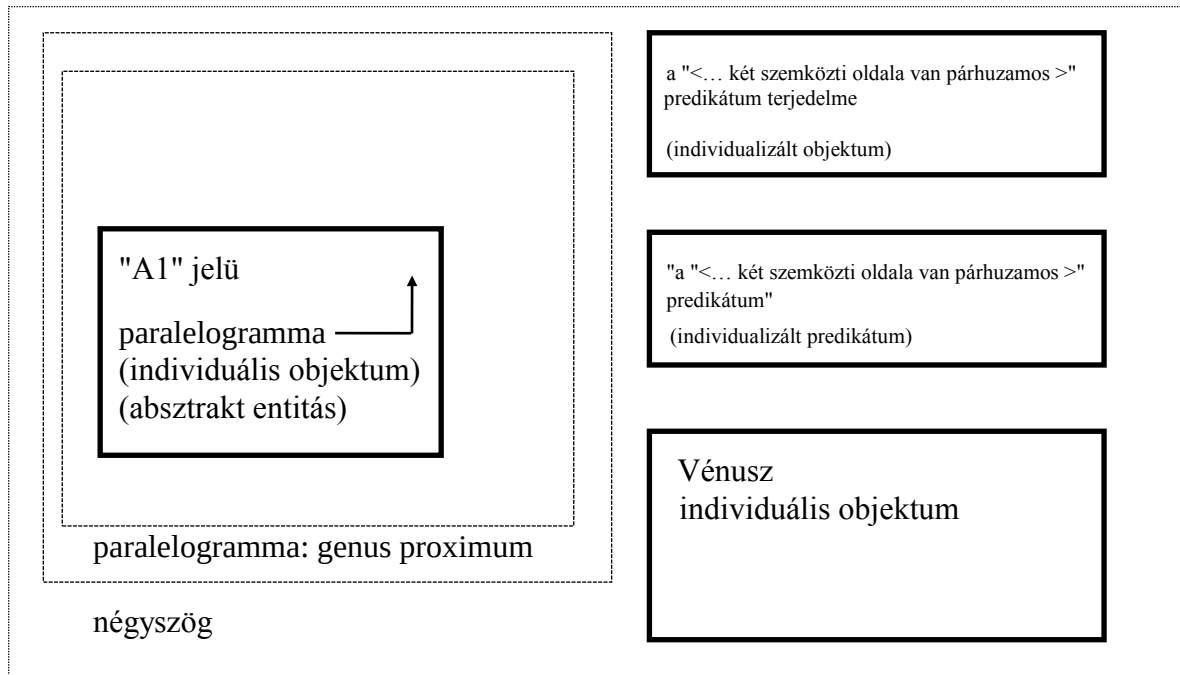
A **1.9. ábra** mutatja mindezek alapján a tárgyalási univerzumot, amelyben tehát individuális objektumok (pl. Vénusz), individualizált predikátumok (pl. "a < ... *van négy csúcsú* > predikátum") valamint individualizált predikátumterjedelmek (pl. a " < ... *két szemközti oldala van párhuzamos* > " predikátum terjedelme (igazsághalmaza)) találhatók. Az individuális objektumokat folyamatos vastag vonal jelzi. A fogalmi alá és fölérendeléseket szaggatott vonalak jelzik. A fogalmak azonban nem tárgyak!

1.7.5.3. A létező fogalmának paradox volta

Térjünk mindezek után vissza az előbbiekben feltárt ellentmondáshoz. Világosan kell látnunk, hogy csak ezen premisszák együttes fennállása esetén találjuk szemben magunkat e problémával. Ha azonban egyes premisszákat elhagyunk, úgy az ellentmondás eltűnik. Ekkor persze kérdésként vetődik fel az, hogy mik a predikátumok, ha nem léteznek? Feloldható tehát az előbbiekben körvonalazott ellentmondás, ha a predikátumokat (határozmányokat) nem tekintjük létezőknek. Amennyiben tehát a fogalom jegyeit úgy tekintjük, mint egymástól egyértelműen (vagy teljes mértékben) elkülönülő predikátumokat, akkor elkerülhetetlenül a nembeli kategóriák sokaságához jutunk, azaz nem lehetséges az egész valóságot egyetlen legfőbb nemfogalom alá sorolni, vagyis a "*létező*", bár a legáltalánosabb és minden valót megillető "*határozmány*", mégsem tekinthető a legfelsőbb, minden más nemet magában foglaló nemnek.

A középkori tomista filozófia terminológiája szerint ezt fejezi ki az, hogy a létező fogalma "*transzcendens*" fogalom, azaz minden más kategóriát meghaladó fogalom. Aquinói Szent Tamás nagymértékben építve Arisztotelész gondolataira mindezt a következőképpen fejezte ki: " ...*a létezőhöz semmit sem lehet amolyan külső természetként hozzátoldani úgy, ahogyan a különbséget hozzátoldjuk a nemhez vagy a járulékot az alanyhoz, - minthogy bármiféle természet lényegileg létező.*" (idézve ([32] ; 67) alapján) A "Summa Theologiae" című művében mindezt a következőképpen fogalmazta meg: "...*nem lehetséges különbözőség a létezőn kívül, mivel a nem létező nem lehet megkülönböztető mozzanat.*" (idézve ([32] ; 67) alapján) Mindezekből következően a létező fogalma egészen sajátos, a többivel összevetve paradox fogalom ([32] ; 67). Miben nyilvánul meg tehát a "létező" fogalmának paradox tulajdonsága?

1.9. ábra



1. A "létező", mint fogalom bár mindenről állítható, (Frege nem így véli) mégsem alkot nemet.
2. A többi fogalommal ellentétben a "létező" fogalmának az extenziója és az intenziója is a legnagyobb.
3. A "létező" fogalma a látszattal ellentétben nem a legelvontabb, hanem a legkonkrétabb fogalom, ami egyáltalán lehetséges. A "létező" fogalma különbözik az összes többi fogalomtól abban, hogy tulajdonképpen értelemben semmitől sem vonatkoztat el, azaz tartalmaz valamennyi egyedi határozmányt, különbséget, - hiszen ezek a határozmányok, illetve egyedi különbségek is léteznek.

A "létező" fogalom tehát mindent állít és úgyszólván semmit sem mond. Ha egy tárgyról (a szó legtagabb értelmében) azt állítjuk, hogy létező, úgy ezzel egyfelől megragadunk mindent, ami a szóban forgó tárgy, hiszen egyetlen határozménye sem maradt ki. Másfelől viszont az a benyomásunk, mintha semmit sem mondtunk volna a tárgyról. Ha ugyanis megkíséreljük egészen pontosan meghatározni, hogy mit is mondtunk róla, amikor "létezőnek" neveztük, akkor sem jutunk semmiféle olyan tartalomhoz, amely egy másiktól való elhatárolás révén előttünk állna. A "létező" semmit sem mond egyértelműen a tárgyról, még azt sem, hogy 'van', hiszen éppen a 'van'-ban rejlik a homályosság. Az eddigi vizsgálatokból az derül ki, hogy ha mindent létezőnek nyilvánítunk, úgy eltűnik e fogalom tartalma, a létezés tartalmi meghatározottsága. Ha mindent létezőnek nyilvánítunk, úgy a "létező" nem jelent többet - látszólag -, mint az összes individuális tárgy és ezek határozmányainak (predikátumainak) összessége (halmaza). Így és itt óhatatlanul az osztály és a halmaz viszonyának és az ezekkel kapcsolatos ellentmondások, antinómiák problematikájába ütközünk.

1.7.6. A naiv halmazelmélet antinómiái

Az ún. halmazelméleti antinómiák felfedezése előtt a halmaz fogalom problémamentesnek tűnt. A "naiv" halmazelmélet felfogása szerint, - itt mindenekelőtt Cantor nézeteire gondolunk - a halmaz jól megkülönböztetett (egymástól egyértelműen megkülönböztetett) objektumokból (az objektum kifejezést az előbbi értelemben véve) álló sokaság. A halmaz tehát több dolog - valamilyen szempont szerinti (akár önkényes, akár a dolgok "*belső meghatározottságából fakadó*" összefüggésén alapuló) - összefoglalása egy összességgé. Lényeges meghatározottsága volt az ún. "naiv" halmazelméletnek, hogy ennek felfogása szerint az így előálló összesség, mint egész, maga is individuális objektumnak tekinthető, amely része (eleme) lehet valamilyen más halmaznak, s ez a halmaz szintén elemmé válhat valamilyen más halmazban és így tovább. Ilyen módon minden további nélkül képezhető halmazokból, mint jól elkülönített egészekből, individuumokból álló halmaz, a halmazok halmaza. Abból a feltevésből következően, hogy minden halmaz maga is egyedi objektumnak tekinthető, s mint ilyen korlátozás nélkül eleme lehet egy másik halmaznak, súlyos logikai ellentmondáshoz vezet. Ezek az ún. halmazelméleti antinómiák, amelyek egész sorát fedezték fel a századforduló környékén. Logikai ellentmondáshoz (antinómiához) vezet például az összes dolgok halmaza, több szempontból. Az egyik ilyen híressé vált antinómia az ún. "*összes dolgok antinómiája*". Ez az antinómia a "naiv" halmazelméletből következő ellentmondásra mutat rá. Ezen elmélet szerint ugyanis egy halmaz akkor tekinthető definiáltnak (megadottnak), ha ismertek az elemei. Ennek alapján képezhető az "*összes dolgok halmaza*". Ezt a halmazt "H"-val jelölve, képezhető ennek a halmaznak a hatványhalmaza is, melyet " 2^H "-val jelölünk. Annak érdekében, hogy a halmazelméleti antinómiában rejlő ellentmondás érthető legyen, szükséges néhány alapfogalom definiálása. Mindenekelőtt a hatványhalmaz fogalmának a megadása. Hatványhalmaznak a "H" halmaz összes részhalmazainak a halmazát nevezzük, s az előbbiek szerint " 2^H "-val jelöljük. A hatványhalmaz elemként tartalmazza az elemekből képezhető összes lehetséges halmazt elemként. Egy háromelemű (a, b, c elemekből álló) halmaz hatványhalmaza ennek megfelelően a következőképpen értelmezett.

$$H = : \{a, b, c\};$$

$$2^H = : \{ \{ \emptyset \}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\} \}.$$

Az összes dolgok halmazának a feltételezése logikai ellentmondáshoz vezet, mert bármely halmaz számossága kisebb saját hatványhalmazának (tehát részhalmazai halmazának) számosságánál. Az összes dolgok halmaza azonban definíciójából következően magában foglalja elemként saját magát is hatványhalmazának elemeivel együtt. Ha viszont ez a hatványhalmaz az összes dolgok halmazának részhalmaza, akkor ebből az következik, hogy az összes dolgok halmaza nem lehet kisebb számosságú saját részhalmazának számosságánál. Az ellentmondás abban nyilvánul meg, hogy mivel minden halmaz számossága kisebb saját hatványhalmazának számosságánál, ezért az összes dolgok halmazának kisebb számosságúnak kell lennie saját hatványhalmazának számosságánál. Másrészt viszont az összes dolgok halmaza részhalmazként foglalja magában a hatványhalmazát is, s szükségszerű, hogy ezen részhalmaza kisebb számosságú legyen mint önmaga. Az összes dolgok halmazának számossága tehát egyrészt szükségszerűen kisebb a

hatványhalmazának számosságánál, másrészt szükségszerűen nagyobb annál. Ebben áll az ellentmondás. Mit jelent ez lefordítva a kiinduló problémánk nyelvére. Russell megfogalmazása szerint: "Ha ezt [mármint az összes dolgok halmazával kapcsolatos antinómiában megfogalmazottakat (Fazekas András István megjegyzése)] ... a világegyetemben található összes dolgokra alkalmazzuk arra a következtetésre jutunk, hogy a dolgoknak több osztályuk van, mint ahány dolog létezik." ([33] ; 113-114)

Russell nevéhez kapcsolódik a másik halmazelméleti antinómia, amely szintén szoros kapcsolatban van az általunk vizsgált problémakörrel. Ezen antinómia szerint a halmazokat két csoportba lehet sorolni. Az egyik csoportba tartoznak azok a halmazok, amelyek elemként nem tartalmazzák önmagukat, ezek az ún. *rendes halmazok* ($H \notin H$). A másik csoportba ezzel ellentétben olyan halmazok tartoznak, amelyek elemként tartalmazzák önmagukat ($K \in K$). Ezek a halmazok az ún. *nem rendes halmazok*. Mindezek után tekintsük az összes *rendes halmaz* N halmazát. Kérdés, vajon ez a halmaz *rendes* vagy *nem rendes halmaz-e*? Bebizonyítható, hogy N *rendes halmaz*, azaz $N \notin N$, mivel minden eleme *rendes halmaz*. Bebizonyítható ugyanakkor ennek az ellenkezője is, azaz az, hogy az N halmaz *nem rendes halmaz* ($N \in N$), méghozzá azon megfontolás alapján, hogy mivel N minden *rendes halmazt* magában foglal, így önmagát is elemként kell tartalmaznia, azaz ebből következően N halmaz *nem rendes halmaz*. Két egymásnak ellentmondó állítás ($N \notin N$) & ($N \in N$) tehát egyaránt bizonyítható volt, ami nyilvánvaló ellentmondás.⁹

Frege felfogása szerint a predikátumterjedelmek maguk is halmazok (azon individuális objektumokból álló halmazok, amelyekre nézve az adott predikátum, mint igazságfüggvény „IGAZ” igazságértéket rendel), s mint ilyenek maguk is individuális tárgyaknak tekinthetők, azaz újabb predikátumok terjedelmébe sorolhatók. Russell az előbbieken említett antinómiát a fogalmak vonatkozásában is megfogalmazza. A fogalmakat az előzőekhez hasonlóan két csoportba sorolja, nevezetesen az ún. *predikábilis* és az ún. *nem predikábilis*, azaz *impredikábilis* fogalmak csoportjába. Mindezek alapján "Impr(X)" terjedelmébe az U tárgyalási univerzum mindazon predikátumai tartoznak, amelyek terjedelmébe önmaguk nem tartoznak bele, azaz

$\text{Impr}(X) \equiv \sim X(X)$.

$\text{Pred}(X) \equiv X(X)$ pedig az előbbiekből értelemszerűen adódik.

Abban az esetben, ha az U tárgyalási univerzum minden lehetséges individuumot tartalmaz, úgy az impredikabilitás is, mint absztrakt individuum (predikátum) is szerepel U elemei között, azaz $\text{Impr}(\dots) \in U$. Kérdésként merül fel, hogy az " $\text{Impr}(\dots)$ " terjedelmébe ez az individuum is beletartozik-e vagy sem. Az " X " predikátumváltozó helyére " Impr " predikátumot helyettesítve ugyanis a következő formula adódik:

$\text{Impr}(\text{Impr}) \equiv \sim \text{Impr}(\text{Impr})$,

azaz az impredikabilitás akkor és csak akkor impredikábilis, ha nem impredikábilis, ami nyilvánvaló logikai ellentmondást testesít meg. A Russell-féle halmazelméleti paradoxonnal analóg logikai paradoxon konkrét példával élve a következőképpen formulázható.

Valamely P (nem elsőrendű) predikátum olyan predikátum, amelynek igazsághalmazába azon nem elsőrendű predikátumok tartoznak, amelyek argumentumaként önmaguk szerepelhetnek, azaz olyan predikátumok, amelyek vonatkoztathatók önmagukra. Példa olyan predikátumra, amely beletartozik a P predikátum igazsághalmazába az $E(x) := < \dots \text{van egyargumentumú predikátum} >$. Ezen predikátum ugyanis egyargumentumú predikátum, amely önmagára vonatkoztatható, azaz önmaga is beletartozik saját maga igazsághalmazába. Ez a predikátum tehát predikábilis predikátum. Ezzel szemben impredikábilis predikátum a $K(x) := < \dots \text{van kétargumentumú predikátum} >$, amelynek igazsághalmazába önmaga, mint absztrakt objektum értelemszerűen nem tartozik bele (ugyanis a szóbanforgó predikátum nem kétargumentumú predikátum). Az impredikábilis predikátumokat e példában ' $I(x)$ ' jelöli, míg a predikábilis predikátumokat a ' $P(x)$ ' szimbólum jelöli. A definíciókból következően:

$$(1) \quad e \in W(x).P(x);$$

$$(2) \quad k \in W(x).P(x);$$

$$(3) \quad E(x) \in \underline{U}^* ;$$

$$(4) \quad K(x) \in \underline{U}^* ;$$

$$(5) \quad P(x) \in \underline{U}^* ;$$

$$(6) \quad I(x) \in \underline{U}^* ;$$

továbbá

$$(7) \quad Wx.P(x) \subset \underline{U}^* ;$$

$$(8) \quad Wx.I(x) \subset \underline{U}^* ;$$

és

$$(9) \quad W(x).P(x) \cap W(x).I(x) = \emptyset.$$

Az összefüggésekben:

e az ' $E(x)$ ' predikátum, mint individualizált absztrakt individuum;
 k a ' $K(x)$ ' predikátum, mint individualizált absztrakt individuum;
 $\underline{U}^*$ tárgyalási univerzum.

Az (1) és (2) összefüggés azt fejezi ki, hogy az ' $E(x)$ ' és a ' $K(x)$ ' predikátumok, mint absztrakt individuális objektumok a $P(x)$, illetve az $I(x)$ predikátumok igazságtartományába esnek. A (3) - (8) sémák azt fogalmazzák meg, hogy a szóbanforgó predikátumok, mint individualizált absztrakt objektumok elemei az $\underline{U}^*$ tárgyalási univerzumnak, illetve, hogy azok igazsághalmaza részhalmaza a tárgyalási univerzumnak. A (3) - (6) összefüggésekben nem vezettünk be külön jelet az adott individualizált predikátum jelölésére. A (9) séma azt állítja, hogy a $P(x)$ és az $I(x)$ predikátumok igazsághalmaza diszjunkt halmaz, ezen halmazoknak nincs közös elemük, metszetük üres halmazt eredményez.

Az (1) és (2) összefüggésből, s maguknak a szóbanforgó predikátumoknak az intenziójából adódik, hogy azokat magukra vonatkoztatva az alábbi kijelentések tehetők, amennyiben $u_1 \in \underline{U}^*$ egy tetszőleges egyargumentumú predikátumot, mint individualizált absztrakt objektumot, $u_2 \in \underline{U}^*$ pedig egy tetszőleges kétargumentumú predikátumot, mint individualizált absztrakt objektumot képvisel:

$$(10) \quad |E(u_1)| = i$$

és

$$(11) \quad |K(u_2)| = i.$$

Amennyiben $E(x)$ és $K(x)$ predikátumokat önmagukra vonatkoztatjuk, azaz ha

$$(12) \quad \rho(E(x)) = u_1 \in \underline{U}^*$$

és

$$(13) \quad \rho(K(x)) = u_2 \in \underline{U}^*,$$

akkor a (10) és (11) összefüggés a következőképpen alakul:

$$(14) \quad |E(u_1)| = i$$

és

$$(15) \quad |K(u_2)| = h,$$

hiszen a $K(x): = \langle \dots \text{van kétargumentumú predikátum} \rangle$ predikátum önmaga nem kétargumentumú predikátum.

Az $I(x)$ impredikábilis predikátum definíciószerűen:

$$(16) \quad I(x) \equiv \sim X(X).$$

A (16) összefüggés azt mondja ki, hogy mindazok a predikátumok tekinthetők impredikábilis predikátumoknak, amelyek nem vonatkoztathatók önmagukra. Az

összefüggésben 'X(X)' tetszőleges, nem elsőrendű predikátumot képvisel, azaz predikátumváltozóként funkcionál. A (16) szerinti definícióból következően maga 'I(x)' is ilyen predikátum, azaz olyan predikátum amelyre igaz, hogy

$$(17) \quad |I(I)| = h.$$

X predikátumváltozó helyére most az I(x) predikátumot helyettesítve logikai ellentmondás adódik:

$$(18) \quad I(I(x)) \equiv \sim I(I(x)),$$

a bikondicionális két oldalán ugyanis olyan formula szerepel, amely egymás negáltja (I(I(x)) és $\sim I(I(x))$).

A bemutatottak tulajdonképpen annak a kérdésnek a megválaszolását jelentették, hogy vajon az I(x) predikátum maga impredikábilis predikátum-e, vagy sem? Ha az I(x) predikátumot impredikábilis predikátumnak tekintjük, - ami definíciójából következik - akkor éppen ebből következően bele kell, hogy tartozzon az I(x) igazsághalmazába, azaz az eredeti definícióval logikai ellentmondásban önmaga elemeként kell szerepelnie. Az eredeti kérdésre adott tagadó válasz magának a I(x) definíciójának mond ellent, tehát ismét logikai ellentmondás adódik. Ez azt jelenti, hogy I(x) predikátumról nem dönthető el, hogy valójában az az impredikábilis predikátumok, vagy a predikábilis predikátumok halmazába tartozik-e? A kizárt harmadik elve alapján a két diszjunkt halmaz valamelyikébe szükségszerűen bele kell (kellene) ugyanis tartoznia.

A (18) összefüggésben ($I(I(x)) \equiv \sim I(I(x))$) megfogalmazott állítás paradoxon volta az alábbiak szerint bizonyítható. A bizonyítás annak levezetését célozza, hogy a (18) összefüggésből két logikailag egymásnak ellentmondó konklúzió származtatható, nevezetesen az, hogy (18)-nak (mint $\underline{P}^*$ premisszahalmaznak) szintaktikai és szemantikai következménye egyrészt

$$\underline{K}_1 = \{I(I(x))\},$$

másrészt

$$\underline{K}_2 = \{\sim I(I(x))\}$$

konklúzió.

Ezek a formulák nyilvánvalóan egymás negáltjai:

$$\underline{K}_1 = \sim \underline{K}_2.$$

A bizonyítás konkrét menete a következő.

- i) $\underline{P^*} = \{I(I(x)) \equiv \sim I(I(x))\} \Rightarrow \underline{K_1} = \{I(I(x))\}$.
(1. bizonyítandó állítás)
- ii) $\sim I(I(x))$.
(Az indirekt bizonyítás feltevése, az 1. bizonyítandó állítás konklúziójának ($\underline{K_1}$) negációja.)
- iii) $\underline{P'^*} = \{I(I(x)) \equiv \sim I(I(x)) ; \sim I(I(x))\}$.
(Az 1. bizonyítandó állítás konklúziójának negációjával kiegészített premisszahalmaz.)
- iv) $\underline{P'^*} = \{I(I(x)) \equiv \sim I(I(x)) ; \sim I(I(x))\}$,
 $\sim I(I(x))$.

 $\underline{K_1}' = \{I(I(x))\}$,

vagyis

 $\underline{P'^*} = \{(I(I(x)) \equiv \sim I(I(x)) ; \sim I(I(x))) \mid \underline{K_1}' = \{I(I(x))\}\}$.
(A $\underline{P'^*}$ premisszahalmazban a bikondicionális leválasztási szabályát alkalmazva az indirekt bizonyítás feltevésével logikai ellentmondásban levő konklúzió ($\underline{K_1}'$) adódott.)
- v) $\sim I(I(x)) = \sim \underline{K_1}'$.
(az 1. bizonyítandó állítás konklúziója ($\underline{K_1}$) helyes, mert az indirekt bizonyítás feltételezése és annak konklúziója ($\underline{K_1}'$) egymás negáltja, azaz e két állítás egymással logikai ellentmondásban van, ebből következően a bizonyítandó séma helyes, az abban foglalt állítás igaz!)
- vi) $\underline{P^*} = \{I(I(x)) \equiv \sim I(I(x))\} \Rightarrow \underline{K_2} = \{\sim I(I(x))\}$.
(2. bizonyítandó állítás.)
- vii) $I(I(x))$.
(Az indirekt bizonyítás feltevése, a 2. bizonyítandó állítás konklúziójának ($\underline{K_2}$) negációja.)
- viii) $\underline{P''^*} = \{(I(I(x)) \equiv \sim I(I(x)) ; I(I(x)))\}$.
(A 2. bizonyítandó állítás konklúziójának negációjával kiegészített premisszahalmaz.)

ix) $\frac{P^{**}}{I(I(x))} = \{I(I(x)) \equiv \sim I(I(x)) ; I(I(x))\}.$

$$\underline{K_2'} = \{\sim I(I(x))\},$$

vagyis

$$\frac{P^{**}}{I(I(x))} = \{I(I(x)) \equiv \sim I(I(x)) ; I(I(x))\} \vdash (\underline{K_2'} = \{\sim I(I(x))\}).$$

(A $\frac{P^{**}}{I(I(x))}$ premisszahalmazban a bikondicionális leválasztási szabályát alkalmazva az indirekt bizonyítás feltevésével logikai ellentmondásban levő konklúzió ($\underline{K_2'}$) adódott.)

x) $I(I(x)) = \sim \underline{K_2'}.$

(A 2. bizonyítandó állítás konklúziója ($\underline{K_2}$) helyes, mert az indirekt bizonyítás feltételezése és annak konklúziója ($\underline{K_2'}$) egymás negáltja, azaz e két állítás egymással logikai ellentmondásban van, ebből következően a bizonyítandó séma helyes, az abban foglalt állítás igaz!)

xi) $\frac{P^*}{I(I(x))} = \{I(I(x)) \equiv \sim I(I(x))\} \Rightarrow \underline{K_1} = \{I(I(x))\},$
és

$$\frac{P^*}{I(I(x))} = \{I(I(x)) \equiv \sim I(I(x))\} \Rightarrow \underline{K_2} = \{\sim I(I(x))\}.$$

(Ugyanazon premisszahalmaznak két különböző szintaktikai következménye van.)

xii) $\underline{K_1} = \sim \underline{K_2}.$

($\underline{K_1}$ és $\underline{K_2}$ konklúziók egymás negáltjai, azaz egymásnak logikailag ellentmondóak, ugyanakkor mindkettő szintaktikai és szemantikai következménye a premisszahalmaznak, azaz ugyanazon premisszahalmaz esetében két egymásnak logikailag ellentmondó konklúzió vonatkozásában áll fenn bizonyítottan a szintaktikai és szemantikai következményreláció! Ez logikailag abszurd, ez maga a kérdéses logikai paradoxon!)¹⁰

1.7.7. A "létező" fogalmának definiálhatatlansága a halmazelméleti antinómiák tükrében

Az előbbieken bemutatott halmazelméleti antinómiák szorosan kapcsolódnak (kapcsolatba hozhatók) tehát a létezés fogalommal, a $\langle \dots \text{ van létező} \rangle$ predikátum terjedelmével, a létezők összességével. A bemutatott antinómiákkal találjuk ugyanis szemben magunkat akkor, ha megpróbáljuk gondolatilag megalkotni a létezők összességének halmazát, vagy ha megpróbáljuk megalkotni a $\langle \dots \text{ van létező} \rangle$ fogalmat. Vegyük szemügyre, ugyanis az összes létezőkből képzett halmazt. Első közelítésben látszólag ennek nincs akadály, ez minden további nélkül megtehető. Korábban már utaltunk rá, hogy e halmazt egyrészt az összes individuális objektum, másrészt ezek összes lehetséges határozmányai, azaz az összes predikátum alkotja. (Itt most nem térünk ki arra, hogy Frege és Russell felfogása szerint a $\langle \dots \text{ van létező} \rangle$ predikátum másodrendű predikátum, amely nem vonatkoztatható individuális objektumokra.) Frege terminológiájának megfelelően a $\langle \dots \text{ van kutya} \rangle$

egyargumentumú elsőrendű predikátumot a "*a 'kutya' fogalom*" individuumnév jelöli (ennek az individuumnévnek a jelölete a $\langle \dots \text{van kutya} \rangle$ predikátum, mint individualizált absztrakt objektum). Az "*a 'kutya' fogalom*" ennek megfelelően a predikativitás tárgyiasításának felel meg, ahogy erről már korábban szóltunk. Felfogásunk szerint a predikátumterjedelmek is individuális objektumok. Így tehát a világ összes dolgait magában foglaló halmaz individuális objektumokból áll, amelyek egy részét individualizált predikátumok, illetve ezek individualizált terjedelme, mint halmaz teszi ki, az egyéb individuális objektumok, az elsődleges értelemben vett tárgyak mellett. E gondolatmenetet következetesen alkalmazva ezen - a világ minden dolgait magában foglaló - halmaz is individuális objektum, amelynek elemei egyértelműen definiáltak (megadottak). A világ minden dolgait magában foglaló halmazt a továbbiakban " $\wp$ " szimbólummal jelölve megállapítható, hogy ez a halmaz *nem rendes halmaz*, azaz önmagát elemként magában foglalja. A " $\wp$ " halmaz felfogható a $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ predikátum terjedelmének, s ennek megfelelően a " $\wp$ " halmaz elemei között megtalálható az individualizált $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ predikátum is. Mindezekből azonban nyilvánvaló ellentmondás adódik, hiszen a " $\wp$ " halmaznak ilyen módon részhalmaza a " $\wp$ " halmaz, hiszen a kiinduló gondolatmenetünkben a világ összes dolgait magában foglaló halmaz *nem rendes halmaz*, azaz elemként magában foglalja önmagát. Ez viszont azt jelenti, hogy az összes dolgok halmazának - korábban már ismertetett - antinómiájával találjuk magunkat szemben. Az összes számosságok antinómiája ugyancsak jelentkezik ez esetben. Bizonyított ugyanis, hogy a számosságok minden halmazához van olyan számosság, amely a halmazhoz tartozó minden számosságnál nagyobb. Ezt a számosságot nevezik az *összes számosságok S halmazának*. Bizonyított, hogy van olyan "*s*" számosság, hogy $x \in S$ esetén $x < s$. Mivel azonban *S* minden számosságot tartalmaz, azért $s \in S$, s ebből következően $s < s$, ami nyilvánvaló logikai ellentmondás.

Arisztotelész felismerése, miszerint a "*létező*" fogalma nem lehet nemfogalom is belátható annak az ellentmondásnak az alapján, mely annak feltételezéséből adódik, miszerint a *létező* nemfogalom (genus). Valamely nemfogalom és az alája tartozó fajfogalom között ugyanis a következő kapcsolat áll fenn.

$$(I.) \quad \forall d [(d \in \wp) \ \& \ (d \in \underline{D})] \Leftrightarrow (\underline{D} \subset \wp);$$

$$(II.) \quad \forall g [(g \in \wp) \ \& \ (g \in \underline{G})] \Leftrightarrow (\underline{G} \subset \wp);$$

$$(III.) \quad \forall d [d \notin \underline{G}] \Leftrightarrow \sim \exists d [d \in \underline{G}] \Leftrightarrow \underline{D} \cap \underline{G} = \emptyset;$$

$$(IV.) \quad \forall g \forall d [(d \in \underline{F}) \ \& \ (g \in \underline{F})] \Leftrightarrow \underline{G} \cup \underline{D} = \underline{F}.$$

Az összefüggésekben:

$\wp$	univerzális halmaz (az összes lehetséges predikátum, mint individualizált absztrakt objektum halmaza);
$\underline{D}$	a fajfogalom differencia specifikáját definiáló predikátumok, mint individualizált absztrakt individuumok halmaza;

$\underline{G}$	a nemfogalmat definiáló predikátumok, mint individualizált absztrakt individuumok halmaza;
$\underline{F}$	a fajfogalmat definiáló predikátumok, mint individualizált absztrakt individuumok halmaza;
d	a fajfogalom differencia specifikáját definiáló tetszőleges predikátum, mint individualizált absztrakt individuum;
g	a nemfogalmat definiáló tetszőleges predikátum, mint individualizált absztrakt individuum.

Az univerzális halmazt definiáló összefüggések a következők:

- (1.) $\forall x. (x \in \wp);$
 (2.) $\forall K. (K \subset \wp);$
 (3.) $\forall x (x \subset K) \Rightarrow (K = \wp);$
 (4.) $K \cup K' = \wp.$

Az összefüggésekben :

$\wp$	univerzális halmaz (<i>Allmenge, Universe of discours</i>);
x	indivíduumparaméter;
K	tetszőleges predikátum terjedelme;
K'	K komplementer halmaza.

Abban az esetben, amennyiben valamely fogalom – esetünkben a létező fogalma -, mint nemfogalom a legfelsőbb nemfogalomnak tekintett, úgy

$$(V.) \quad \underline{G} = \wp.$$

Ekkor az (I.)-(IV.) összefüggések az alábbiak szerint módosulnak.

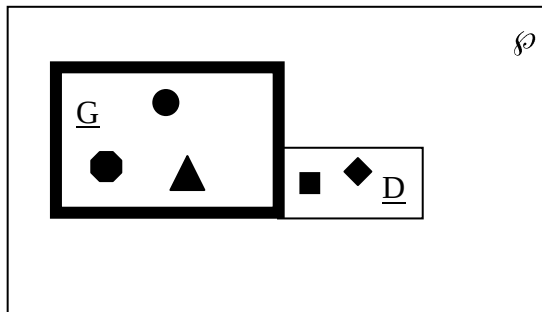
- (I*.) $\forall d [(d \in \underline{G}) \& (d \in \underline{D})] \Leftrightarrow (\underline{D} \subset \underline{G});$
 (II*.) $\forall g [(g \in \underline{G})] \Leftrightarrow (\underline{G} \subset \underline{G});$
 (III*.) $\forall d [d \notin \underline{G}] \Leftrightarrow \sim \exists d [d \in \underline{G}] \Leftrightarrow \underline{D} \cap \underline{G} = \emptyset;$
 (IV*.) $\forall g \forall d [(d \in \underline{F}) \& (g \in \underline{F})] \Leftrightarrow \underline{G} \cup \underline{D} = \underline{F}.$

Az univerzális halmazt definiáló összefüggések ekkor tartalmilag változatlanok maradnak, figyelembe véve értelemszerűen az (V.) szerinti helyettesítést.

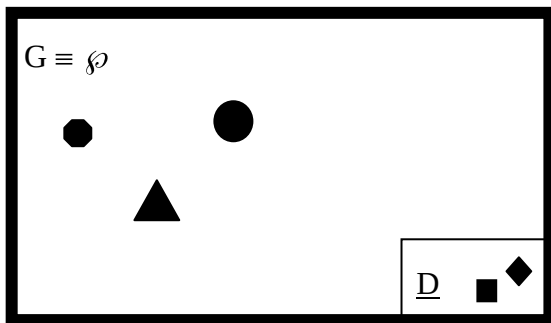
Az (I.*) és a (III.*) összefüggésben állítottak egymással logikai ellentmondásban vannak. (I.*) szerint 'd' eleme a $\underline{G}$ halmaznak, a (III.*) összefüggés viszont ennek az ellenkezőjét állítja, azaz a két állítás logikai ellentmondást testesít meg, nem lehetnek egyszerre igazak. A létezőnek legfelsőbb nemfogalomként való definiálása tehát logikai ellentmondást eredményez. A levezetett következtetés az alábbi ábrával szemléltethető (1.10. és 1.11. ábrák).

Itt még meg kell jegyezni, hogy előfordulhat természetesen, hogy két különböző fogalom (predikátum) terjedelme pontosan egybeesik. Egymásnak alárendelt fogalmak, tehát valamely nemfogalom és az alája tartozó nemfogalom esetén azonban ez kizárt.

1.10. ábra



1.11. ábra



1.7.8. Frege létezésfelfogása az antinomiák tükrében

Ezen vizsgálatok összegzéseként megállapítható, hogy a "világnak", mint egésznek (individuális objektumnak) a definiálása logikai szempontból problematikus. A világ ugyanis minden dolgok halmazaként, azaz az összes halmazok halmazaként, mint ilyen individuális objektumként fogható fel és e halmaz terjedelme a minden dolgok halmazának terjedelmével egyezik meg. E halmaz a $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ predikátum terjedelmének is felfogható. Azonban mind az összes dolgok halmazának feltételezése, mind a $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ predikátum, mint univerzális predikátum feltételezése logikai ellentmondásokat, antinómiákat indukál. Nyilván ennek felismerése alapján nyilatkozta Russell a következőket: "... vannak tulajdonságok, amelyek minden egyes különálló dologhoz hozzátartoznak", de nincsenek olyanok, "...amelyek a dolgok együttesen vett egészéhez

tartoznának. Az általam javasolni kívánt filozófia logikai atomizmusnak vagy abszolút pluralizmusnak nevezhető, mivel elismeri, hogy sok dolog van, de tagadja, hogy volna olyan egész, amely ezekből a dolgokból tevődik össze." ([34] ; 178-179)

A bemutatott antinómiák egyrészt halmazokkal, másrészt predikátumokkal, lényegében osztályokkal kapcsolatosak. Látszólagos hasonlóságuk ellenére azonban hangsúlyosan ki kell emelni, hogy mind logikai (filozófiai), mind matematikai értelemben lényeges különbség van a halmazok és az osztályok között. E lényegi - minőségi - különbség röviden abban összegezhető, hogy a halmaz elemei között "mennyiségi" jellegű kapcsolat van, a halmaz lényege ugyanis annak számossága. Ez rögtön nyilvánvalóvá válik abból, hogy az elemek számosságának a változása a halmaz megváltozását jelenti, ami nem jelent mást, hogy a terjedelem, mint mennyiségi egység maga a halmaz. ([35] ; 255) Épp a halmaz e mennyiségi meghatározottságából következően (a halmaz "minősége" a mennyiségi meghatározottsága) a halmaz *zárt* összességnek tekinthető. ([35] ; 255) A mennyiségi meghatározottságból következően a halmaz egyes elemei "külsődleges" viszonyban vannak egymással, s nemcsak egymással, hanem a halmazt egyesítő közös tartalommal. Ezzel szemben az osztály lényege a közös tartalom, az osztály tehát minőségileg meghatározott összesség. Minőségileg meghatározott összesség, amely nem változik azáltal, ha az alája tartozó individuális objektumok számossága változik. Ez azt jelenti, az osztály nyílt összesség. Az osztály elemei egymással és magával az osztállyal is "belső" viszonyban vannak, ez a viszony maga az osztály. Az osztály ugyanis az elemeiben meglévő közös, az általános, ami egyesíti az elemeket. Ezen lényeges különbségekből további lényeges különbségek adódnak. "Tehát mind az osztály, mind a halmaz önálló egység saját elemeihez képest, de az osztály olyan egység, amelynek lényege *benne van* valamennyi elemében (a nadrággombok osztályának minden egyes eleme szükségszerűen nadrággomb), a halmaz pedig olyan egység, amelynek lényege *kívül van* minden egyes elemén (a tízelemes halmaz egyetlen eleme sem tízelemes halmaz, vagy ha véletlenül mégis az, ez a körülmény nem tartozik a halmaz lényegéhez). A különbségből következik, hogy az "összes" jelzőt - az univerzális kvantort - nem alkalmazhatjuk egyformán az osztályokra és a halmazokra, nem beszélhetünk egyforma joggal az összes osztályok (vagy halmazok) *osztályáról* és az összes halmazok (vagy osztályok) *halmazáról*." ([35] ; 255) Ez a különbség nyilvánvaló, hiszen az osztály, mint univerzálé, mint predikátum minőségileg különbözik az individuális objektumoktól. Természetesen az osztályok is individualizálhatók, ekkor azonban megszűntek osztályok lenni, ekkor ontológiai értelemben tárgynak (individuális objektumnak) minősülnek. Az "osztályok osztályának" a képzése olyan osztályt ad eredményül, amely az alája sorolt (szubszumált) osztályokkal egyenmű (ontológiai státuszát illetően egyenmű). A halmazok elemei minden esetben individuális objektumok, köztük adott esetben individualizált objektumokkal. A halmazterjedelmek maguk is individuális objektumok. A halmazelméleti antinómiák lényegileg abból adódnak, hogy mivel a számosság a halmazok lényegi jellemzője, azért egy bizonyos számosságnál mindig van (ez egzakt módon bizonyítható) nagyobb számosság, azaz egy bizonyos számosságú halmaznál mindig van nagyobb számosságú halmaz. Az összes dolgok halmaza, amikor a dolgok közé magukat a halmazokat is beleértjük nyilván nem lehet kisebb a legnagyobb számosságú halmaznál, mert hiszen akkor azt nem foglalná magában. Ilyen halmaz azonban nem létezik, pontosabban minden halmaznál, - így az előbbieken említett összes dolgok halmazánál is - van szükségszerűen nagyobb számosságú halmaz. Ez az oka a itt fellepő

antinómiának. "...az összes halmazok (vagy osztályok) halmaza *önellentmondás*: lezárja a lezárhatatlant, véget vet a végtelennek ("abszolút végtelen" vagy "inkonzisztens sokaság", amely ellentmondásos lesz, ha "befejezett dologként" fogjuk fel.) ([35] ; 256)

Visszatérve az eredeti kérdéshez, nevezetesen annak vizsgálatához, hogy milyen kapcsolat van a "létező" fogalmának arisztotelészi módon történő definiálhatatlansága, Frege létezéspredikátumról alkotott nézete és a halmazelméleti antinómiák között, megállapítható, hogy a $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ predikátum terjedelme, - amennyiben a "létező" fogalmát a legfőbb nemfogalomnak tekintjük, s az említett előfeltevésekkel élünk - olyan halmazként értelmezhető, amely a korábbiakban bemutatott ellentmondásokkal terhes. Hangsúlyozni kell azonban, hogy e fogalom fajfogalmak és nemfogalmak útján történő definiálhatatlansága szigorúan véve abból ered, hogy ezen fogalom terjedelmébe minden beletartozik, beleértve önmagát is, azaz e terjedelme az univerzális halmaz terjedelmével azonos, s ilyen módon nem lehetséges, hogy a fajképző különbségek e fogalom terjedelmén kívül legyenek. A probléma tehát annyiban rokon a halmazelméleti problémákkal, hogy az említett módon való definiálhatatlanság oka is az, hogy e halmaz mindent magában foglal.

1.7.9. Az egzisztenciakijelentések grammatikája

Frege létezésfelfogásának felvázolását követően az egzisztenciakijelentések grammatikai és logikai struktúrájának néhány jellegzetességét mutatjuk be. Ezen áttekintés alapján árnyaltabban rögzíthetők a fregei létezésfelfogás lényegi meghatározottságai.

A „Bevezetés”-ben idézett első példamondat „*A Pegazus létezik.*” („*A Pegazus [van] létező.*”) egzisztenciaállítást fejez ki. Egzisztenciakijelentések alatt azok a kijelentések értettek, amelyek állítják vagy tagadják valaminek a létezését. A modern logika az egzisztenciakijelentéseket - azok logikai szerkezetéből következően - megkülönbözteti azoktól a kijelentésektől, amelyek az adott kijelentés logikai alanyának (alanyainak) tulajdonítanak valamilyen állítmányt. Ezeket a kijelentéseket, - jóllehet logikai finomszerkezetüket tekintve ezek is különbözőek lehetnek - a továbbiakban alany-állítmány szerkezetű kijelentéseknek nevezzük, s az egyszerűség kedvéért összefoglaló néven „S-P kijelentés”-ként („*S est P kijelentés*”-ként) említjük. E kijelentések egy része predikációt fejez ki. A predikatív kijelentések közül az egyargumentumú predikátumot tartalmazó mondatok azt állítják, hogy az adott predikátum argumentumában szereplő logikai alany rendelkezik/nem rendelkezik a predikátum képviselte tulajdonsággal („*Péter [van] szőke.*” $\equiv$ *Péter* $\langle$ *van szőke* $\rangle$ ”), míg többargumentumú predikátumot tartalmazó kijelentések esetében arról van szó, hogy az adott predikátum argumentumaiban szereplő logikai alanyok között a predikátum képviselte reláció fennáll, illetve nem áll fenn („*Péter [van] magasabb mint Anna.*” $\equiv$ „*Péter* $\langle$ *van magasabb, mint* $\rangle$ *Anna.*”) Vannak azonban olyan „S-P” szerkezetű kijelentések, amelyekben két különböző rendű predikátum viszonyának állításáról van szó, vagyis például egy másodrendű predikátum argumentumában elsőrendű predikátum szerepel („*A bátorság [van] erény.*” $\equiv$ „*A bátorság* $\langle$ *van erény* $\rangle$.”, míg más esetekben két azonos rendű predikátum terjedelmi viszonyának az állításáról van szó („*A tigris [van] ragadozó.*” $\equiv$ „*A tigris* $\langle$ *van ragadozó* $\rangle$ ”). Mindezen kijelentések közös jellemzője azonban az, hogy azok a logikai alanyról mondanak ki valamilyen állítmányt. Nem tartoznak azonban az „S-P” típusú kijelentések közé a grammatikai szerkezetükben

ezekhez hasonló azonossági kijelentések. „A Vénusz [van] az Esthajnalcsillag.” mondatban azonossági állításról van szó, e mondatnak nem logikai alanya a benne szereplő 'Vénusz' kifejezés, ebből következően az a kijelentés nem tartozik az „S-P” típusú kijelentések közé. Az említett különböző logikai finomszerkezetű kijelentésekben a 'van' kifejezés különböző értelmű használatáról van szó, ami az alaki hasonlóság ellenére a logikai szerkezetet illetően különbséget jelent. E kijelentések logikai elemzésére a következő fejezetekben kerül sor, most csak annak ismételt kiemelése fontos, hogy az „S-P” típusú kijelentések másképpen viselkednek, mint a hozzájuk formailag hasonló egzisztenciakijelentések.

Az egzisztenciakijelentésekkel kapcsolatos ontológiai és logikai vizsgálódások egyik középponti kérdése az, hogy mit állítanak valójában az egzisztenciát állító kijelentések, s mit tagadnak valójában az egzisztenciát tagadó kijelentések. Az egzisztenciakijelentésekkel kapcsolatos másik alapvető kérdés az, hogy mi e kijelentések grammatikai predikátuma, azaz a „létezik” kifejezés logikai predikátuma-e az adott kijelentésnek?

Az egzisztenciakijelentések és az „S-P” típusú kijelentések közötti alapvető különbségek a következőkben összegezhetők.

1. „*A tigrisek [vannak] csíkosak.*”

mondat azt állítja, hogy

„*Minden tigris [van] csíkos.*”

vagy

„*Néhány tigris [van] csíkos.*”,

míg

„*A tigrisek nem [vannak] csíkosak.*”

mondat állítása az, hogy

„*Nem igaz, hogy minden tigris [van] csíkos.*”

vagy, hogy

„*Néhány tigris nem [van] csíkos.*”.

Ezzel szemben a

„*Tigrisek léteznek.*” ($\equiv$ „*A tigrisek < vannak létezők >.*”)

mondat nem alakítható át a fentiekhez hasonló módon, azaz e mondatból nem következik, hogy

„Minden tigris létezik.” (≡ „Minden tigris < van létező >.”)

vagy, hogy

„Néhány tigris létezik.” (≡ „Néhány tigris < van létező >.”).

Ugyanehhez hasonlóan a

„Tigrisek nem léteznek.” (≡ „Nem igaz, hogy a tigrisek < vannak létezők >.”)

mondat nem azt állítja, hogy

„Nem igaz, hogy minden tigris létezik.” (≡ „Nem igaz, hogy minden tigris < van létező >.”)

vagy, hogy

„Néhány tigris nem létezik.” (≡ „Nem igaz, hogy néhány tigris < van létező >.”)

2. Az „S-P” szerkezetű állítások esetében

„A tigrisek [vannak] csíkosak.”

és a

„Szultán [van] tigris.”

mondatokból (kijelentésekből) logikai szükségszerűséggel következik, hogy

„Szultán van csíkos.”

feltételezve persze hallgatólagosan, hogy a következtetés első tagja azt jelenti, hogy

„Minden tigris [van] csíkos.”

E logikának megfelelő következtetés azonban nem igaz az egzisztenciát kifejező mondatok esetében. A

„Tigrisek léteznek.” (≡ „A tigrisek < vannak létezők >.”)

valamint a

„Szultán [van] tigris.”

kijelentésekből nem következtetünk arra, hogy

„*Szultán létezik.*” ($\equiv$ „*Szultán < van létező >.*”).

3. Lényeges különbség az „S-P” típusú kijelentések és az egzisztenciaállításokat kifejező mondatok között továbbá az, hogy a predikációt kifejező szinguláris kijelentések esetében feltételezett az adott kijelentés logikai alanyának a létezése. Ez azt jelenti, hogy a logikai szubjektumként szereplő individuumnévnek van faktuális értéke, azaz van jelölete, vagyis létezik az az individuális objektum, amelyre a kijelentésben szereplő individuumnév utal. Az egzisztenciakijelentések esetében ez tulajdonképpen tautológiát eredményez. A „*Trója létezik.*” („*Trója < van létező >.*”) kijelentés (látszólag, első közelítésben, eltekintve attól, hogy Frege és Russell felfogása szerint a $< \dots \text{van létező} >$ predikátum nem vonatkoztatható individuális objektumokra, azaz e predikátum argumentumában nem szerepelhet individuumnév) a „*Trója*” individuumnévvel megjelölt individuális objektumról állítja a létezését, vagyis ezen objektumnak tulajdonítja a létezését, mint tulajdonságot. Ugyanakkor az előbbieken kifejtettek szerint a kijelentés logikai alanyának a léte eleve feltételezett a kijelentésekben, ebből következően ez az állítás ezt az implicate benne foglalt információt ismétli meg, ezáltal tautológiát eredményez. A paradoxon még nyilvánvalóbb egzisztenciatagadás esetén. Míg a „*Péter nem [van] szőke.*” kijelentés a Péter nevű személyről állítja azt, hogy az nem rendelkezik a „szőkeség” tulajdonságával, s ez a negatív predikáció semmiféle ellentmondást nem jelent, addig az egzisztenciatagadás logikai paradoxont testesít meg, hiszen a kijelentés logikai alanya esetében feltételezett annak léte, maga a kijelentés azonban éppen ezt tagadja. A „*Trója nem létezik*” („Nem igaz, hogy *Trója < van létező >.*”) mondat e gondolatmenetből következően logikai ellentmondást, inkonzisztenciát testesít meg. A „*Trója létezik*” mondat, illetve ennek negáltja a „*Trója nem létezik.*” mondat egyértelműen kontingens állítást fejez ki, azaz olyan állítást, amely nem szükségszerűen igaz vagy hamis. A „*Trója létezik.*” mondat „IGAZ” igazságértékkel bír, ha Trója ténylegesen létezik, és „HAMIS” igazságértékkel bír, ha Trója valójában nem létezik. Amennyiben tehát a „*Trója létezik.*” mondatot annak logikai szerkezetét tekintve ugyanolyan mondatnak tekintjük mint például amilyennek a „*Péter [van] szőke.*” mondatot, akkor az szükségszerűen igaz (egzisztenciaállítás esetén), illetve szükségszerűen hamis (egzisztenciatagadás esetén) kijelentésnek adódik. Márpedig a példaként említett mondat véletlenszerű tényállást fejez ki, ami éppenséggel lehetne másképpen is, ebből következően a mondat faktuális értéke lehetne éppen az ellenkezője is.

Egyes vélemények szerint a „*Tigrisek [vannak] csíkosak.*” mondat - a „*Péter [van] szőke.*” kijelentéshez hasonlóan - eleve feltételezi, hogy tigrisek léteznek. Erről azonban szó sincs. Ez a kijelentés mindössze két predikátum terjedelmi viszonyát állítja, azt fejezi ki, hogy minden olyan individuális objektum, amelyre nézve igaz a $< \dots \text{van tigris} >$ predikátum, arra nézve igaz a $< \dots \text{van csíkos} >$ predikátum is, azaz e két predikátum igazságalmazának van közös metszéke. Mindezekből összességében az a következtetés vonható le, hogy az egzisztenciakijelentések logikai szerkezetüket tekintve alapvetően különböznek a predikációt kifejező kijelentésektől, nem kezelhetők olyan módon, mint a predikatív kijelentések, minden formai hasonlóságuk ellenére. Ezen megállapítással szemben azonban példaként hozzák fel azokat az eseteket, amikor az „S-P” típusú kijelentések ugyanazt

állítják, mint az egzisztenciakijelentések, amikor „S-P” típusú kijelentéseket egzisztenciakijelentésekké alakítanak át, felvetve a kérdést, hogy valóban megalapozott-e a különbségtétel az állítások e két nagy csoportja között.

A „*Minden tigris [van] ragadozó.*” kijelentés „S-P” típusú kijelentés, amely két elsőrendű predikátum terjedelmének viszonyát fejezi ki átalakítható egzisztenciakijelentéssé. (Az ilyen logikai szerkezetű mondatokat a 4. Fejezet tárgyalja részletesebben.) A „*Nem létezik semmi, ami tigris és nem ragadozó.*” mondat ugyanazt fejezi ki, mint a példaként választott „S-P” típusú mondat. Ez utóbbi mondat pedig egyértelműen egzisztenciakijelentés, még hozzá összetett egzisztenciakijelentés. A két mondat állítása közötti logikai ekvivalencia a mondatok logikai struktúráját kifejező formulák alapján is nyilvánvaló.

$$\forall x[T(x) \supset R(x)] \Leftrightarrow \sim \exists x[T(x) \& \sim R(x)],$$

ahol

$$T(x) \quad a < \dots \text{van tigris} >$$

elsőrendű, egyargumentumú, míg

$$R(x) \quad a < \dots \text{van ragadozó} >$$

ugyancsak elsőrendű egyargumentumú predikátum szimbóluma.

Russell a „*Leírások elmélete*” című művében a „*Franciaország királya [van] bölcs.*” kijelentés valós logikai szerkezetét feltáró analízise során azt három kijelentés konjunkciójává alakítja azt, az alábbiak szerint:

„*Franciaország királya [van] bölcs.*” $\equiv$ „*Van olyan valami, ami Franciaország királya.*”

és

„*Nem több, mint egy királya van Franciaországnak.*”

és

„*Nincsen olyan valami, ami Franciaország királya és nem bölcs.*”

Ezen átalakítást kifejező formulák:

$$B(\iota x.F(x)) \Leftrightarrow (\exists x[F(x)]) \& \exists x.\forall y[F(y) \equiv (x = y)] \& (\sim \exists x[F(x) \& \sim B(x)]).$$

A bikondicionális bal oldalán szereplő kifejezés (deskripció) esetében természetesen feltételezett volt, hogy

$$\exists! x.F(x),$$

ami azt jelenti, hogy

$$\exists!x.F(x) \Leftrightarrow \exists x.\forall y[F(y) \equiv (x = y)].$$

' $\exists!x.F(x)$ ' kijelentés az ' $\exists!x.F(x)$ ' deskripció egzisztenciaformulája, ami biztosítja, hogy az adott deskripció – esetünkben az „...*az a valaki, aki [van] Franciaország királya*” zárt deskripció – az ' x ' változónak csupán egyetlen értékére igaz, s hogy ez az érték létezik.

Az összefüggésben:

$F(x)$ < ...*van Franciaország királya* >,

míg

$B(x)$ < ...*van bölcs* >,

predikátumokat jelölő szimbólumok.

Az egzisztenciakijelentések - úgy tűnik, - minden további nélkül átalakíthatók „S-P” típusú kijelentésekké, mely kijelentések igazságértéke ugyanaz, mint az eredeti kijelentésé. „*A világ nem tartalmaz olyan valamit, ami [valami] [van] sárkány*” mondat ugyanazt fejezi ki, mint a „*Sárkányok nem léteznek.*” mondat. A „*nem tartalmaz*”, „*nem lelhető fel*” stb. kifejezések persze értelemszerűen a „*létezik/van/adott*” kifejezések szinonimáinak tekinthetők ebben az esetben. A felsorakoztatott példák azt sejtetik – jóllehet ez egzakt módon nem bizonyított, - hogy minden esetben meg lehet találni az adott „S-P” típusú mondat egzisztenciakijelentésbeli megfelelőjét és fordítva. Ebből pedig – szintén nem bizonyított módon – az következik/következzhet, hogy az „S-P” típusú kijelentések és az egzisztenciakijelentések közötti különbségtételt csak a nyelv grammatikája alapozza meg, valójában nincs szó itt logikai ontológiai különbségről. Ezek az érvek tehát a logikai különbségtétel ellen szólnak.

1.7.10. A nemlétezéssel kapcsolatos logikai problémák különböző típusú kijelentésekben

1.7.10.1. Szinguláris egzisztenciakijelentések

Mindenekelőtt az analitikus filozófia vizsgálódásainak eredményeképpen váltak nyilvánvalóvá a valaminek a létezését állító, illetve tagadó kijelentésekkel összefüggő logikai ellentmondások, az individuumnevek faktuális értékének hiányával, a nemlétezéssel kapcsolatos problémák. Vannak olyan kijelentések, amelyek igazak lehetnek abban az esetben is, ha tárgyuk nem létezik. Az úgynevezett intencionális inegzisztencia esetében ez a helyzet. A

(1) „*János azt hiszi, hogy az Ördög létezik.*”

kijelentés esetében erről van szó. E kijelentés igaz, vagy hamis voltának nem előfeltétele, hogy a kijelentésben szereplő '*Ördög*' individuumnévnek létezzon a jelölete.

Brentano óta az intencionális inegzisztencia fogalma az intencionális relációk egy speciális meghatározottságát jelöli. Az intencionális relációk más relációktól mindenekelőtt abban különböznek, hogy ezek esetében nem szükséges, hogy a reláció második tagja létezzék. Valaki félhet valamitől, vágyakozhat valamire, gondolhat valamire, gyűlölhét, vagy éppenséggel szerethet valamit anélkül, hogy az adott valami ténylegesen léteznék. Az úgynevezett nem intencionális relációk esetében szükségszerűen léteznie kell a reláció mindkét elemének. Valakinek a megütése feltételezi, hogy mind az elkövető, mind a sértett fél létezik. Ez a reláció az elkövető és a sértett fél között ebből következően nem intencionális reláció. Természetesen az intencionális reláció csak úgy létezhet, ha az adott illető hisz abban, hogy az a valaki/valami, amit szeret, gyűlöl, ami után vágyakozik, amiről álmodozik, amit kíván, vagy amitől fél, létezik.

Példa az intencionális inegzisztenciára a következő állítás kifejezte szituáció.

„János fél az ördögtől, jóllehet az ördög nem létezik, azonban János úgy véli, hogy az ördög létezik.”

A mondat Jánosról állítja, hogy fél az Ördögtől, és hogy János úgy véli, hogy az Ördög létezik. Az 'Ördög' kifejezés a példamondatban individuumnévként szerepel – erre utal a nagybetűs írás -, s ebből következően egyetlen individuális objektumot jelöl, jóllehet ezt a kifejezést sokan az 'ördög' formában és tartalommal, azaz predikátumként használják, ami azt jelenti, hogy az grammatikai értelemben köznévként szerepel. Az összetett mondat egyik tagmondata kijelenti, hogy az Ördög nem létezik, egy másik tagmondat ugyanakkor ennek az ellenkezőjét állítja. Valójában azonban nincsen szó ellentmondásról, hiszen a mondatban valójában két különböző „beszélőhöz” rendelt a két egymásnak ellentmondó állítás. János véli úgy, hogy az Ördög létezik, s a személytelen elbeszélő állítja, hogy az Ördög nem létezik. A német nyelv sajátosságából következően ez a különbség rendkívül világosan kidomborodik. A mondat német megfelelője a következőképpen hangzik:

„Johann fürchtet den Teufel, obwohl der Teufel existiert nicht, aber Johann meint, dass der Teufel existiere.”

A különbség világosan látható abból, hogy a második tagmondatban („...der Teufel existiert nicht,...”) direkt beszédről van szó, s maga a mondat (állítás) kijelentő módon szerepel (im Indikativ der direkten Rede), míg a harmadik tagmondatban („... der Teufel existiere.”) indirekt beszédről van szó (hiszen az elbeszélő, közli János vélekedését, hitét), s ennek megfelelően az állítás kötőmódban van, ami alakilag a grammatikai állítmány ragozásából tűnik ki félreérthetetlenül (az 'existieren' ige megfelelő ragozott alakja egyes szám harmadik személyben, kijelentő módban 'existiert', míg kötőmód esetén 'existiere'). Abban az esetben, ha az első mondat egyes szám első személyben kerül megfogalmazásra, akkor ez a különbség, azaz a beszélő és a mondat alanya közötti különbség eltűnik. Ekkor a két egymásnak ellentmondó kijelentés egy és ugyanazon személyhez rendelt. A mondat ebben az esetben így hangzik:

„Én félek az Ördögtől, jóllehet az Ördög nem létezik, bár én úgy vélem, hogy az Ördög létezik.”

Ezáltal keletkezik az úgynevezett Moores-féle paradoxon.

A

(2) „*János vitéz bátor magyar huszár.*”

látszólag igaz kijelentésnek tűnik (megegyezik János vitézről való ismereteinkkel), kérdés azonban, hogy valóban annak tekinthető-e, hiszen a kijelentés logikai és grammatikai alanya nem létezik. Igazságérték nélkülinek tekinti a természetes nyelvérzék az olyan kijelentést, mint

(3) „*János vitéz szerette a zenét.*”

Ebben az esetben mindenekelőtt azért, mert nincs kritérium, (ismeret) ennek a kérdésnek a megválaszolására, azaz annak megítélésre, hogy János vitéz szerette, vagy sem a zenét. A

(4) „*Franciaország [jelenlegi] királya kopasz.*”

kijelentés is – első közelítésben mellőzve mindennemű teoretikus mérlegelést és tudományos megközelítést – olyan kijelentésnek tűnik, amelyről nem lehet eldönteni, hogy igaz vagy sem, a természetes nyelvi gyakorlat bizonytalan ennek megítélésében, s hajlik arra, sem ennek, sem annak ne tartsa. A klasszikus kétértékű, értékrésmentes logika keretei között ezek a mondatok nem fejeznek ki állítást, hiszen a bennük szereplő individuumnevek jelöllet nélküliek. Nem létezik az az individuális objektum, amelyre az e mondatokban előforduló individuumnevek utalnak. A szemantikai értékrést elismerő logika esetében ezek az állítások faktuális érték, azaz igazságérték nélküliek, sem nem igazak, sem nem hamisak – abból következően, hogy a bennük szereplő referáló kifejezésnek nincsen jelölete. A szemantikai értékrést akceptáló logikai rendszerekben ilyen módon három „igazságérték” létezik, amennyiben valamely kijelentés lehet „IGAZ”, „HAMIS” vagy éppenséggel „IGAZSÁGÉRTÉK NÉLKÜLI”.

(5) „*A Pegazus nem létezik.*”,

mint kijelentés negatív szinguláris egzisztenciakijelentés és az első közelítésben igaz kijelentésnek és problémamentes kijelentésnek tűnik. A természetes nyelvi gyakorlat számára ez a kijelentés igaz állítást fejez ki, hiszen valójában nem létezik Bellerophon szes híres szárnyas paripája. Ha azonban ez a kijelentés igaz, - mint ahogy a józan ész számára igaz – akkor valójában miről szól, mire vonatkozik az állítás? Hiszen ebben az esetben az a helyzet, hogy nem létezik az állítás logikai és grammatikai alanya. Miről szól az állítás tehát? A semmiről? A nemlétező dolgok látszólagos létezésének jelenségéről van itt szó. A nemlétező dolgok létének az elismerése értelemszerűen annak az elismerését is jelenti, hogy a létezés elsőrendű predikátum, individuális objektumok tulajdonsága, egy valódi fogalom, amely alá bizonyos kritériumok alapján sorolhatók tárgyak, egyedi objektumok.

Az eddigiekben bemutatott mondatok öt típust képviselnek. Az első csoportba tartoznak azok a kijelentések, amelyek esetében intencionális inegzisztenciáról van szó. Ezen

kijelentések igaz, vagy hamis voltának nem előfeltétele, hogy az intencionális reláció második tagjában előforduló referáló névnek létezzen a denotátuma. A második csoportba olyan predikatív kijelentések tartoznak, amelyek logikai és grammatikai alanyát megnevező individuumnév jelöllet nélküli, ennek ellenére ezen kijelentéseket a természetes nyelvi érzék „IGAZ” igazságértékkel (vagy éppenséggel „HAMIS” igazságértékkel) bíró kijelentéseknek tekinti, mivel van kritériuma (a nyelvi közösség kollektív ismeretbázisa alapján) annak megítélésre, hogy az adott predikatív kijelentés igaz-e vagy hamis. A harmadik csoportba olyan predikatív kijelentések sorolhatók, amelyek esetében nem adott ez a megítélési bázis, így a természetes nyelvérzék sem igaznak, sem hamisnak nem tekinti az adott kijelentést. A negyedik csoportba olyan predikatív kijelentések tartoznak, amelyek esetében a kijelentés logikai alanya nem létezik, a logikai (és grammatikai) alanyként szereplő kifejezés nem referál semmire. A természetes nyelvi érzék az ilyen kijelentések esetében ingadozik abban a tekintetben, hogy azokat „HAMIS” igazságértékűnek, vagy igazságérték nélkülinek tekintse. Végül az ötödik csoportba szinguláris negatív egzisztenciakijelentések tartoznak, amelyek valamely individuális objektum létezését tagadják, s amelyeket a természetes nyelv igaz kijelentésnek minősít.

1.7.10.2. Univerzális egzisztenciakijelentések

Az úgynevezett univerzális egzisztenciakijelentések esetében az eddigiekben felvázolt problémák valójában nem léteznek. Látszólag ugyan univerzális kijelentések is vonatkozhatnak nemlétező objektumokra, e kijelentések logikai szerkezetének behatóbb vizsgálata alapján azonban nyilvánvalóvá válik, hogy ezekben az esetekben alapvetően másról van szó, mint a szinguláris ítéletek esetében. Az előzőekben említett típusokkal analóg univerzális kijelentésekre a következő példákat lehet felhozni. Az első csoportba sorolt kijelentések ilyen megfelelője a

(6) *János azt hiszi, hogy manók léteznek.*

A kérdéses mondatban is intenzionális inegzisztenciáról van szó. A vizsgálatunk szempontjából most is az intencionális reláció második tagjaként szereplő kijelentés analízise az érdekes. E kijelentésben arról van szó (a kijelentés azt állítja), hogy nem léteznek manók. Az alapvető, lényegi különbség abban áll az (1) kijelentéshez képest, hogy ebben a kijelentésben (az intencionális reláció második tagjában) nem szerepel referáló kijelentés. A 'manók' kifejezés grammatikai értelemben köznév, tehát nem individuális objektumot jelölő tulajdonnév. Logikai értelemben a 'manók' kifejezés elsőrendű, egyargumentumú predikátumnak felel meg, a $\langle \dots \text{van manó} \rangle$ predikátumnak. A kérdéses kijelentés logikai struktúrája a következő:

$\sim \exists x.M(x),$

ahol:

$M(x)$ a $\langle \dots \text{van manó} \rangle$ predikátum szimbóluma.

Ez a kijelentés azt mondja ki, hogy az $M(x)$ predikátum értelmezési tartománya, igazsághalmaza üres halmaz, egyetlen egy létező individuális objektum sem sorolható alája.

A (2), (3) és (4) kijelentéssel analóg univerzális kijelentés:

(7) „*A walkűrök nők.*”

Ebben a kijelentésben predikációról, egészen pontosan két elsőrendű, egyargumentumú predikátum terjedelmi viszonyának az állításáról van szó. A természetes nyelvi közösség ismeretbázisa alapján a valóságban a walkűrök nem léteznek, ezek csak a germán mondavilág kontextusában léteznek. A kijelentés tehát látszólag ebben az esetben is nemlétezőkre vonatkozik, akárcsak János vitéz esetében. Valójában azonban e kijelentésben sem szerepel referáló kifejezés, a (2) mondat esetében felmerülő probléma itt valójában nem áll elő. E kijelentés logikai szerkezete a következő:

$$\forall x[W(x) \supset N(x)],$$

ahol:

$W(x)$ a < ...*van walkűr* > ,

$N(x)$ pedig a < ...*van nő* >

predikátum szimbóluma. E kijelentésben szó sincsen annak állításáról, hogy léteznének walkűrök, s a korábbiakban már említetteknek megfelelően e kijelentésben referáló kifejezés sem szerepel. E kijelentés tehát logikai és grammatikai szempontból - ellentétben a (2) állítással - problémamentes. Egzakt módon kifejezhető az is, hogy nem léteznek walkűrök, amelyek nők lennének. A

$$\sim \exists x[W(x) \& N(x)]$$

formula fejezi ki ezt.

Nem problematikusak logikai szempontból az egzisztenciát tagadó univerzális ítéletek, azaz a negatív univerzális egzisztenciakijelentések sem. Ilyen kijelentésekre példa a

(8) *Koboldok nem léteznek.*

mondat. E mondat logikai szerkezetének a

$$\sim \exists x.K(x)$$

formula felel meg, ahol

$K(x)$ a < ...*van kobold* > predikátumnak a szimbóluma.

Ebben – az ilyen típusú, logikai szerkezetű – mondatban nincsenek referáló kifejezések, ebből következően az előzőekben ismertetett probléma sem lép fel.

1.7.10.3. Partikuláris egzisztenciakijelentések

Partikuláris egzisztenciakijelentésre – egészen pontosan egzisztenciatagadásra – példa a

(9) *Néhány kobold nem létezik.*

mondat. A mondat logikai szerkezetét – abban az esetben, ha a létezés elsőrendű predikátumnak tekintett a

$$\exists x[(K(x) \& \sim L(x))]$$

formula fejezi ki, ahol

$L(x)$ a *< ...van létező >* predikátum szimbóluma. A formula magától értetődően logikai ellentmondást fejez ki a korábbiakban már tárgyaltak szerint. Abban az esetben, amennyiben a létezés nem elsőrendű predikátumnak tekintett, úgy ez a példaként választott mondat azt fejezi ki, hogy a *< ... van nemlétező kobold >* predikátum igazságtartománya nem üres halmaz, azaz

$$Wx, [K(x)] \neq \emptyset.$$

Ebben a formulában a

$$K(x) \text{ a } < \dots \text{van nemlétező kobold } >$$

predikátum szimbóluma.

Más szavakkal kifejezve a partikuláris egzisztenciakijelentések, egzisztenciaállítások és egzisztenciatagadások feltételezik a nemlétező objektumok létezésének elismerését.

1.7.11. A nyelvi értelmezési bázis szerepe

Az egzisztenciakijelentések általános jellemzőinek tárgyalásakor ki kell még térni annak bemutatására, hogy az individuumnevek referenciahiányából következő probléma csak azonos nyelvi értelmezési bázison lép fel. Hogy ezalatt pontosan mit kell érteni, az Pardey vizsgálódásai alapján ([50]) válik világossá. Mindenekelőtt célszerű azonban összefoglalni az egzisztenciakijelentések vizsgálatával kapcsolatos követelményeket.

Az egzisztenciakijelentésekkel kapcsolatban támasztott alapvető követelmények a következők:

- I. A nemlétezőkre vonatkozóan, mint amilyen például a Pegazus, nem lehetséges a létezés bizonyítása.

- II. A kontingens létezők esetében, mint amilyen például Trója városa, nem lehetséges a szükségszerű létezés bizonyítása.
- III. A létezési kijelentés tagadása nem vezethet ellentmondáshoz.
- IV. A „*Trója létezik.*”, vagy az „*Én létezem.*” kijelentések elemi kijelentéseknek (állításoknak) tekintendők, amelyek valamely individuális objektumot jelölő kifejezésből, és az elsőrendű egyargumentumú létezéspredikátumból állnak.

A klasszikus logikában a IV. követelmény nem érvényes, ehelyett a következő követelmény áll fenn:

- V. Valamely 'p' kijelentés és ennek tagadása, azaz a 'nem-p' kijelentés esetében az e kijelentésekben szereplő deskriptív kijelentések ugyanolyan módon használtak. Ez azt jelenti, hogy aki 'nem-p'-t állítja, vagyis 'p'-t tagadja, ugyanazt a nyelvet beszéli, mint az, aki 'p'-t állítja.

Kimutatható, bizonyítható, hogy a IV. követelmény az I.-III. követelményekkel együtt teljesül, amennyiben nem ragaszkodunk az V. követelmény teljesüléséhez, azaz az egységes nyelv posztulálásához.

A következőkben azt a felfogást vázoljuk, miszerint az egzisztenciakijelentések analízisével szemben támasztott alapvető követelmények közül az I.-III. követelmény összefér a IV. követelménnyel, értelemszerűen azonban ekkor az V. posztulátumban megfogalmazottakat fel kell adni. Arról van tehát szó, hogy a bemutatásra kerülő felfogás szerint nem okoz ellentmondást a létezéspredikátumnak elsőrendű predikátumként való felfogása, azaz lehetséges az úgynevezett létezési apóriában foglalt ellentmondás feloldása anélkül, hogy feladnánk azt a nézetünket, miszerint a létezéspredikátum elsőrendű predikátum. Ezt a nézetet képviseli és fejti ki mindenekelőtt Pardey. A Pardey által bemutatott szituáció bizonyos értelemben a Russell-féle „létezés paradoxon” egyfajta feloldásának tekinthető. (A „létezés paradoxon”-t az 1.4.7. fejezetben tárgyalja részleteiben.) Az az ellentmondás, amely a létezéspredikátumnak elsőrendű predikátumként való felfogásából adódik a következőképpen foglalható össze, Stegmüller ([51]) nyomán.

- (1) „Wenn es den Pegasus nicht gibt, dann sprechen wir über nichts, sobald wir dieses Wort „Pegasus” gebrauchen ; also waere ein Satz, in dem dieses Wort vorkommt, unsinnig. ... Also muss es Pegasus geben.” ([51] ; 487)

A mondat magyar megfelelője a következő: „Ha a Pegazus nem létezik [nincs], akkor a semmiről beszélünk, amikor azt a szót használjuk, hogy 'Pegazus'; tehát az a mondat, amelyben ez a szó előfordul, értelmetlen.... Következésképpen a Pegazusnak tehát léteznie kell.”

Feltűnő és kiemelendő ebben az érvelésben ennek a mondatnak a szerkezete. A köznapi nyelv gyakorlata szerint ez a mondat azt fejezi ki, hogy az a kérdés, hogy létezik-e a Pegazus még nyitott kérdés. A kérdésben foglaltak értelmezésekor azonban valójában

mindenki abból indul ki, hogy a Pegazus nem létezik. Ebből következően a helyes megfogalmazása az érvelésnek a következőképpen hangzik: „*Mivel a Pegazus nem létezik, azért ...*” Abban az esetben, ha a kérdéses mondatban a 'Pegazus' individuumnevet 'Köln' individuumnévvel helyettesítjük akkor a kérdés helyes megfogalmazása: „*Ha Köln nem lenne, akkor ...*” A természetes nyelv számára ugyanis nem kérdés az, hogy Köln létezik, tehát a „*Ha Köln nem létezik, akkor...*” forma helytelen, hiszen, - az előbbieken említetteknek megfelelően, - az ilyen szerkezetű mondat nyitott kérdést sugall.

A következőkben a fenti példamondatot két különböző felfogásban fogalmazzuk meg. Az egyik esetben a valós helyzetre vonatkozóan fogalmazzuk meg a mondatot, amely a 'Pegazus' kifejezést tartalmazza, míg a másik esetben képzeletbeli szituációban fogalmazzuk meg a mondatot, amely ebben az esetben a 'Köln' individuumnevet tartalmazza. A „valós” helyzet alatt olyan szituációk, a dolgok olyan állása értendő, amit kijelentő mondatok írhatnak le. A dolgok tényleges állását, a valós helyzetet leíró kijelentő mondatok általános szerkezetében olyan fordulatok találhatók, mint „*Az a helyzet, hogy...*”, vagy „*Úgy van, hogy...*”, vagy „*Mivel ez és ez a helyzet, azért így és így vannak a dolgok.*” A képzeletbeli, irreális szituációt mindenekelőtt a feltételes mód használata jelzi. A képzeletbeli szituációt leíró mondatokban gyakorta megjelenő fordulat a „*Ha így és így lett volna, akkor ez és ez lenne a helyzet, akkor ez meg ez lenne.*” A német nyelvben az úgynevezett kötőmód (Konjunktiv) használata utal – többek között - az ilyen szituációra. Ennek a visszaadása a magyar nyelvben meglehetősen nehéz.

Az első esetben – tehát a valós helyzetnek megfelelő szituációban - a következőképpen hangzik a példaként választott mondat.

- (2) „*Mivel a Pegazus nem létezik [nincs], semmiről sem beszélünk, amikor a 'Pegazus' kifejezést valamire való utalásként (azaz referáló kifejezésként) használjuk. Ebből következően az olyan mondat, amelyben ez a kifejezés referáló kifejezésként szerepel, igazságérték nélküli mondat. A Pegazusnak tehát léteznie kell.*”

Ez az érvelés csak akkor lenne meggyőző, ha a „*Mivel a Pegazus nem létezik [nincs], ...*” mondatban szereplő 'Pegazus' kifejezés, amely itt referáló kifejezésként a görög mitológia kontextusában szerepel, a valós világban is referáló kifejezésként szerepelne. A helyzet azonban nem ez. „*A Pegazus nem létezik.*” mondatban a 'Pegazus' kifejezés nem ilyen értelmű referáló kifejezésként szerepel. Ebben az érvelésben előfeltételeztük, hogy a 'Pegazus' individuumnévnek nincsen jelölete, azaz ez az individuumnév valójában nem referál semmire. Ezt fejezte ki az első mondatban szereplő „*mivel*” kifejezés.

A képzeletbeli szituációnak megfelelő érvelés az alábbi.

- (3) „*Ha Köln nem létezne, akkor semmiről sem beszélnénk, amikor a 'Köln' kifejezést valamire utaló, (azaz referáló) kifejezésként használnánk, így az a mondat, amelyben ez a szó, mint referáló kifejezés előfordulna, igazságérték nélküli mondat lenne. Ebből következően Kölnnek léteznie kell.*”

Ebben az érvelésben – az érvelés első mondatában – a 'Köln' kifejezés Köln városra utaló kifejezésként szerepel, és ebből következően Köln létezése előfeltételezett. A feltételes módban szereplő mondat semmiképpen nem utal arra, hogy a 'Köln' kifejezés ne a létező Köln városára referáló kifejezésként szerepelne. Ezen érvelésből az következik, hogy Köln városának a létezése már az érvelés első mondatában feltételezett volt, erre utalt a feltételes mód használata. Az első és második érvelés tehát a 'Pegazus', illetve a 'Köln' kifejezések használati módjában különböznek egymástól. Az első érvelésben a 'Pegazus' kifejezés nem referáló kifejezésként használt a mondatban, míg a második érvelésben a 'Köln' kifejezés referáló kifejezésnek tekintett. A két kifejezés használati módjában megnyilvánuló eme különbség abból a természetes nyelvi meggyőződésből következik, hogy Köln létezik, a Pegazus viszont nem létezik. Jóllehet magukból a 'Pegazus', illetve a 'Köln' kifejezésekből nem következik, hogy ezek az individuumnevek rendelkeznek-e faktuális értékkel vagy sem, a két érvelés eltérő kontextusából azonban következik, hogy a 'Pegazus' kifejezésnek nincsen jelölete, szemben a 'Köln' kifejezéssel, melynek esetében feltételezett az, hogy ez az individuumnév bír jelöllettel. A két individuumnévhez kapcsolódó egzisztenciafeltételezés az adott nyelvi közösség egzisztenciafeltételezéséből következik, amelyet az adott beszélő szubjektum adottként elfogad és átvesz.

Összefoglalóan tehát kijelenthető, hogy sem az egyik (2), sem a másik (3) bemutatott érvelés nem alkalmas arra, hogy a szóban forgó individuális objektum létezésének bizonyítékaként (bizonyításaként) szerepeljen. Az alapvető különbség – Pardey szerint – az (1) másrészt a (2) és (3) érvelés között az, hogy az (1) érvelésben a szóban forgó individuális objektum létezése vagy nem létezése nyitott kérdés, míg a (2) és (3) érvelésben szereplő individuális objektumok létével kapcsolatban előfeltételezések adóttak.

Hasonló problémaszituációt vázol Pardey az ún. ontológiai istenbizonyítással kapcsolatban. (E problémakört a 3. jegyzet tárgyalja részletesen.) A metafizikában kezdetektől fogva vita tárgyát képezi, hogy létezik-e Isten, s hogy hallhatatlan-e az emberi lélek. Isten nevét nem mindenki ugyanabban az értelemben használja. A teisták (T) Isten nevét referáló kifejezésként használják, tehát olyan kifejezésként, amelynek van jelölete. Isten nevének használat tehát ebben az esetben analóg a 'Köln' individuumnév használatával, feltételezett ugyanis annak az individuális objektumnak a létezése, amelyet az adott név jelöl. Az ateisták (A) ezzel szemben a 'Pegazus' névvel analóg módon használják az Isten nevét, vagyis Isten nevét olyan kifejezésnek tekintik, amely nem referál semmilyen individuális objektumra. Az ontológiai istenérvre alapozott istenbizonyítás ebben az értelemben egy olyan kísérletnek tekinthető, amelyben egy teista (T) szándékozik meggyőzni egy ateistát (A) Isten létezéséről. Az úgynevezett ontológiai istenérv mindenekelőtt két vonatkozásban képezte kritika tárgyát: logikai és empirikus ellenérveket hoztak fel ellene. Érdekes, hogy a két ellenérv egymást kioltja, amennyiben az, aki a logikai ellenérvet tartja igaznak, az elveti az empirikus ellenérvet és fordítva. Az ontológiai istenérv lényege a következőképpen foglalható össze.

(OIE1) „Isten tökéletes, a tökéletesség magában foglalja a létezését, Isten ebből következően létezik (létező).”

Az úgynevezett empirikus ellenvetés azon a meggyőződésen alapul, hogy a létezés nem dolgok tulajdonsága. Ebből következően az érvelés hibás. Ryle mindezek alapján, úgy érvel, mivel a létezés nem tulajdonság, akkor az is semmi, ami egy tulajdonságból következik. A karteziánus felfogás szerint az ontológia istenért a következőképpen hangzik:

(OIE2) „Az Isten szükségszerű lény. Egy szükségszerű lény létezik. Isten tehát létezik.”

Az

(A) „Isten nem létezik.”

mondat egy teista (T) nyelvben ellentmondásos, hiszen az 'Isten' individuumnév használata eleve feltételezi ezen név jelölésének a létezését, ugyanakkor maga a mondat explicit módon tagadja ezt. Ebből következően az

(B) „Isten létezik.”

mondat a teista nyelvben analitikus ítéletnek tekintett, hiszen az individuumnév használata által már eleve feltételezett, – vagyis a név jelölésének létezését – fejt ki. Az ateista nyelvben ezzel szemben az (A) kijelentés egyáltalán nem ellentmondásos, hiszen az ateista nem referáló kifejezésként használja az „Isten” individuumnevet. Az (A) kijelentés akkor lenne ellentmondásos, ha az ateista – a teistához hasonlóan – az „Isten” individuumnevet referáló kifejezésként használná, és ugyanakkor az „Isten nem létezik.” mondatot kijelentésnek tekintené. Az ateista és a teista azonban nem ugyanazt a nyelvet beszélik, ebben az esetben tehát nincsen szó egységes nyelvhasználatról. Ebben a szituációban tehát két különböző nyelvhasználatról van szó. Az egyház, mint tradicionális közösség nyelvi gyakorlatában Isten léte eleve feltételezett. Ezt a szituációt az fejezi ki, hogy az „Isten létezik.” kijelentés analitikus ítéletnek tekintett. Ennek a kijelentésnek az analitikus ítélet volta mutatja azt, hogy ebben a nyelvi közösségben Isten léte nem képezi vita tárgyát. Egészen más a helyzet akkor, amikor egy ateista és egy teista közötti párbeszédről, illetve érvelésről van szó. Az ateista számára egészen más értelmezési kiinduló bázis adott, mint a teista számára. Ebben a vonatkozásban a lényegi különbséget az jelenti, hogy az ateista számára Isten léte nem feltételezett eleve, s ebből következően az „Isten létezik.” kijelentés sem tekintett analitikus ítéletnek. Az ateista számára Isten létéről kizárólagosan szintetikus ítéletben kijelenteni valamit, mint például az

(C) „Egyetlen Isten létezik.”

mondatban.

Mindebből az következik, hogy a tulajdonnevek (individuumnevek) leíráselmélete azért helytelen, mert a (B) és a (C) kijelentést azonosítja (jóllehet az egyik a bemutatottak szerint analitikus ítéletnek, míg a másik – éppen az eltérő értelmezési bázisból következően – szintetikus ítéletnek minősül – az adott nyelvi közösség számára ilyenként értelmezett). Ebből következően nem alkalmas az eltérő előfeltevésekkel bíró nyelvi közösségek tagjai

közötti beszéd, információcsere, érvelés adekvát leírására. Az egységes nyelvhasználat posztulátuma csak egy adott nyelvi közösségen belül értelmezhető, amely nyelvi közösség tagjai számára ugyanazon előfeltevések és ugyanazon tradíciók értelmezettek. A hétköznapi nyelvhasználatban, a mindennapi nyelvi gyakorlatban ennek a posztulátumnak a számonkérése értelmetlen, mivel a mindennapi nyelvhasználat során különböző előfeltevésekkel, tradíciókkal, értelmezési bázissal bíró egyének kommunikációjáról van (lehet) szó.

A bemutatott gondolatmenetet, érvelést az alábbiakban lehet összefoglalni. Az ateista számára az (A) kijelentés externális tagadás, mert az ateista kívül áll a teista tradíción, amelyre mindenekelőtt az Isten létevel kapcsolatos előfeltevés a jellemző. A teista az (A) kijelentést a tradicionális teista nyelvi értelmezési bázison értelmezi, s ebből következően azt internális tagadásként fogja fel, ami belső ellentmondást testesít meg. Az externális negáció feltételezi a (B) állításban a létezését.

Az ellentmondások kommunikációbeli funkciója abban áll, hogy megkérdőjelezi a partner előfeltevéseit. Két különböző dolog egy állításnak ellentmondani és egy állítás előfeltevéseit megkérdőjelezni. Ha egy állítás „p” előfeltevését a Russell-féle transzformáció során „p” kijelentéssé transzformáljuk, akkor éppen az előbbieken kiemelt különbség tűnik el. A lényeg tehát az, hogy az (A) tagadás csak internális tagadásként ellentmondásos, azaz csak olyan nyelvi értelmezési bázison ellentmondásos, amely „*Isten*” nevét referáló kifejezésként előfeltételezi. Annak számára, aki „*Isten*” nevét nem referáló kifejezésként használja, - azaz az ateista álláspontot képviseli – a (B) állítás externális negáció. Ekkor, ebben az állításban „*Isten*” neve nem referáló kifejezésként használt, és ebből következően az externális negáció nem testesít meg ellentmondást. Ekkor ez az állítás éppenséggel azt fejezi ki, hogy az „*Isten*” individuumnévnek nincsen jelölete. Az állítás ekkor természetesen magáról az individuumnévről szól, nem érvényesül tehát a tárgyiség elve.

2. A 'VAN' KIFEJEZÉS AZONOSSÁGI ÉRTELMI HASZNÁLATA

2.1. Az azonossági kijelentések Frege értelmezése szerint

A „Bevezetés”-ben említett második példamondatban („Az *Esthajnalcsillag* [van] a *Vénusz*.”) logikai szempontból az azonosságpredikátum állításáról van szó. A 'van' szó ebben az esetben az azonosság kifejezésére szolgál. A 'van' szónak ilyen értelmű használata azt fejezi ki, hogy az azonosságpredikátum argumentumaiként szereplő individuumneveknek ugyanazon individuális objektum a jelöltekük.

Frege felfogása szerint az azonossági állításokban a nevek jelöltekének azonosságáról van szó, azaz az azonosságreláció végeredményben individuális objektumokat megnevező nevek közötti reláció. Az 1879-ben megjelent tanulmányában, a *"Fogalomírás a tiszta gondolkodás formulanyelve, az aritmetika nyelvének mintája szerint"* [36] című munkájában a következőket írja az azonosságról a 8.§.-ban: "A tartalomazonosság annyiban különbözik a feltételelességtől és a tagadástól, hogy nem tartalmakra, hanem nevekre vonatkozik. Egyéb esetekben a jelek csupán tartalmuk képviselői, úgyhogy minden kapcsolat, amelybe valamivel lépnek, csak tartalmuk valamilyen vonatkozását fejezi ki. Ha viszont a tartalomazonosság jelével kötjük össze a jeleket, rögtön saját maguk lépnek előtérbe; ugyanis ezzel azt a tényt fogjuk jelölni, hogy két névnek ugyanaz a tartalma. Így hát a tartalomazonosság jelének bevezetésével kettősség adódik minden jel jelentésében, amennyiben azok hol tartalmukat, hol saját magukat jelentik. ... A tartalomazonosság jelének szükségessége tehát a következőkön alapszik: ugyanazt a tartalmat különféleképpen is teljesen meg lehet határozni; az azonban, hogy egy különös esetben két meghatározási móddal valóban ugyanazt adjuk meg, már egy ítélet tartalma. Mielőtt ehhez eljutnánk, a két meghatározási módnak megfelelően két különböző nevet kell adnunk annak, amit meghatározunk. Az ítélethez viszont szükség van a tartalomazonosság jelére, amely a két nevet összeköti. Innen következik, hogy ugyanazon tartalom különböző nevei nem mindig valami közömbös formát jelentenek, hanem ha különböző meghatározási módokkal függenek össze, a dolog lényegét illetik. Ebben az esetben az az ítélet, melynek tárgya a tartalomazonosság, kanti értelemben szintetikus. Egy külsőségesebb ok a tartalomazonosság-jel bevezetésére az, hogy időnként célszerű egy-egy hosszadalmas kifejezés helyére rövidítést bevezetni. Ilyenkor ki kell fejezni az eredeti forma és a rövidítés tartalmi azonosságát. Jelölje tehát

$$\neg (A = B)$$

azt, hogy az *A* és a *B* jel fogalmi tartalma ugyanaz, úgyhogy *A* helyére mindig *B*-t lehet helyettesíteni és megfordítva." ([36] ; 40-41) Frege ezen tanulmányban még nem tesz különbséget a *jel* és a *jelöltek* között, a "tartalomazonosság", illetve a "fogalmi tartalom" kifejezéseket a későbbi terminológiát használva *jelölteknek* neveznénk. Ez azt jelenti, hogy az " $a \neq b$ " kijelentés logikai szempontból egyenértékű azzal a kijelentéssel, hogy "*a*" és "*b*" jelölete két különböző individuális objektum, az azonosság tagadása tehát az említett módon pozitív állítás formájában is megfogalmazható. Az azonosságnak ezen felfogása szerint az azonosságreláció nevek, még hozzá individuumnevek közötti reláció. Maga az azonosságpredikátum ebből következően alapvetően különbözik más predikátumoktól, amennyiben más predikátumok argumentumaként individuumneveket helyettesítve olyan

állításokat kapunk, amelyek magukra az individuumnevek által jelölt individuális tárgyra, s nem magukra az individuumnevekre vonatkoznak. Ez az ún. *tárgyiság elvé*ből következik, amely elvet Carnap a nyelvi kifejezések nevekként való értelmezése egyik alapvető elvének tekintett ([37] ; 18). A "*tárgyiság elve*" szerint, a mondatokban megfogalmazott állítások nem a mondatokban szereplő nevekről, hanem a nevek jelölétéről szólnak, a nevek jelölétére vonatkoznak. Frege kezdetben nevek közötti relációnak tekintette az azonosságot. Az azonosságrelációnak individuumnevek közötti relációként való értelmezését mindenekelőtt az a triviális igazság támasztotta alá, hogy ha az " $a = b$ " állítás dolgokról (" a " és " b " individuumnevek jelölétéről) szólna, akkor az " $a = a$ " és az " $a = b$ " állítások ugyanazt fejeznék ki, nevezetesen azt, hogy valami azonos önmagával. Az " $a = b$ " ugyanakkor bír információtartalommal, szemben az " $a = a$ " állítással, melynek nincs információtartalma a megismerés szempontjából.

Később Frege módosított e nézetén. A "*Jelentés és jelölés*" [24] című 1892-ben megjelent tanulmányában a következőket írta e kérdéssel kapcsolatban. "Az azonosság*" a hozzá kapcsolódó és nem egykönnyen megválaszolható kérdések révén elgondolkodásra késztet: Reláció-e az azonosság, és pedig tárgyak, vagy pedig tárgyak nevei, illetőleg jelei közötti reláció-e? *Fogalomírás* c. dolgozatomban az utóbbi nézetet fogadtam el. E felfogás mellett látszanak szólni a következő okok: $a = a$ és $a = b$ nyilvánvalóan különböző ismeretekkel rendelkező mondatok: $a = a$ *a priori* érvényes és Kant nyomán analitikusnak nevezhető, míg az $a = b$ alakú mondatok gyakorta ismereteink igen értékes kibővítését tartalmazzák és nem mindig alapozhatók meg *a priori*. Az, hogy nem minden reggel új Nap kel fel, hanem mindig ugyanaz, bizonyára egyike volt az asztronómia legtermékenyebb felfedezéseinek. Egy kisebb bolygó, vagy üstökös azonosítása még ma sem mindig magától értetődő. Ha mármost az azonosságon olyan relációt akarnánk érteni, amely azon dolgok között áll fenn, amelyeket az " a " és a " b " nevek jelölnek, akkor abban az esetben, melyben $a = b$ igaz, $a = b$ és $a = a$ között nem lenne különbség. Ilyen módon az azonosság csupán egy dolognak önmagához való viszonyát fejezné ki, azt a relációt, amelyben minden dolog sajátmagával áll, de amelyben egy dolog sem áll egy másikkal. Úgy látszik, hogy $a = b$ azt fejezi ki, hogy az " a " és a " b " név vagy jel ugyanazt jelöli, tehát ezekről a jelekről szól; egy közöttük fennálló relációt állít. De ez a nevek vagy jelek közötti reláció csak akkor állhat fenn, ha azok megneveznek, jelölnek valamit. Ez a reláció tehát közvetett lenne, a két jelnek ugyanazon megjelölthöz való kapcsolódása révén. Ez azonban önkényes. Nem tilthatjuk meg senkinek sem, hogy bármilyen önkényesen létrehozható eseményt vagy tárgyat valamely dolog számára jelnek fogadjon el. Ám ezáltal egy $a = b$ alakú mondat már nem magára a dologra, hanem csupán jelölésmódunkra vonatkozna, s így nem fejeznénk ki vele tulajdonképpen ismeretet. Pedig sok esetben éppen ez utóbbit akarjuk. Ha az " a " jel a " b " jeltől csak mint tárgy (jelen esetben az alak révén) különbözik, s nem pedig mint jel, vagyis nem abban a módban, ahogyan jelöl valamit, akkor $a = b$ igazsága esetén $a = a$ és $a = b$ ismeretértéke lényegében azonos lenne. Eltérés csak akkor jöhet létre, ha a jel különbözősége a megjelölt tárgy megadási módjában levő különbségnek felel meg. ... Kézenfekvő tehát, hogy egy jellel (névvel, szókapcsolattal, írásjeggyel) ne csak azt kapcsoljuk össze, amit megjelöl, s amit a jel jelölétének hívhatunk, hanem ezen kívül azt is, amit a jel jelentésének neveznénk, és amely a meghatározás módját foglalja magában."

* Az " $a = b$ " kifejezést így értelmezem: " a ugyanaz, mint b ", vagy " a és b egybeesik".

([24] ; 157-158) Véleményének idézett módosítását a névelmélet jelentős továbbfejlesztése, a nevek jelölete és jelentése közötti különbség felismerése indukálta. Az individuumnevek jelentésbeli különbségének felismerésével Frege számára világossá vált, hogy az "a = b" és az "a = a" közötti jelentésbeli, de nem igazságértékbeli különbség akkor is értelmezhető, ha az azonosságrelációt, mint individuális objektumok és nem az azokat jelölő nevek közötti relációként értelmezzük.

Frege gondolatmenetéből következően az azonosságpredikátum mindezek alapján kétargumentumú logikai predikátum, az azonosságreláció kifejezője. Jele: '='. A klasszikus elsőrendű logikában az azonosságpredikátum argumentumai individuum-terminusok lehetnek. Az 'a = b' ("a azonos b-vel") azt fejezi ki, hogy az 'a' és a 'b' terminusok (individuumnevek) ugyanazt az individuális objektumot jelölik, azaz ezen individuumnevek faktuális értéke (jelölete) megegyezik. A magasabbrendű logikában az azonosságpredikátum argumentumai tetszőleges logikai grammatikai kategóriába tartozó terminusok lehetnek. Az 'A = B' azonossági állítás ebben az esetben is azt fejezi ki, hogy az egyazon logikai grammatikai kategóriába tartozó 'A' és 'B' terminusok faktuális értéke azonos. Az 'A = A' alakú azonossági állítások triviálisan igazak, logikai törvényt, az önazonosság törvényét fejezik ki. Az 'A = B' azonossági állítás ezzel szemben információhordozó, lehet igaz és lehet hamis, abból a tényből következően, hogy egyazon individuális objektumnak különböző nevei lehetnek. 'A' és 'B' azonosságából azonban nem következik az, hogy 'A' és 'B' jelentése, azaz intenziója is azonos. Az intenzióazonosság kifejezésére azonban ez az összefüggés nem alkalmas. Valamely azonosságpredikátum faktuális értéke az a kétváltozós függvény, amely az „IGAZ” igazságértéket rendeli az olyan individuális objektumokból képezett rendezett párokhoz, amelynek két tagja megegyezik (azonos), és a „HAMIS” igazságértéket rendeli a többi individuális objektumokból álló rendezett párhoz. Az azonosságpredikátum terjedelme az a halmaz, amely az azonosságpredikátumhoz tartozó tárgyalási univerzum azon individuális objektumaiból képezett rendezett párokból áll, amelyekhez az azonosságpredikátum faktuális értéke „IGAZ” igazságértéket rendel, azaz azon rendezett párok alkotta halmaz, amelyekben a két tag megegyezik. Valamely azonosságpredikátum terjedelme az azonosságpredikátum igazsághalmaza.

2.2. Leibniz azonosságfelfogása a fregei koncepció tükrében

Az azonosság mibenlétének feltárásában kiemelkedő szerepet játszott Leibniz. Az ő nevéhez fűződik az azonosság mibenlétének egzakt megfogalmazása. „Eadem (vel Coincident) sunt quae sibi ubique substitui possunt salva veritate.” ([38] ; 264), ami magyarul a következőképpen hangzik: „Azonosak (vagy egybeesők) azok, amelyek mindenütt helyettesíthetők egymással az igazság megsértése nélkül.” és ebből következően: különbözőek azok, amelyek nem. Ez a leibnizi meghatározás a jelentésazonosság, más néven intenzióazonosság definíciója, mert csak azok a kifejezések cserélhetők fel egymással minden korlátozás nélkül, amelyek nem csupán ugyanazt jelölik (azaz nem csupán extenziójuk ugyanaz), hanem jelentésükben is megegyeznek. Leibniz azonossági törvényének megfogalmazása rejtett bikondicionálist tartalmaz: azt mondja ki, hogy az azonosak mindenütt helyettesíthetők egymással az igazság megsértése nélkül, és amik mindenütt helyettesíthetők egymással az igazság megsértése nélkül, azok azonosak. Az elv

eredeti formájában nincsen korlátozva az individuumnevekre. A modern logikában az azonosság fogalmát többnyire a faktuális értékek, azaz az extenziók egybeesésének kifejezésére használják, azaz ebben az esetben az azonos faktuális értékű kifejezések csak ún. extenzionális kontextusokban cserélhetők fel egymással korlátlanul. Másképpen fogalmazva az elsőrendű extenzionális logikában bármely funktor argumentuma felcserélhető egy vele azonos faktuális értékű kifejezéssel, anélkül, hogy a kimenet faktuális értéke megváltozna. Ezért, ha az ' $a = b$ ' és az ' F ' funktornak argumentuma lehet ' a ' és ' b ', akkor ' $F(a)$ ' és ' $F(b)$ ' faktuális értéke azonos, azaz

$$\Rightarrow \{ a = b, F(a) \} \Rightarrow F(b).$$

Ez az összefüggés a Leibniz elv individuális megfogalmazása extenzionális kontextusban. Ezen összefüggésből következik, hogy

$$\Rightarrow ((a = b) \ \& \ F(a)) \supset F(b).$$

A Leibniz elv univerzális megfogalmazását (Leibniz azonossági törvényének univerzális megfogalmazását) extenzionális kontextusban (az extenzionális logika területén) adja a

$$\Rightarrow \forall x \forall y [((x = y) \ \& \ F(x)) \supset F(y)]$$

összefüggés.

Leibniz azonossági törvénye nem alkalmazható, ha az azonos jelölésű nevek intenzionális funktor argumentumában szerepelnek. Magasabbrendű logikában, ahol predikátumváltozók használata is megengedett, s predikátumváltozók is kvantifikálhatók Leibniz azonossági törvénye extenzionális kontextusban, azaz extenzionális predikátumokra korlátozva az alábbi alakot ölti:

$$(a = b) \Leftrightarrow \forall P [P(a) \supset P(b)].$$

Kérdésként vetődik értelemszerűen fel, hogy mire gondolt Leibniz akkor, amikor klasszikus meghatározásában "azok"-ról beszélt. Erre a kérdésre végül is választ kaphatunk, ha végiggondoljuk, hogy Leibniz milyen gondolatmenet alapján jutott (juthatott) el az azonosság ezen megfogalmazására. A gondolatmenet kiindulópontja nyilvánvalóan a dolgok önazonosságát kifejező, (bár tartalmilag nem sokat mondó) ' $a = a$ ' tétel volt. A hagyományos logika és Leibniz felfogása szerint egy ilyen alakú formula (e formula mögött levő kijelentés) az ' a ' individuumnév bármilyen, értd. tetszőleges interpretálása mellett igaz állítást fejez ki, azaz semmiképpen nem lehet hamis. Ez egyben azt jelenti, hogy a szóban forgó ' $a = a$ ' formula logikai alapigazságot fejez ki, a formula igaz mivolta pusztán annak logikai szerkezetéből adódik. Az ' $a = a$ ' formula üres premisszahalmaznak is következménye (igazsága nem függ semmiféle "előfeltételtől"), ami a formális logikában alkalmazott szimbólumokkal az alábbi módon fejezhető ki:

$$\Rightarrow (a = a).$$

Ezen összefüggésben a ' $\Rightarrow$ ' szimbólum a következményreláció jelölésére szolgál. A formulában az "a" szimbólum individuumnév paramétereként szerepel, az összefüggés univerzálisan igaz mivoltából azonban következik, hogy az ' $x = x$ ' nyitott mondatok esetén is igaz, függetlenül az ' x ' változó (individuumnév-változó) értékelésétől. Ebből következően e nyitott mondat kvantifikációja is univerzális igazsággal bír, azaz az

$$\Rightarrow \forall x.(x = x)$$

formula logikai igazságot fejez ki. (Az ' $\Rightarrow (a = a)$ ' formula az önazonosság törvényének egyedi, míg az ' $\Rightarrow \forall x[x = x]$ ' formula az önazonosság törvényének univerzális megfogalmazása.) Leibniz elgondolása szerint az ' a ' és ' b ' individuumnevek azonosságából, azaz az ' $a = b$ ' reláció igaz mivoltából következik, hogy az ' a ' individuumnévvel jelölt objektumra vonatkozó állítás a ' b ' individuumnévvel jelölt (' a '-val azonos) objektumra is igaz, azaz az ' a ' és ' b ' individuumnevek az állítást reprezentáló formulában felcserélhetők egymással anélkül, hogy az állítás igazságértéke megváltozna. Lényegesen szigorúbb megfogalmazása a Leibniz-féle azonossági elvnek az, amit az

$$(a = b) \equiv \forall F[F(a) \supset F(b)]$$

alakú formula fejez ki. E megfogalmazás szerint, ha ' a ' és ' b ' azonos egymással, akkor azok bármely állításban felcserélhetők az állítás igazságértékének megváltozása nélkül és ez (a bikondicionálisból következően) megfordítva is igaz. Azaz ha ' a ' és ' b ' individuumnevek tetszőleges állításban felcserélhetők egymással, akkor - ebből következően - azok azonosak egymással. Nagyon lényeges annak hangsúlyozása, hogy Leibniz az azonosság mibenlétének megfogalmazásakor az állításokban szereplő individuumnevekre gondolt, a már idézett "azok" alatt individuális objektumokat megnevező individuumneveket értett. A Leibniz-féle azonosságértelmezés tehát nem azt mondja ki, hogy létezik két tökéletesen egyforma individuális objektum, amelyek ebből következően azonosak egymással. A Leibniz féle értelmezés az individuumnevekre, s nem az individuális objektumokra vonatkozik. Külön példák említése nélkül is nyilvánvaló, hogy a Leibniz-féle azonosságértelmezés logikai ellentmondásokhoz vezet akkor, ha az azonos jelölétű individuumnevek intenzionális funktor argumentumában szerepelnek. Intenzionális funktor alatt olyan funktort értünk, - amely funktor kimenetének igazságértéke függhet a bemenetének intenziójától. Frege azonosságértelmezéséhez ragaszkodva tehát a Leibniz-féle azonosságtörvény bizonyos esetekben - konkrétan intenzionális funktorok esetében - logikai ellentmondáshoz vezet. Hiába ugyanazon individuális objektum az adott individuumnevek jelölete, (amelyek ebből következően Frege szerint azonosak (mármint az individuumnevek)) a Leibniz-féle azonosságkritériumnak nem tesznek eleget. Ugyanazon állításban az egyik individuumnévnek a másikkal történő helyettesítése esetén az állítás igazságértéke nem lesz megegyező, azaz a helyettesítés során megváltozik (megváltozhat). Amennyiben a Leibniz-féle azonosságtörvényt változatlan formában és tartalommal érvényesnek akarjuk tekinteni, úgy tudomásul kell vennünk, hogy az csak akkor igaz korlátozás nélkül, ha az azonos jelölétű nevek extenzionális funktor argumentumában szerepelnek. Ez a megszorítás azonban logikailag ekvivalens azzal a kijelentéssel, hogy a Leibniz-féle azonosságtörvény - a fregei terminológiával élve - a jelentések azonosságának definícióját adja.¹¹

2.3. A formális és a nem formális azonossági kijelentések Frege szerint

Mindezen megfontolások alapján az azonossági állításoknak alapvetően két fő csoportját lehet elkülöníteni. Az első csoportba tartozó azonossági állítások esetében a dolgok önmagukkal való azonosságának állításáról, azaz az önazonosság állításáról van szó. A másik csoportba tartozó azonossági ítéletek esetében az ún. nem formális azonossági ítéletek esetében két dolog azonosságának állításáról van szó. Ez Frege álláspontja is. Az első csoportbeli azonossági ítéletek logikai szerkezetét az ' $a = a$ ' formula, míg az utóbbiakét az ' $a = b$ ' formula fejezi ki. Mindkét formulában ' a ' és ' b ' individuális objektumokat jelölnek. A nem formális azonossági kijelentések esetében nem annak állításáról van szó, hogy valamely dolog azonos önmagával. Ha erről lenne szó, akkor az ilyen kijelentések alakilag és tartalmilag semmiben sem különböznének a formális azonossági kijelentésektől. A nem formális azonossági kijelentésekben azonban nem is annak állításáról van szó, hogy két különböző dolog azonos. Kérdésként vetődik fel mindezek alapján, hogy miről is van szó ezekben a kijelentésekben?¹² Hogyan lehetséges az, hogy ha ezen kijelentésekben az azonosságpredikátum mindkét argumentumhelyén ugyanazon jelölletű individuumnév szerepel, akkor ezek a kijelentések igaz igazságértékkel bírnak, míg ellenkező esetben, ha az argumentumokban nem egy és ugyanazon jelölletű individuumnevek szerepelnek, akkor az adott kijelentés hamis igazságértékkel bír? Frege azon az állásponton volt, hogy az azonossági kijelentések esetében egy és ugyanazon dologról, individuális objektumról van szó, azonban ugyanaz az individuális objektum különbözőképpen lehet adott számunkra, annak számára, aki az adott kijelentést teszi. Frege, - ahogy erre már korábban utaltunk, - világos különbséget tesz valamely individuális objektum nevének esetében az adott individuumnév jelölete és jelentése között. Azt állítja, hogy ugyanazon dolog különböző módon lehet adott számunkra, azaz lehetséges, hogy két különböző individuumnév jelölete azonos, - egy és ugyanazon dolgot jelölnek meg, egy és ugyanazon dologra vonatkoznak – jelentésük azonban lehet különböző. Ez az alapgondolat adja meg a választ az előbbieken feltett kérdésre. A nem formális azonossági kijelentések esetében egy és ugyanazon dologról szól az állítás, azonban ez az egy és ugyanazon dolog különbözőképpen adott számunkra. A nem formális azonossági kijelentésekben tehát látszólag különböző dolgok azonosságának az állításáról van szó, olyan dolgok, individuális objektumok azonosságát mondja ki az adott állítás, amelyek különbözőnek „tűnnek”, „látszanak”, amelyek különbözőként adóttak számunkra. A lényegi különbség mindennek alapján a formális és a nem formális azonossági kijelentések között az, hogy az utóbbiak esetében látszólag különböző dolgok azonosságának állításáról van szó, míg az előbbieket esetében nem ez a helyzet. A formális azonossági állításokban valamely dolog önmagával való azonosságának állításáról van szó, nincsen szó tehát arról, hogy az adott dolog két különböző dologként látszana. Mind a formális, mind a nem formális azonossági ítéletek esetében értelemszerűen az állítások argumentumaiban szereplő individuumnevek jelölete megegyezik, egy és ugyanazon individuális objektumról van szó mindig.

Érdemes összehasonlítani a nem formális azonossági kijelentéseket és a szinguláris egzisztenciakijelentéseket. Abban az esetben, ha az „ a létezik.” kijelentés „IGAZ” igazságértékkel bír, akkor természetes annak feltételezése, hogy az ' a ' individuumnévvel jelölt individuális objektum létezik, ami egyben annak az elismerését is jelenti, hogy az adott kijelentés logikai alanya az ' a ' objektum. Abban az esetben, amikor ez a kijelentés

„HAMIS” igazságértékű, akkor a józan ész hajlik annak feltételezésére, hogy az adott kijelentés logikai alanya nem az 'a' objektum, hiszen értelmetlen és ellentmondáshoz vezető dolog 'a' létezésének feltételezése, hiszen nem lehet olyan dologról kijelentést tenni, ami nem is létezik. Ekkor viszont kérdésként adódik, hogy mi ezen kijelentés logikai alanya, azaz más szavakkal, miről, mely logikai alanyról szól ez az állítás? Az adott egzisztenciakijelentésben nincs más individuális objektum említve, így csak az gondolható el, - az ellentmondást feloldandó -, hogy az ilyen kijelentések alapvetően más logikai struktúrájú kijelentések, mint a szokványos predikatív kijelentések. Azaz, ezek a kijelentések nem predikatív kijelentések, amelyekben a predikátum valamely logikai (és grammatikai) alanyra vonatkoztatott. Ez a feltételezés tehát oda vezet, hogy külön osztályba kell sorolni az egzisztenciakijelentéseket, megkülönböztetve azokat ilyen módon a predikatív kijelentésektől. A nem formális azonossági kijelentésekhez hasonlóan tehát az ilyen („HAMIS” igazságértékű) egzisztenciaállításokban is úgy tűnik, mintha 'a' objektumról szólna az állítás, valójában azonban nem ez a helyzet. Itt tehát a nemlétező dolgok látszólagos létezésének jelenségével állunk szemben, analóg módon ahhoz a szituációhoz, ami a nem formális azonossági kijelentések esetében áll fenn, amikor is a látszólag különbözőek azonosságának az állításáról (jelenségéről) van szó. Az *azonosak látszólagos különbségének* a fogalma tehát azt fejezi ki, hogy az 'a = b' kijelentés igaz volta esetében az 'a' és a 'b' individuumneveknek ugyanaz a jelölétük, az azonossági állításban tehát egy és ugyanazon dologról van szó, amelyek azonban különbözőként adóttak számunkra, különböző dolgoknak tűnnek számunkra. A „*látszólagos*”, vagy a „*látszik*” kifejezéseknek ebben az esetben a természetes nyelvi használattal megegyező értelmük van, e kifejezések nem filozófiai műszóként szerepelnek. Az *azonosak látszólagos* különbözősége alatt egyszerűen az értendő, hogy ugyanaz a tárgy a tudat a gondolkodás, az érzékelés számára különböző tárgyként, individuális objektumként tűnik fel bizonyos szituációkban. Frege példáját idézve a csillagászok sokáig azt gondolták, hogy a „*Vacsoracsillag*” és a „*Hajnalcsillag*” két különböző objektum, égitest. Ma már tudjuk hogy egy és ugyanazon égi objektumról, a *Vénusz* bolygóról, megint más magyar néven az *Esthajnalcsillagról* van szó. Ez az objektum a gondolkodásukban, a megfigyeléseik során két különböző objektumnak tűnt. Ezt a tényállást fejezi ki az *azonosak látszólagos* különbözőségének a fogalma. Abban az esetben, ha bizonyos individuális objektumok nem jelennének meg különbözőként a gondolkodás, érzékelés számára, akkor nem lennének nem formális azonossági kijelentések. Másképpen fogalmazva ez azt jelenti, hogy az *azonosak* megkülönböztethetők, értelmezhetők tehát a megkülönböztethetőség fogalma ezekre az esetekre. Ez éppenséggel a nem formális azonossági kijelentésekből következik, amelyekben, - látszatra, - két különböző dologról, individuális objektumról van szó.

A nem formális azonossági kijelentések mibenlétének megértése szempontjából alapvető jelentőséggel bír az *azonosak látszólagos* különbözőségének az értelmezése. Két lehetséges értelmezés adódik. Az egyik esetben feltételeztett, hogy az *azonosak* különbözősége pusztán látszat, amely látszatot tulajdonképpen a nyelv generálja. Ezen a véleményen van Frege és Russell. A másik esetben az feltételeztett, hogy az *azonosak* különbözősége valóságos különbözőség, a kérdés persze ekkor az, hogyan lehet ekkor ezen különbözőek azonosságáról beszélni. Ezt az álláspontot mindenekelőtt Hegel képviseli, aki az azonosság és a különbözőség egymástól való elválaszthatatlanságát mutatja be dialektikájában.

Frege rámutat arra, hogy a nem formális azonossági kijelentések informatívak, míg a formális azonossági kijelentésekről ugyanez nem mondható el. További lényeges különbség a formális és a nem formális azonossági kijelentések között, hogy - ellentétben a formális azonossági kijelentésekkel, - a nem formális azonossági kijelentések esetlegesek. A nem formális azonossági kijelentések esetében értelemszerűen igaz az a megszorítás, hogy az adott azonossági kijelentés két argumentumában levő individuumnév csak extenzionális kontextusban helyettesíthető egymással valamely más kijelentésben. Lehetséges, hogy igaz az, hogy 'a' „F” tulajdonsággal bír, ugyanakkor ebből nem következik logikai szükségszerűséggel, hogy 'b' is bír „F” tulajdonsággal. Ezt az okozza, hogy „a” és „b” individuumnevek más és más módon reprezentálják a jelölőket, más és más módon utalnak ugyanarra az individuális objektumra. Frege felismerte ezt, és különbséget tett az individuumnevek jelölete és jelentése között. Mindazonáltal Frege igen keveset mondott arra vonatkozóan, hogy mit is kell valójában valamely individuumnév jelentése alatt érteni. A különbség valójában abban áll, amit már Hegel is világosan látott. A nevek extenzionális használatakor a név jelentését adó ismertetőjegyek csak az adott individuumnév jelölteként szereplő tárgy kiemelésére szolgálnak. Ekkor a tárgy, mint egész, mint egység, minden tulajdonságával együtt tekintett, s ezért az adott kijelentésben, amelyben a tárgyat jelölő név előfordul az állítás nem függ az adott név konceptusától, jelentésétől. Az intenzionális névhasználat esetében az adott individuumnév nem egyszerűen az adott tárgy kiemelésére szolgál, hanem az adott tárgynak valamilyen ismertetőjegye is fontosságot kap, az adott tárgy ezen ismertetőjegyek vonatkozásában tekintett. A nem formális azonossági kijelentések esetében felvetődik ugyanis az a probléma, hogy amennyiben valamely individuális objektumot jelölő név esetében az adott név jelentése elválik a név jelölésétől, hogyan lehetséges az, hogy a nevek jelentésében meglévő különbség a jelölő különbségének a látszatát kelti. Ez a helyzet ugyanis az 'a = b' azonossági kijelentések esetében, ahol 'a' és 'b' individuumnevek jelölete megegyezik (igaz azonossági állítást feltételezve), ugyanakkor a nevek jelentése különböző ('a' név jelentése nem egyezik meg 'b' név jelentésével), s ebből a különbségből az a látszat keletkezik, mintha a jelöltekben is különbség lenne, a jelöltek is különbözőek lennének egymástól. Az 'a = b' azonossági kijelentés 'a'-ról és 'b'-ről, egészen pontosan ezen nevek jelölteréről szóló kijelentésként értelmezett, nem pedig olyan kijelentésként amely ezen nevek jelentéséről, az adott individuális objektumok megnevezésének módjáról mond valamit, arról a módról, ahogyan ezek a nevek a jelölőkre utalnak. Azt feltételezve, hogy a nevek jelölete nem különbözik a jelentésüktől, az a következtetés adódik, hogy a jelentésekben meglévő különbség valójában az adott nevek által megnevezett tárgyak különbségében rejlik. Hogyan lehet azonban ekkor igaz az 'a = b' állítás? A probléma feloldása csak annak feltételezésével oldható fel, hogy minden nem formális azonossági kijelentés esetében nem egyszerűen és kizárólagosan az azonossági kijelentésben szereplő nevek jelölteréről, tehát nem csak magukról a tárgyokról van szó. A nem formális azonossági kijelentések a bennük szereplő nevek jelentéséről, vagyis az adott tárgy megnevezésének módjáról, a tárgyra utalás hogyanjáról is szólnak. Állítható-e mindezek alapján, hogy az azonosak különbségének a látszata ebből a tárgyakkal asszociált „valamik” különbségéből következik? Példának okáért, igaz-e, hogy „*Vacsoracsillag*” és a „*Hajnalcsillag*” látszólagos különbözősége abban áll, hogy az egyik megnevezés a szóban forgó égitest est, míg a másik a hajnali megjelenésére utal? Az eddigi vizsgálódások alapján megállapítható, hogy az azonosak látszólagos különbözősége adekvát módon értelmezhető annak feltételezésével, hogy ez a különbség a szóban forgó tárgy

kiválasztási módjának (környezetétől való gondolati elkülönítési módjának) különbözőségében, illetve a szóban forgó dologgal asszociáltak különbözőségében áll, ebben gyökerezik. Ez azt jelenti, hogy valamely 'a = b' nem formális azonossági kijelentés a következő módon értelmezhető: „Az 'a'-ként kiválasztott individuális objektum ugyanaz, mint a 'b'-ként kiválasztott individuális objektum.” vagy „Az 'a' név jelentésével asszociált individuális objektum és a 'b' név jelentésével asszociált individuális objektum egy és ugyanaz.” Vagyis ez azt jelenti, hogy valamely nem formális azonossági kijelentés annak az állítását jelenti, hogy „Az 'a' név jelentése és a 'b' név jelentése egy és ugyanazon individuális objektumhoz kapcsolódó jelentések.” Konkrét példát említve: „Azon égitest, amely esti feltűnése alapján került azonosításra és azon égitest, amely a reggeli órákban való feltűnése alapján került azonosításra, egy és ugyanazon égitest.”

3. A 'VAN' KIFEJEZÉS PREDIKATÍV ÉRTELMI, AZAZ KOPULAKÉNT TÖRTÉNŐ HASZNÁLATA

3.1. A hagyományos logika felfogása a mondatok logikai szerkezetéről

A „Bevezetés” rész harmadik példamondatában („János [van] asztalos.”) a 'van' szó a hagyományos logika felfogása szerinti kopulaként szerepel: annak kifejezésére szolgál, hogy a logikai alany a logikai állítmánynak, mint fogalomnak a terjedelme alá esik. A modern formális logika - Frege korszakalkotó újításának megfelelően - a predikátumokat függvényként értelmezi, azaz a "Péter beteg." („Péter [van] beteg.”) mondat logikai finomszerkezetét tekintve a $\langle \dots \text{van beteg} \rangle$ predikátumnak, mint függvénynek a 'Péter' névvel jelölt individuális objektumra való vonatkoztatásaként értelmezhető. A 'van' ige ebben az esetben a predikáció kifejezésére szolgál. Frege eredeti célkitűzése az aritmetika logikai megalapozása volt. Erre a célra azonban a hagyományos logika alkalmatlannak bizonyult, s alapvetően ez inspirálta Freget új elméletének kidolgozására, amely az állítások finomszerkezetének feltárása érdekében azokat speciális függvényekre és argumentumokra bontja fel. Frege újításának mibenléte a hagyományos logika felfogásának rövid áttekintése alapján válik nyilvánvalóvá.

A hagyományos logika felfogása szerint az ítélet, mint az ítéleti folyamat eredménye mindig valamiről való ítélet. Azaz, minden ítéletben van valami, amiről az ítélet állít valamit, (amiről ítélünk) és van valami, amit állít az ítélet erről a valamiről. A hagyományos logika terminológiájával élve, az a valami, amiről az ítélet kimond, állít valamit az egyediség fogalma, s egyben az ítélet logikai alanya. Az ítélet értelemszerűen, - a tárgyiség elvének megfelelően, - nem magáról erről az individuumnévről, hanem az individuumnév képviselte objektumról, mint alanyról állít valamit. Az a valami, amit az ítélet, az ítélet alanyául szolgáló objektumról kimond (tételez, állít) a logikai állítmány. Az állítmány lényegében nem más, mint az alanyul vett (logikai alanyként funkcionáló) objektum tartalmának a meghatározása. Az alany és az állítmány viszonyát a kopula testesíti meg, e viszony maga a kopula. A hagyományos felfogás alapján ebből következően minden ítélet annak tételezése (kimondása, állítása), hogy *az alany az állítmány*. Ezen alapszerkezetet az "S est P" formula fejezi ki, amelyben az "S" szimbólum az alany jelölésére (S = subiectum: alany), a "P" szimbólum az állítmány jelölésére (P = praedicatum: állítmány) szolgál, míg a latin "est" (est: van) kifejezés a kopulának felel meg. Az "S est P" formula az ítélet lényegi logikai struktúráját fejezi ki, gondolati tartalma pedig az, hogy az ítéletben végső soron két fogalom azonosításáról van szó, nevezetesen annak tételezéséről, hogy az alany olyan, mint az állítmány. Ez az azonosítás azonban értelemszerűen nem abszolút, s ez lényegi sajátossága az ítéletnek. Az alany és az állítmány ugyanis két különböző fogalom, s az állítmány terjedelme valamilyen vonatkozásban bizonyosan tágabb, mint az alanyé. Ebben a vonatkozásban is különböznek egymástól. Az ítéletek absztrakt logikai struktúráját "*az alany az állítmány*" kijelentés fogalmazza meg. Ebben a kijelentésben az alany az egyediség fogalmát, míg az állítmány az általánosság fogalmát képviseli. Az egyediség és az általánosság vagy egyszerűbben az egyedi és az általános fogalmak mibenlétének elemzésébe itt nem megyünk bele, ezeknek csak rövid, formális meghatározását adjuk meg, tartalmi elemzés nélkül. "Az általánosság fogalma ily módon az objektum általánosságának a kezdeti, s ezért kezdetleges fogalma. Tehát absztrakt-általános, amely a tényanyagot csak eltűntten tartalmazza." ([42] ; 36) Ez a

megfogalmazás azonban bizonyos kiegészítésre szorul, amennyiben: "Az előbbieket szerint minden fogalom önmagában, általában minden, ami gondolati (nyelvi) formában fejeződik ki, eleve absztrakt-általános, más egyszerűen nem lehet. Az általánosság itt tárgyalt fogalmát ezért nem az különbözteti meg a fogalom többi, - a továbbiakban tárgyalásra kerülő, - fajtájától, típusától, hogy általános, az sem, hogy absztrakt általános; hiszen önmagában minden fogalom ilyen. Ez a fogalom annyiban az általánosság fogalma, hogy a vizsgált objektum objektív általánosságának a kifejezése, reflexiója; szemben más fogalomfajokkal, amelyek az objektum egyéb oldalait stb. tükrözik vissza." ([42] ; 33) Az egyediség fogalmának a meghatározása mindezek figyelembevételével: "Az egyediség fogalma a valóságos vagy teljes, azaz a mozzanatainak konkrét totalitásként élénk lépő fogalom." ([42] ; 51) Az egyediség fogalma az adott objektumot a maga teljességében tükrözi vissza, ragadja meg. "Világos: a fogalom csak az egyediség fogalmaként az objektum teljesen tételezett fogalmi képe. Mert mint láttuk: a fogalom az objektumot valóban totalitásként mutatja fel. De az általánosság fogalmában csak az általánosság természete a közvetlenül tételezett, a különös csupán eltűnten van jelen benne. A különösség fogalmában megfordítva: a különösség természete a közvetlenül tételezett, az általános pedig szintén csak eltűnten, ti. megszüntetve-megtartottként van jelen benne. És csak az egyediség fogalma tartalmazza mindkét oldalt tételezeten; viszonyuk megalkotásán keresztül tehát az objektumot a maga tételezett teljességében fejezi ki. (A viszony maga azonban nincs önálló valamiként tételezve; éppen ennek a fogyatéknak a kiküszöbölése lesz, - többek között, - az ítélet." ([42] ; 53) Az ítéletben a logikai alany képviseli az egyediség fogalmát. A logikai alany mindazoknak a közvetlen konkrét meghatározottságoknak, sajátosságoknak a hordozója, amelyekben az általa képviselt objektum egyedisége nyilvánul meg. Lényeges ugyanakkor annak szem előtt tartása, hogy "... ez önmagában véve független attól, hogy az ítéletben különben egy, némely vagy minden egyedi ilyen sajátosságainak az összefoglalásáról van-e szó. Tehát teljesen függetlenül attól, hogy az ítéletben az alany forma-meghatározása milyen terjedelmű." ([43] ; 144-145) A logikai állítmány ebben a vonatkozásban, azaz a logikai alanyhoz képest képviseli, testesíti meg az általánosság fogalmát. "Vagyis az általánosság itt sem a terjedelem általánosságaként veendő, hanem az a döntő, hogy az állítmány mindig az alany tartalmáról, általános belső természetéről stb., szóval objektív *általánosságáról* mond ki valamely, - netán még oly mellékes - meghatározást; s, hogy az állítmány *mindig* az alany valamilyen fejlettségi fokon álló általános természetét tételezi mozzanataiban, vagy egészében." ([43] ; 145) Logikai értelemben az ítélet - mindebből következően - nem más mint annak tételezése, hogy: *az egyedi az általános*. Az ítélet tehát két fogalom viszonya: az egyediség fogalmát képviselő logikai alany és az általánosság fogalmát képviselő logikai állítmány viszonya. Jóllehet minden ítélet általános logikai sémája "*az alany az állítmány*", illetve "*az egyedi az általános*", végső soron az ítélet nem a logikai állítmányt állítja (tételezi) a logikai alanyról, hanem a kettő, az alany és az állítmány viszonyát állítja, azaz tulajdonképpen a kopulát "állítja". "...az alany az állítmány" tétel azt a benyomást is kelti, mintha csak és csupán az állítmányt állítanánk az alanyról. (Ezt fejezi ki az "állítmány" név is!) Valójában nem az állítmányt, hanem a *kopulát* - alany és állítmány *viszonyát* - állítjuk e két szélsőről; az állítmányt csak annyiban, hogy nélküle nem lehet e viszonyt két szélső viszonyaként tételezni. ... az ítélet mindig csak kezdetben tűnik pusztán az állítmány tételezésének. A továbbiakban ugyanis annak tételezésévé lesz, hogy mi az alany és az állítmány viszonyának, a kopulának az igazi természete, objektív alakja." ([42] ; 66) Az ítélet tehát

végeredményben két fogalom viszonya, e viszonyt a kopula testesíti meg. "Az ítélet mozzanatai közül a hangsúly a kopulára esik, a kopula a *differentia specifica* az ítéletben. De már jeleztük: a kopula nem abszolúte azonos az ítélettel, jóllehet általa ítélet az ítélet. Az ítélet: valamennyi eddig tárgyalt mozzanat egysége oly módon, hogy egyrészt az alany és az állítmány a megszüntetve megtartottak benne, amennyiben e fogalmak most a kopula természete által meghatározott módon vannak. (Szóval azok olyanok, amiket és amilyeneket egy kopula összekapcsolhat.) Másrészt alany és állítmány ugyan szintén meghatározzák a kopulát, mégis: ami a fogalmakat egyáltalán ítéletté teszi, az éppen a kopula." ([43] ; 128) Az ítélet így nem más, mint az ítélet tárgyaként (logikai alanyként) elgondolt fogalom meghatározása, azaz az ítélet a fogalom meghatározása. Természetesen itt a "meghatározás" kifejezés nem szigorúan a "definiálás" értelmében elgondolt. A kopula igazi szerepe a logikai állítmánynak az alanyhoz kapcsolása. E kapcsolatban az állítmány az alany fogalmának mozzanataként tételezett. Az ítéletben szereplő két fogalom az alany fogalma, mint az egyediség fogalma és az állítmány, mint az általánosság fogalma sajátos viszonyban, vonatkozásban vannak egymással. Az ítélet logikai alanya eltűnten, megszüntetve-megőrizve tartalmazza a vonatkozást az állítmányra, és fordítva: az állítmány alapját alkotó mozzanatok (tények) az alanyak is mozzanatai.

A kopula az ítélet lényegi mozzanata. A kopula az alany és az állítmány közötti viszonyt az állítás. Itt a "viszony"-nak az állításról van szó, hangsúlyozottan nem annak konkrét tartalmán van a hangsúly, hisz e viszony lehet éppen az, hogy az alany, mint az egyediség fogalma és az állítmány, mint az általánosság fogalma között semmiféle vonatkozás, azaz viszony nincs. Viszonyuk az, hogy nincs közöttük viszony. A kopula mindezekből következően alapvetően állítást fejez ki. Célszerű itt röviden idézni Erdei László „*Az ítélet dialektikus logikai elmélete*” című művében az ezzel kapcsolatban kifejtetteket. "Minthogy ugyanis elsősorban összekapcsoló tevékenység, a kopula eredendően valami pozitív. Hogy a kopula eredendő természete szerint elsősorban pozitív, többnyire észre sem veszik. Ha mégis, úgy ezt rendszerint egy sorba állítják a konkrétan tételezett (pozitív formájú) ítélet pozitív-voltával, vagy a többi hasonló típusú meghatározással, amilyen pl. a kopula, mint negatív stb. Valójában *minden kopula - ezáltal minden ítélet - eredendően pozitív*; a pozitívnek ez a *léte* pedig megkülönböztetendő *létezésétől*, attól, hogy a szélsők eredendően pozitív viszonya egyébként nem tételezeten is pozitív. A kopula eredendő pozitivitása azt jelenti: *minden kopula végső soron az alany és az állítmány közötti viszony meglétének az állítása*, hiszen a kopula csak akkor kopula, ha összekapcsolja a szélsőket. S az már további kérdés, hogy közelebbről egyébként miképpen kapcsolja össze őket. Tehát például egy negatív jellegű ítélet esetében is, mint amilyen mondjuk az "Ez az ember nem fehér" ítélet, a kopula, mint olyan pozitív. Azaz állít: állítja a tagadást, alany és állítmány össze *nem* függését. Az eredendő pozitivitás alapja világos. A kopula tevékenység, amellyel összekapcsoljuk a két szélsőt. De így kopuláról - ezáltal ítéletről - csak akkor beszélhetünk, ha ez a tevékenység, az alany és az állítmány összekapcsolása egyáltalában végbemegy, jelen van. - Az ítélet célja végtére a tárgy elsajátítása, a róla való tudás megszerzése. Ám az "elsajátítás", a "megszerzés" stb. végső természetére nézve pozitív tevékenység. És ettől megint teljesen független, hogy az, amit elsajátítunk, megszerzünk, közelebbről egyébként pozitív-e vagy negatív. Vagy - miként tulajdonképpen lennie kellene - *a negatív által közvetített pozitív*. Minden kopulának ez az egyszerű elemzése mutatja: a kopula

eredendően pozitív. Egyben azonban szétválasztás is, alany és állítmány egysége. Tulajdonképpen pozitív és negatív együtt, egységben." ([43] ; 117-118)

Célszerű mindezek után röviden rámutatni arra az alapvető felfogásbeli különbségre, amely a modern formális logika és a hagyományos logika között van a mondatok logikai struktúráját illetően. A kijelentések logikai szerkezetének vizsgálatakor a hagyományos logika logikai alanynak tekintette azokat a kifejezéseket, amelyek által képviselt objektumokról állított valamit az ítélet. A logikai alany szerepét valamely fogalomnak, mint általános névnek a terjedelmébe tartozó objektumok, vagy egyedi nevek (tulajdonnevek) által megnevezett egyedi objektumok tölthették be. A logikai struktúra szempontjából a kijelentés (mondat) másik alapvető szerkezeti eleme a logikai állítmány vagy más néven predikátum. "A *"Péter (van) tanuló"* kijelentésben a hagyományos logika felfogása szerint a logikai alany a *'Péter'* individuumnévvel megnevezett egyedi objektum (létező), míg a logikai állítmány a *"tanuló"*, azaz arra a kérdésre, hogy mit állítunk e mondatban a hagyományos logika azt felelte, hogy azt állítjuk, hogy *"tanuló"*. Jóllehet a magyar nyelv korábban már említett sajátosságából következően a kopula nem jelenik meg a mondatban, a mondat harmadik logikai eleme a *'van'* kopula, amely a *'Péter'* egyedi fogalom és a *'tanuló'* általános fogalom viszonyát állítja.

A modern logika felfogása szerint az idézett példamondat logikai állítmánya (predikátuma) a $\langle \dots \text{van tanuló} \rangle$ egyargumentumú, elsőrendű predikátum. A modern logika – Frege nyomán – a predikátumokat, mint individuumnevekből mondatokat képező funktorokat, speciális függvényként értelmezi, ahogy erre már korábban utaltunk.

A hagyományos logika felfogását ismertetve a *'van'* kifejezést ez idáig, mint kopulát vettük szemügyre. A legfontosabb megállapítása az eddigiekben tárgyaltaknak abban foglalható össze, hogy a kopula végső soron az alany és az állítmány közötti viszony meglétének az állítása. A kopula a logikai alanyt és a logikai állítmányt kapcsolja össze, a közöttük levő viszonyt tételezi. Itt utaltunk rá, hogy még a tagadó ítéletekben is állításról, a tagadás állításáról, az alany és az állítmány össze nem függéséről (ennek az állításáról) van szó. A hagyományos logika tulajdonképpen nem jutott tovább ennél a megállapításnál, s nem tette vizsgálat tárgyává azt a kérdést, vajon a *'van'* kifejezést ugyanazon értelemben használjuk-e a különböző kijelentésekben. Frege és Russell logikai munkásságához kapcsolódik elsősorban a *'van'* egyjelentésének megkérdőjelezése, annak felismerése s tudatosítása, hogy e szó többértelmű (többjelentésű). A modern formális logika szempontjából mérföldkőnek tekinthető e felismerés, a logikusok túlnyomó többsége egyetért ezzel.

3.2. Frege predikációelmélete

Frege lényegi újítást hozott az állítások finomszerkezetének feltárásában, amikor egyes nyelvi kifejezéseket függvényként fogott fel, kiterjesztve ezzel a függvény fogalmát a nyelvi kifejezésekre, objektumokra is. Általánosságban véve egy függvény olyan rendezett párokból álló f halmaz, amely minden x -hez legfeljebb egy olyan y -t rendel, melyre

$$\langle x, y \rangle \in f.$$

Azon x elemek halmaza, amelyekre nézve

$$\exists y[< x, y > \in f]$$

alkotja az f függvény értelmezési tartományát, $D(f)$ -et. Ha

$$x \in D(f)$$

akkor, az az egyetlen y , amelyre nézve $< x, y > \in f$, az f függvény x helyen felvett értéke és $f(x)$ -el jelölt. Egy függvény tehát a $D(f)$ értelmezési tartomány minden x eleméhez egy egyértelműen meghatározott $f(x)$ értéket rendel. Az

$$\{f(x): x \in D(f)\}$$

értékek halmaza alkotja az f függvény értékkészletét, aminek jele $R(f)$. Valamely f függvény tulajdonképpen az $\underline{A}$ halmazt képezi le a $\underline{B}$ halmazba, ha

$$D(f) = \underline{A}$$

és

$$R(f) \subset \underline{B}.$$

A függvény tehát olyan megfeleltetésként, mint logikai műveletként értelmezett, amely valamely 'a' objektumra (vagy n darabszámú $a_1, a_2, \dots, a_n$ objektumokra) alkalmazva bizonyos 'b' objektumot eredményez. Azt az objektumot vagy objektumokat, amelyre az adott függvényt vonatkoztatják a függvény argumentumának (argumentumainak) nevezik, míg a függvény szerinti megfeleltetés eredményeként kapott objektumot a függvény értékének nevezik. Frege újításának a lényege az, hogy a függvények megengedhető argumentumainak körét kiterjeszti az anyagi és az absztrakt objektumokra (entitásokra) általában. E felfogásmód szerint a függvények argumentumai a létezők - anyagi és/vagy nem anyagi létezők - összessége vagy ennek valamely részhalmaza, függvényértéke pedig a két igazságérték („IGAZ” és „HAMIS”) valamelyike lehet. A fregei értelmezés szerint a függvényben előforduló $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n, \beta$ objektum lehet individuumnevek által jelölt individuális tárgy, vagy kijelentés, tulajdonság, viszony, osztály, melyet mondatok vagy predikatív kifejezések képviselnek.

Azok a függvények, amelyeket bizonyos objektumokra alkalmazva individuális objektumokat eredményeznek függvényértékként az ún. tárgyi függvények, míg azok a függvények, amelyek kijelentéseket (vagy fogalmakat) eredményeznek az ún. logikai függvények. A logikai függvények tehát kijelentésfüggvények vagy fogalmi függvények lehetnek. Tárgyi egyargumentumú (egyváltozós) függvények például: $\sin(x)$ ($\sinus(x)$), $\log(x)$ ($\logaritmus(x)$), stb., tárgyi kétargumentumú függvények például az összeadás (Σ), a szorzat (Π) stb. Fogalmi függvény például a $< \dots \text{van háromszög} >$ egyargumentumú predikátum, melyet a $< \dots \text{van hegyesszögű} >$ egyargumentumú predikátumra alkalmazva a

< ...*van hegyesögű háromszög* > egyargumentumú predikátum adódik eredményül. Logikai kijelentésfüggvények például az *alternáció*, a *konjunkció*, a *bikondicionális*, a *kondicionális* stb. *Kijelentésfüggvények* a predikatív értelemben használt egy- vagy többváltozós predikátumok. Ezeket valamely individuális objektumra, vagy individuális objektumok rendezett n-esére alkalmazva eredményül kijelentés adódik.

A természetes nyelv bizonyos kifejezései az adott nyelvben egyaránt funkcionálhatnak tárgyi függvényként, logikai függvényként vagy fogalmi függvényként. A függvényként felfogott nyelvi kifejezések attól függően, hogy miből mit képeznek az alábbi főbb osztályokba sorolhatók (teljesség nélkül). Vannak mondatokból mondatokat képező függvények, individuumnevekből mondatokat képező függvények, individuumnevekből individuumneveket képező függvények, stb.

Jelen vizsgálatok szempontjából kiemelt jelentőségűek a nevekből mondatokat képező egy, illetve többargumentumú funktorok. Ezeket a funktorokat *predikátoroknak* (*predikátumoknak*) nevezik. Az alábbiakban [44] és [45] alapján röviden összefoglaljuk a predikátumok legfontosabb logikai jellemzőit. Ez az elmélet a fregei felfogáson alapszik, azzal azonos. Mindezek alapján a predikátum olyan értelmes nyelvi kifejezés, amely egy vagy több individuumnévvel, mint argumentummal kombinálva kijelentő mondatot eredményez. Másképpen fogalmazva valamely individuumnevet vagy individuumneveket tartalmazó kijelentő mondatból az individuumnevek elhagyásával keletkező rész a predikátum. Az argumentumok száma szerint megkülönböztethetők egy, illetve többargumentumú, azaz monadikus, illetve poliadikus predikátumok. A későbbiekben látni fogjuk, hogy a mondatok logikai finomszerkezetét vizsgálva az ún. elemi állítások predikátumok argumentumának (argumentumainak) individuumnévvel (individuumnevekkel) történő helyettesítéséből adódnak.

Azt, hogy a predikátumok, vagyis fogalmak függvényekként értelmezhetők a predikátumok (fogalmak) kiegészítésre szoruló volta alapozza meg. A predikátum lényegében valamely ítélet, illetve az annak megfelelő mondat váza, amely a mondat alanyának elhagyásával adódik a korábban már említettek szerint. A függvény is - lényegéből adódóan - kiegészítésre szorul. Az argumentumával kiegészítve határozható meg a függvény adott argumentumhoz tartozó értéke. A fogalmakból ugyanilyen módon valamely tárgyra vonatkoztatva képezhető mondat. Egyargumentumú predikátumok esetében maga a predikátum, vagyis fogalom olyan függvénynek tekinthető, amely e függvény lehetséges argumentumainak mindegyikéhez hozzárendeli a két igazságérték valamelyikét, de mindig csak egyikét.

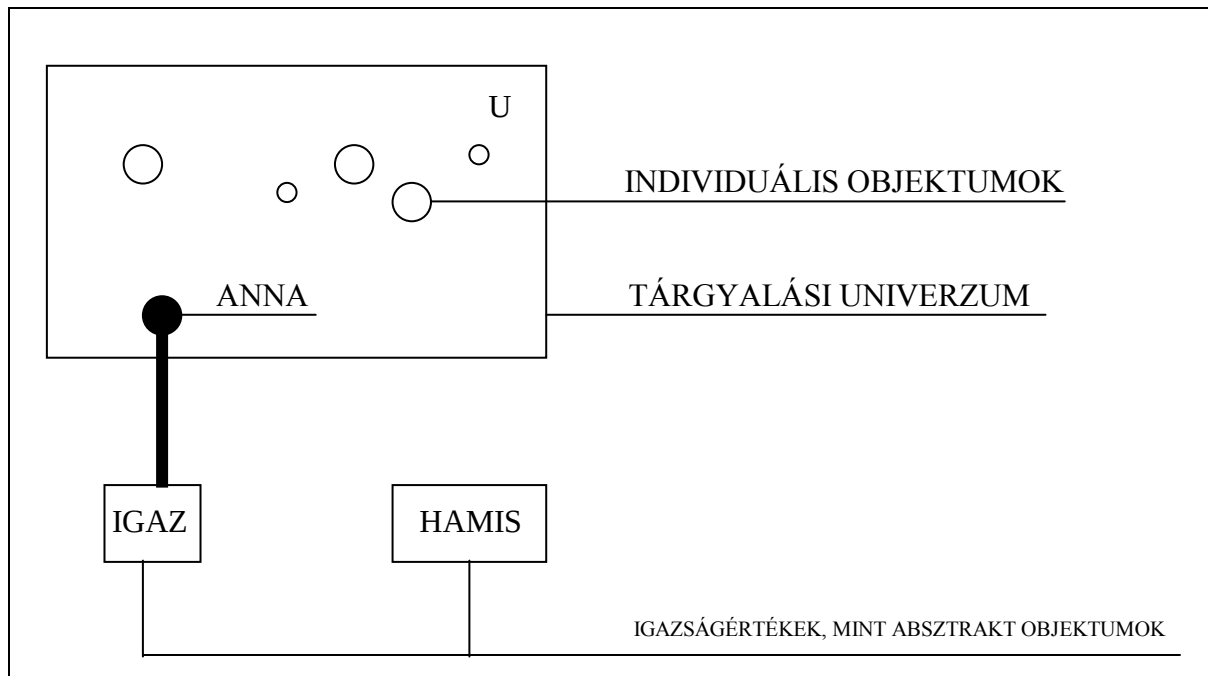
Valamely egyargumentumú predikátum faktuális értéke az a szabály, amely megmondja, hogy az adott predikátum mely dolgokra (individuális objektumokra) igaz és mely dolgokra nézve hamis. Az egyargumentumú predikátum faktuális értéke tehát az a függvény, amely a tárgyalási univerzum minden egyes eleméhez (minden egyes benne található individuális objektumhoz) hozzárendeli a két igazságérték valamelyikét, de csak egyikét. Ennek a függvénynek az értelmezési tartománya a tárgyalási univerzum, a szóba jöhető individuális objektumok halmaza, értékészlete pedig a két igazságértéket, mint absztrakt objektumot magában foglaló halmaz. A tárgyalási univerzum az interpretációtól függ. Ha ismert

valamely egyargumentumú predikátum tárgyalási univerzuma, valamint az egyargumentumú predikátum terjedelme, akkor ismert az a függvény is, amely az adott egyargumentumú predikátum faktuális értéke. Ez fordítva is igaz. Bármely egyargumentumú predikátum faktuális értéke lényegében nem más, mint az adott predikátum tárgyalási univerzumhoz viszonyított terjedelme. Valamely többargumentumú predikátum faktuális értéke olyan függvény, amely a tárgyalási univerzum elemeiből képezhető n-tagú rendezett sorozatok (rendezett n-esek) mindegyikéhez egy, de csakis egy igazságértéket rendel, az "IGAZ" igazságértéket, ha az adott reláció az adott rendezett n-esre nézve fennáll, és a "HAMIS" igazságértéket, ha az adott reláció az adott rendezett n-esre nem áll fenn. Valamely többargumentumú predikátum terjedelme azon rendezett n-tagú sorozatok (rendezett n-esek) halmaza, amelyekhez az adott többargumentumú predikátum faktuális értékeként funkcionáló függvény az "IGAZ" igazságértéket rendeli. Más néven ez a halmaz az adott többargumentumú predikátum igazsághalmaza. Az egyargumentumú predikátum terjedelme, vagy más néven igazsághalmaza azon individuális objektumok halmaza, amelyekre nézve az adott predikátum igaz. Egyes egyargumentumú predikátumok esetében ez nem függ a tárgyalási univerzum megválasztásától (például az olyan főnév alakú predikátumok esetében, amelyek természeti fajták közös neveként funkcionálnak.) Ha ismert valamely többargumentumú predikátum tárgyalási univerzuma, valamint a többargumentumú predikátum terjedelme, akkor ismert az a függvény is, amely az adott többargumentumú predikátum faktuális értéke. Ez fordítva is igaz. Bármely többargumentumú predikátum faktuális értéke lényegében nem más, mint az adott predikátum tárgyalási univerzumhoz viszonyított terjedelme. Valamely többargumentumú predikátum faktuális értékének megadása egyenértékű terjedelmének megadásával.

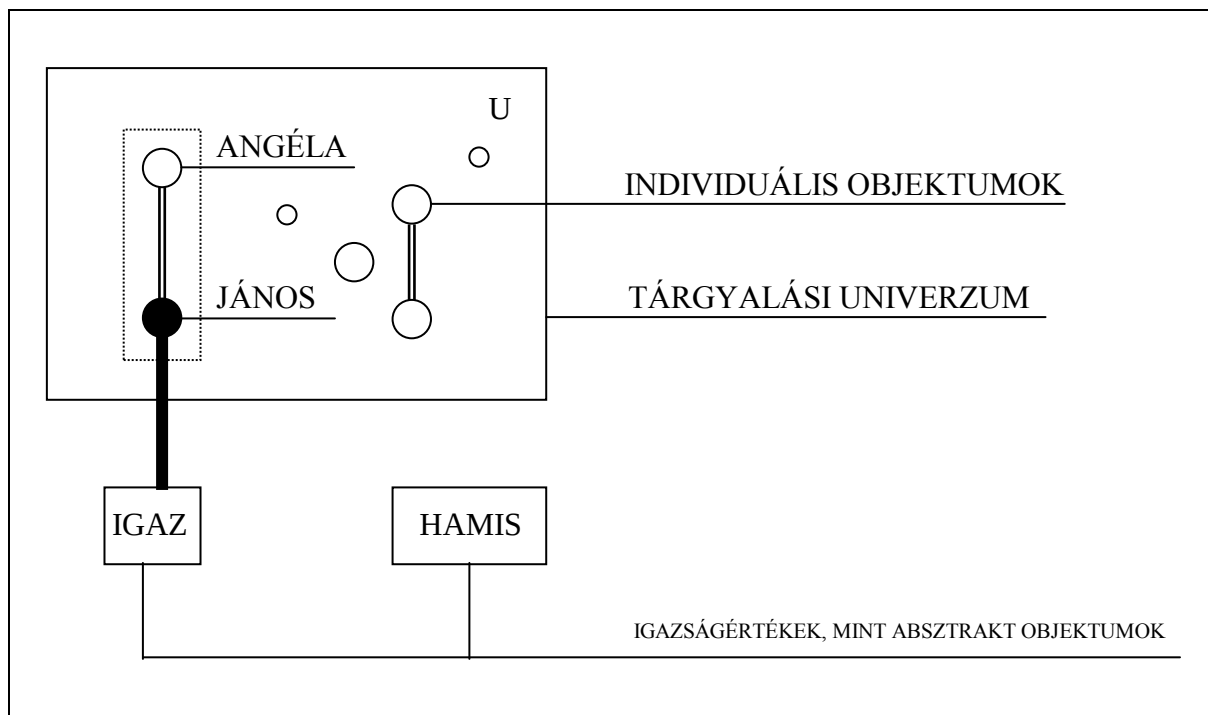
Az individuális objektumok, vagyis a dolgok tulajdonságait a monadikus predikátumok (egyargumentumú predikátumok), míg az individuális objektumok, dolgok közötti kapcsolatokat (relációkat) poliadikus predikátumok, más néven a többargumentumú predikátumok fejezik ki (képviselelik). Példa egyargumentumú predikátumra az „*Anna* < [van] *tanuló* >” kijelentés, míg egy többargumentumú (kétargumentumú) predikátorral képzett kijelentésre az „*Angéla* < [van] *magasabb, mint* > *János*.” kijelentés. Az „*Anna* < [van] *tanuló* >” kijelentésben az '*Anna*' individuumnévvel jelölt individuális létező (objektum) a tárgyalási univerzum eleme, s egyben eleme a < ...*van tanuló* > egyargumentumú elsőrendű predikátumnak értelmezési tartományának. Az '*Anna*' individuális objektumra vonatkoztatva a < ... *van tanuló* > elsőrendű egyargumentumú predikátumot a predikátum faktuális értéke az „IGAZ” igazságértéket mint absztrakt objektumot rendeli az így előálló kijelentéshez. A < ...*van tanuló* > predikátum a kijelentésben egy individuális objektumot ('*Anna*') kapcsol össze (rendel össze) egy absztrakt objektummal, esetünkben az „IGAZ” igazságértékkel. A predikátum lényege magában ebben az összerendelésben áll. A **3.1. ábra** szemlélteti az elmondottakat.

Többargumentumú predikátumok esetén a tárgyalási univerzum rendezett n-eseihez történik a két igazságérték valamelyikének a hozzárendelése. Amennyiben igaz a példamondatunkban megfogalmazott állítás, úgy a < ...*van magasabb, mint* ... > predikátum az „*Angéla – János*” rendezett párhoz (a sorrend lényeges) rendeli hozzá az „IGAZ” igazságértéket, mint absztrakt objektumot. Ezt a következő **3.2. ábra** szemlélteti.

3.1. ábra



3.2. ábra



Az ábrával szemléltetettek alapján is világosan látható, hogy a predikátumok terjedelmei maguk individuális objektumok (tárgyak), maguk a predikátumok azonban nem azok. A predikátumok „lényege” az individuális objektumok osztályba rendezése, ami éppen azáltal

„jön létre”, hogy az adott állításban a predikátum egy igazságértéket „rendel” az adott individuális objektumhoz. Amennyiben ez az igazságérték az „IGAZ” igazságérték, úgy az adott individuális objektum bír azokkal a tulajdonságokkal, amelyek az adott predikátum (vagyis fogalom) jegyeit alkotják. Az adott predikátum terjedelmét alkotó individuális objektumokban éppen az a közös, hogy mindegyik bír ugyanazzal az egy, vagy több tulajdonsággal, amely(ek) az adott predikátum (fogalom) jegyeit alkotják. Ezen tulajdonságokban (tulajdonságban) megnyilvánuló közösség konstituálja az adott predikátum terjedelmének megfelelő osztályt. Az adott predikátum terjedelmének megfelelő osztály nem rendelkezik azokkal a tulajdonságokkal, amelyekkel az osztály elemei bírnak.

A „...fogalom lényegét a fogalom jegyei alkotják” mondja Frege. ([47] ; 213) E jegyek nélkül a fogalom semmi, szétesik, tartalmát veszti. A fogalom jegyei és a fogalom (azaz predikátum) terjedelmébe eső individuális objektumok tulajdonságai közötti különbség szembevető anyagi objektumok, mint adott predikátum terjedelmébe tartozó individuális objektumok esetén. Az ammóniának tulajdonsága az, hogy fojtó szagú, ez a tulajdonság anyagi tulajdonság. Az ammónia fogalmának (egyik, ha nem is a leglényegesebb) jegye az, hogy fojtó szagú, de mindenki számára nyilvánvaló, hogy nem maga a fogalom „fojtó szagú”. Az ammónia fogalmában a „fojtó szagú” fogalmi jegy, ami nem anyagi meghatározottság, tulajdonság, hanem éppen az adott anyagi tulajdonságnak az eszmei kifejeződése. Ez a fogalmi jegy kifejezi, megjelöli az adott tárgyi tulajdonságot (információt hordoz róla), azonban semmiképpen sem azonos vele. A fogalom terjedelmébe tartozó tárgyak tulajdonságai és az adott predikátum (fogalom) jegyei közötti határozott különbségtétel vezet el annak a problémának a tisztázásához, hogy mindezek alapján mi a predikátumnak (fogalomnak) a jelölete, tárgya, mi az a valami, amit az adott fogalom jelöl, mi az amire vonatkozik. Visszaulva az előzőekben rögzített kérdésekre, mindezeket túlmenően tisztázandó az a kérdés, hogy mely szemantikai kategóriába tartozik a vizsgált állításban a < ...van létező > predikátum argumentumában szereplő kifejezés, s továbbmenve, mely ontológiai kategóriába sorolható az a valami, ami e kifejezés „mögött” áll?

A kérdés tehát az most, hogy mi a predikatív kifejezés (predikátum, fogalom) jelölete?

A problémával kapcsolatban Frege a következőket írja: „A fogalom, – ahogy én ezt a szót értem, – predikatív*, ezzel szemben egy tárgynevet, egy tulajdonnevet nem lehet grammatikai predikátumként használni. Ezt persze meg kell magyaráznunk, nehogy hamisnak tűnjék. Miért ne lehetne éppúgy állítani valamiről, hogy az Nagy Sándor, vagy négy, vagy a Vénusz bolygó, mint ahogy állíthatjuk valamiről, hogy zöld vagy emlősállat? Ha így gondolkodunk, nem teszünk különbséget az összekapcsolás, a kopuláció két lényegesen különböző formája között. Az utolsó két példában az összekapcsolás révén azt állítjuk, hogy valami egy fogalom alá esik, és a grammatikai predikátum éppen ezt a fogalmat jelöli. Az első három példában viszont az összekapcsolás ugyanolyan természetű,

* Ti. egy grammatikai predikátum jelölete.

mint az aritmetikában két kifejezés összekapcsolása az azonosság^{**} jelével. „A Hajnalcsillag a Vénusz.” mondatban ugyanazon tárgy két tulajdonnével – 'a Hajnalcsillag' és 'a Vénusz' tulajdonnével – van dolgunk. „A Hajnalcsillag bolygó.” mondatban egy tulajdonnevet – 'a Hajnalcsillag' – és egy fogalomszót – 'bolygó' – találunk. Nyelvileg ugyan nem történt más, mint hogy a 'a Vénusz'-t 'bolygó'-val helyettesítettük; tárgyilag azonban a kapcsolat egészen mássá vált. Egy azonosság mindig megfordítható; egy tárgynak egy fogalom alá esése meg nem fordítható kapcsolat. „A Hajnalcsillag a Vénusz.” mondatban az 'a Vénusz' kifejezés nem foglalja magában a teljes predikátumot. Ezt mondhatnánk helyette: "A Hajnalcsillag nem más, mint a Vénusz.", és így három szóval fejeznénk ki azt, amit előzőleg a puszta összekapcsolással jeleztünk. Tehát, amit itt állítunk [a Hajnalcsillagról], az nem a *Vénusz*, hanem a *nem más, mint a Vénusz*. Ezek a szavak egy fogalmat jelölnek, amely alá persze csak egyetlenegy tárgy esik. De az ilyen fogalmat még mindig meg kell különböztetnünk a tárgytól. A 'Vénusz' szó soha nem lehet valódi predikátum, ámbár részét képezheti valamely predikátumnak. Tehát, amit ez a szó jelöl,^{***} az soha nem léphet fel fogalomként, hanem csak tárgyként. Hogy valami ilyesféle létezik, azt talán Kerry sem vitatná. Ezzel azonban létrejön egy különbség – és ennek felismerése nagyon fontos – aközött, ami csak tárgyként léphet föl, és minden egyéb között. És ezt a különbséget még az sem törölné el, ha igaz volna, amit Kerry vél, hogy tudniillik léteznének olyan fogalmak, amelyek tárgyak is lehetnek. Nos valóban vannak olyan esetek, amelyek alátámasztani látszanának ezt a nézetet. Magam is utaltam arra (*Az aritmetika alapjaiban*, 53. § végén), hogy valamely fogalom egy magasabb fogalom alá eshet, ami azonban nem cserélendő össze azzal, hogy egy fogalom alárendelt egy másik fogalomhoz képest. Kerry erre nem hivatkozik, hanem a következő példát adja: „a 'ló' fogalom könnyen nyerhető fogalom”, és úgy véli, a „ló” fogalom tárgy, mégpedig azon tárgyak egyike, amelyek a „könnyen nyerhető fogalom” fogalma alá esnek. Így helyes! "Az a három szó, hogy "a 'ló' fogalom" egy tárgyat jelöl meg, de éppen ezért nem fogalom abban az értelemben, ahogy én ezt a szót használom. Ez teljesen megfelel azon ismertetőjelemnek, miszerint egyes számban a határozott névelő mindig tárgyra utal, míg a határozatlan névelő fogalomszót kísér.” ([5] ; 137-140) Ezen gondolatmenetből következik, hogy „Nyilvánvaló, hogy egy elkerülhetetlen nyelvi érdekességről van itt szó, amikor azt mondjuk: a ló fogalom nem fogalom,^{****} míg viszont pl. Berlin városa város, a Vezúv vulkán pedig vulkán. A nyelv itt kényszerhelyzetben van, ami igazolja az eltérést a szokásostól.” ([5] ; 142-143) Frege felfogása szerint tehát a fogalomszó, vagyis valamely predikatív kifejezés jelölete maga a fogalom. A fogalom azonban nem tárgy, nem individuális objektum, még csak nem is absztrakt individuális objektum. „A tulajdonnév jelölete egy *tárgy*, a fogalomszóé a *fogalom*; csak ez utóbbin keresztül vonatkoztatható a fogalomszó a fogalom alá tartozó tárgyra.” ([48] ; 26-27) Ez azt jelenti, hogy például a kutya fogalomszó nem jelöl

^{**} Az „azonos” szót és az „=”, jelet az „ugyanaz, mint”, „nem más, mint”, „identikus azzal, hogy” értelmében használom. Vö. E. Schröder: Vorlesungen über die Algebra der Logik, 1. kötet, 1. §, ahol azonban hibáztatandó, hogy nem különbözteti meg egy tárgynak egy fogalom alá esését és egy fogalomnak egy fogalom alá rendelését, melyek alapvetően különböző kapcsolatok.

^{***} Vö. a jelentésről és jelöletről szóló dolgozatommal, amely a közeljövőben fog megjelenni.

^{****} Hasonló a helyzet, amikor azzal a mondattal kapcsolatban, hogy „ez a rózsza piros”, azt mondjuk: a „piros” grammatikai predikátum az „ez a rózsza” szubjektumhoz tartozik. Ekkor „a 'piros' grammatikai predikátum” szavak nem grammatikai predikátumot, hanem szubjektumot alkotnak. Éppen azért, hogy kifejezetten predikátumnak nevezzük, fosztjuk meg ettől a tulajdonságától.

egyetlen valós kutyát sem, mint individuális objektumot. A kutya fogalomszó a < ...*van kutya* > predikátumot képviseli. Hangsúlyozottan képviseli, mert a jel és a „jelöllet” közötti viszony ebben az esetben egészen más, mint az individuumnév és az általa megjelölt individuumnév között. „A >>bolygó<< szó egyáltalán nem közvetlenül a Földre vonatkozik, hanem egy fogalomra, amely alá egyebek között a Föld is tartozik.” ([35] ; 182) Frege ezt a gondolatot teljesen egyértelműen kifejti más helyütt is: „...ha kimondok egy mondatot, amelynek nyelvtani alanya >> minden ember <<, ezzel éppenséggel nem akarok semmit sem állítani egy Afrika belsejében élő, számomra teljesen ismeretlen törzsfőnökről. Nem igaz tehát, hogy az >> ember << szóval ezt a törzsfőnököt bármiképpen is megjelölném, hogy ez a törzsfőnök bármi módon is az >> ember << szó jelölétéhez tartozna. ([48] ; 209)

A < ...*van létező* > predikátumnak tehát nem jelölete egyetlen létező individuális objektum sem. Nem jelöli ez a fogalom a létező individuális objektumok összességét (mint valamiféle halmazt, osztályt) sem. Frege világosan megfogalmazza ezt: „Logikai vizsgálatokban gyakran van arra szükségünk, hogy egy fogalomról állítsunk valamit, és ezt az állítások szokásos formájába öltöztessük, tudniillik az állítás a grammatikai predikátum tartalma legyen. Ezek után azt várnánk, hogy a grammatikai szubjektum a fogalmat jelölje, de az, predikatív természeténél fogva nem léphet fel minden további nélkül így, hanem először tárggyá kell alakítanunk, vagy, pontosabban szólva, egy tárggyal kell helyettesítenünk, amelyet a „fogalma” kifejezés beiktatásával jelölhetünk, pl.

„az ember fogalma nem üres”.

Itt az első három szót tulajdonnévként^{*****} kell felfognunk, amelyet éppoly kevésbé lehet predikativ használni, mint például a „Berlin” vagy a „Vezuv” szavakat. Ha azt mondjuk, hogy „Jézus az ember fogalma alá esik”, ebben az esetben a predikátum

„az ember fogalma alá eső”,

és ez ugyanazt jelenti, mint

„ember”.

De ennek a predikátumnak

„az ember fogalma”

szókapcsolat csak egy része. ([5] ; 147-148.)

A predikatív kifejezések, valamint a függvénykifejezések ugyanis nem jelölik a tulajdonságokat (az egyargumentumú predikátumok esetében), a viszonyokat (többargumentumú predikátumok esetében), illetve a függvényeket (a függvénykifejezések esetében), hanem képviselik ezeket az objektumokat. A < ...*van kutya* > predikátum és a

***** Tulajdonnévnek nevezek mindent, ami tárgyat jelöl meg.

<< ...*van kutya* >> tulajdonságot jelölő individuumnév szemantikailag különböző kategóriákba tartoznak. Ez nyilvánvalóvá válik abban az esetben, amikor adott mondatban e két kifejezés egymással felcserélésre kerül. A "Bodri < van kutya. >" mondat és a "Bodri << van kutya. >>", azaz „Bodri [van] kutyának lenni tulajdonságot jelölő individuumnév." mondat logikailag nem ekvivalens egymással, a második mondat értelmetlen, azaz a két kifejezés egymással nem felcserélhető, egymással nem helyettesíthető. Mindenki számára világos, hogy a << ház >> kifejezés nem bír egy ház tulajdonságaival. A < ... *van kutya* > elsőrendű egyargumentumú predikátum nem jelöli sem a kutyák halmazát, sem azok osztályát. A kutyák halmazának, illetve osztályának, mint absztrakt objektumnak a jelölésére a << kutyák halmaza >>, illetve a << kutyák osztálya >> individuumnév szolgál. Ugyanez a helyzet a többargumentumú predikátumok esetében. A többargumentumú predikátumok nem tekinthetők valamely viszonyt (relációt) jelölő (megnevező) individuumnévnek. A < ... *van nagyobb, mint* ... > kétargumentumú predikátum és a " << (...) *nagyobb, mint* (...) >> viszonyt jelölő individuumnév" kifejezések nem egymással felcserélhető kifejezések. Hasonló módon bizonyítható, hogy a "sinus(x)" nem az adott kifejezés által képviselt függvény neve. E függvény neve "a << sinus >> szó által képviselt függvény" individuumnév. Mindezekből következően a predikátumok és a függvénykifejezések csupán képviselik, nem pedig jelölik a tulajdonságokat, viszonyokat, illetve függvényeket, mint objektumokat. A predikatív kifejezések és azon objektumok között, amelyeket e predikatív kifejezések képviselnek másfajta viszony van, mint valamely individuumnév és az általa megnevezett tárgy (individuális objektum) vagyis az individuumnév denotátuma között.

Frege tehát éles határvonalat húz a fogalom - vagyis a fogalmat képviselő predikatív kifejezések - és a tárgyak, azaz az individuumnevek jelölete között. A predikatív kifejezések és a tárgyakat képviselő individuumnevek szemantikailag különböző kategóriákba tartoznak és e szemantikailag különböző kategóriák mögött ontológiailag különböző kategóriák húzódnak meg. Frege ezt világosan kifejti: "Az a három szó, hogy "a 'ló' fogalom" egy tárgyat jelöl meg, de éppen ezért nem nemfogalom abban az értelemben, ahogy én ezt a szót használom. Ez teljesen megfelel azon ismertetőjelemnek, miszerint egyes számban a határozott névelő mindig tárgyra utal, míg a határozatlan névelő fogalomszót kísér." ([5] ; 140)

4. PREDIKÁTUMOK TERJEDELMI VISZONYA KÖZÖTTI ÖSSZEFÜGGÉST KIFEJEZŐ 'VAN' (AZONOS RENDŰ FOGALMAK KÖZÖTTI VISZONY: SZUBORDINÁCIÓ)

A „Bevezetés”-ben említett negyedik példamondatban („*A tigris [van] ragadozó.*” $\equiv$ „*A tigrisek [vannak] ragadozók.*” $\equiv$ „*Minden tigris [van] ragadozó.*”) predikátumok terjedelmi viszonyai közötti összefüggést kifejező 'van' szerepel, itt szubordinációról van szó. Frege logikája szerint minden nem primitív fogalom esetében megadhatók az adott fogalom jegyei (Merkmale, characteristics), azaz azok a fogalmak, amelyeknek az adott fogalom alá van rendelve (ist untergeordnet, is subordinated). Az osztályban foglalás 'van'-ja ezt az alárendelést, szubordinációt fejezi ki. Ez a szubordináció két azonos rendű fogalom közötti viszony. A szubordinációtól Frege élesen megkülönbözteti a szubszumpciót, ami lényegében az elsőrendű predikátumok vonatkoztatása az individuális objektumokra, azaz elsőrendű predikáció. Frege felfogása szerint a szubordinációnak nincs egzisztenciális konzekvenciája („has no existential force”, ahogy később ezt Quine megfogalmazza). Frege éles különbséget tesz a "jegy" (Merkmal, characteristic) és a "tulajdonság" (Eigenschaft, property) fogalmak között. Hogy pontosabban mit is ért e fogalomhasználat alatt, azt a "*Fogalom és tárgy*" című írásában fejti ki. Azt írja itt:

"Ezek a szavak kapcsolatok megjelölésére szolgálnak olyan mondatokban, mint " Φ tulajdonsága Γ -nak" és " Φ jegye Ω -nak". Beszédmódom szerint lehet valami egyszerre tulajdonság és jegy, de nem ugyanazé. Azokat a fogalmakat, amelyek alá egy tárgy esik, a tárgy tulajdonságainak mondom úgy, hogy

" Φ egy tulajdonsága Γ -nak"

csak más fordulat a

" Γ a Φ fogalom alá esik"

kifejezés helyett. Ha egy Γ tárgynak Φ , X és Ψ tulajdonságai, ezeket összefoglalom Ω -ban, úgy, hogy ha azt mondom, hogy Γ Ω - tulajdonságú, ez ugyanaz lesz, mintha azt mondanám, hogy a Γ a Φ , X és Ψ tulajdonsággal bír. Ilyenkor Φ - t, X - et és Ψ - t az Ω fogalom jegyeinek mondom, és egyúttal Γ tulajdonságainak. Világos, hogy Φ kapcsolata Γ -val egészen más, mint Ω -val, és ezért tanácsos különböző elnevezés használata. Γ a Φ fogalom alá esik; de Ω amely maga is fogalom, nem eshet az elsőfokú Φ fogalom alá, hanem csak egy másodfokú fogalommal lehetne hasonló kapcsolatban. Viszont Ω alá van rendelve Φ - nek. Vizsgáljunk meg ehhez egy példát! Ahelyett hogy azt mondanánk:

"2 pozitív szám" és

"2 egész szám" és

"2 kisebb, mint 10",

ezt is mondhatjuk: "2 10-nél kisebb, pozitív egész szám". Itt

*pozitívszámnak lenni,
egész számnak lenni,
10-nél kisebbnek lenni*

a 2 tárgy tulajdonságaiként jelennek meg, egyúttal azonban, mint a

10-nél kisebb pozitív egész szám

fogalom jegyei. Ez utóbbi nem pozitív, nem is egész szám, sem pedig nem kisebb 10-nél. Alárendeltje ugyan az *egész szám* fogalmának, de nem esik alá." ([5] ; 150-151) Frege tehát azt mondja ki, hogy egy tárgy tulajdonságként bírja mindazon fogalom jegyeit, amely alá esik. De akkor és csak akkor, ha az adott fogalom alá esik. Frege ebből következően éles különbséget tesz a szubordináció és a szubszumpció között. Mind a szubordinációt, mind a szubszumpciót kifejező mondatokban (kijelentésekben) szerepel a 'van' kifejezés, s Frege következően különbséget is tesz a kétféle használat között. Lássuk konkrét példákon keresztül a két különböző értelmű 'van' használatot. "A *tigris [van] ragadozó*." mondatban két azonos rendű (elsőrendű) fogalom terjedelme közötti reláció állításáról van szó. Ez a kijelentés azt fejezi ki, hogy mindazon az individuális objektumok, (jelen esetben egyedi állatok) amelyek a "tigris" fogalom alá sorolhatók, azok egyben a "ragadozó" fogalom alá is sorolhatók. Formalizálva az elmondottakat:

$\forall x.(T(x) \supset R(x)),$

ahol

$T(x)$ a < ... *van tigris* > elsőrendű, egyargumentumú predikátumot,

míg

$R(x)$ a < ...*van ragadozó* > elsőrendű, egyargumentumú predikátumot

szimbolizálja. Amint azt a mondat logikai szerkezete mutatja, az ilyen típusú állítások megfogalmazhatók „*Minden tigris [van] ragadozó. $\equiv A$ tigrisek [vannak] ragadozók.*” alakban is.

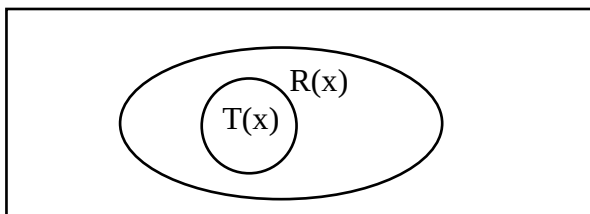
$\forall x[(x \in W_x.T(x)) \supset (x \in W_x.R(x))]$

E mondat így önmagában azonban nem szolgáltat elegendő információt arra vonatkozóan, hogy a két fogalom terjedelme valójában milyen viszonyban van egymással, azaz szigorúan véve, - eltekintve a meglévő háttérismereteinktől (ti., hogy a tigrisen kívül van a ragadozóknak még más fajtája is), - a szóban forgó fogalmak terjedelmi viszonyait geometriailag ábrázoló Venn-diagram még nem lenne megszerkeszthető. Ha ezt a kijelentést a

$\exists x.(R(x) \ \& \ \sim T(x))$

kijelentéssel egészítjük ki, úgy már a Venn - diagramm (4.1. ábra) is megrajzolható az alábbiak szerint.

4.1. ábra



Frege értelmezésének megfelelően a '*tigris*' fogalomnak a jegye a '*ragadozónak lenni*', míg a '*tigris*' fogalom alá eső valamely egyedi tigrisnek, mint individuális objektumnak (létezőnek) a tulajdonsága ugyanez. A szubordináció végső soron, áttételesen annak az állítását jelenti, hogy a fajfogalom terjedelmébe (igazsághalmazába) tartozó minden egyes individuális objektum egyben beletartozik a nemfogalom igazsághalmazába, azaz a nemfogalomnak megfelelő predikátumot a tárgyalási univerzum elemeire vonatkoztatva ezen predikátum faktuális értéke az „IGAZ” igazságértéket rendeli az adott egyedi objektumhoz. A szubordináció esetén tehát egy fogalomnak egy másik fogalomba eséséről van szó. Míg a szubordináció esetén valamely fogalomnak egy másik fogalomba eséséről van szó, addig a szubszumpció vagyis predikáció esetén valamely individuális objektumnak (konkrét vagy absztrakt) objektumnak valamely fogalom *alá* eséséről van szó. A *< ... van kutya >* elsőrendű predikátum faktuális értéke az „IGAZ” igazságértéket rendeli az adott, argumentumban szereplő individuumnévvel jelölt individuális objektumhoz (például a Bodri nevű kutyához), ha az valóban a predikátum igazsághalmazában található. A *< ... van kutya >* elsőrendű predikátum ebben az esetben, mint az argumentumban szereplő individuális objektum tulajdonsága (Eigenschaft, property) jelenik meg, szerepel.

5. KÉT KÜLÖNBÖZŐ RENDŰ PREDIKÁTUM VISZONYÁT KIFEJEZŐ 'VAN'

A „Bevezetés” ötödik példamondatában („*A tigris (egy) állatfaj*”). („*A tigris [van] (egy) állatfaj*.”)) a 'van' két különböző rendű predikátum viszonyát fejezi ki. A $\langle \dots \text{van tigris} \rangle$ predikátum egyargumentumú, elsőrendű predikátum, míg a $\langle \dots \text{van állatfaj} \rangle$ egyargumentumú másodrendű predikátum. Frege különbségtétele alapján az elsőrendű predikátumok konkrét individuális objektumok tulajdonságait, illetve a közöttük fennálló relációkat képviselik. Az elsőrendű predikátumok argumentumaiként konkrét individuális objektumok szerepelnek. A $\langle \dots \text{van állatfaj} \rangle$ másodrendű predikátum, ami azt jelenti, hogy ezen predikátum argumentumaként elsőrendű predikátumok szerepelhetnek. Világosan kell látnunk, ebben az esetben a $\langle \dots \text{van állatfaj} \rangle$ másodrendű predikátum terjedelmébe csak - és kizárólagosan - elsőrendű predikátumok tartozhatnak. Az elsőrendű predikátum igazsághalmazába tartozó individuális objektumokra (az egyedi tigrisekre) ugyanis nem igaz ez az állítás, az egyedi tigrisek ugyanis nem esnek a $\langle \dots \text{van állatfaj} \rangle$ predikátum terjedelme alá.

A másodrendű predikátumok felfoghatók úgy is, mint olyan predikátumok, amelyek ilyen módon elsőrendű predikátumokra, mint "absztrakt individuumokra" vonatkoznak. „A magasabb rendű predikátumokat azonban úgy is felfoghatjuk, hogy ők is individuumokra vonatkoznak (csakúgy, mint az elsőrendűek), de nem konkrét, hanem absztrakt individuumokra. E szerint minden predikátum egy absztrakt individuum, amelyre valamely magasabb rendű predikátum vonatkozhat. Ez a felfogás a mindennapi nyelvhasználatban is visszatükröződik. Vegyük például az „x bátor” elsőrendű predikátumot. A „bátorság” fogalom e predikátum absztrakt individualizált változata, amely pl. az „x erény” másodrendű predikátumban x helyére helyettesítendő ('A bátorság erény'). A kapott mondatot szívesebben értelmezzük úgy, hogy benne egy (absztrakt) individuumról állítunk valamit, mintsem úgy, hogy egy (elsőrendű) predikátumról állítunk egy (másodrendű) predikátumot. Egy predikátum és individualizált változata között néha nincs nyelvi különbség; így például a „kutya” kifejezés a „Bodri (egy) kutya.” mondatban predikátum, míg „A kutya (egy) állatfaj.” mondatban (absztrakt) individuum. Így n-edrendű predikátumok n-edrendű (absztrakt) individuumoknak is tekinthetők ($n \geq 1$). A konkrét individuumokat nulladrendűeknek mondhatjuk.” ([49]; 55)

Maga Frege azonban élesen elhatárolja a két esetet. Erre már korábban utaltunk. Azt vallja, hogy valamely elsőrendű predikátum és az argumentumában szereplő individuális objektum közötti viszony alapvetően különbözik egy másodrendű predikátum és annak argumentumában előforduló elsőrendű predikátum közötti viszonytól. Azt írja: „Amit itt egy példán megmutattunk, az általánosan érvényes: a fogalom lényegében predikatívan viselkedik akkor is, amikor róla mondunk valamit; következésképp akkor is csak fogalommal lehet helyettesíteni, tárggyal soha. Az az állítás, amit egy fogalomról teszünk, egyáltalán nem illik egy tárgyra. A másodfokú fogalmak, melyek alá fogalmak esnek, lényegesen különböznek az elsőfokú fogalmaktól, amelyek alá tárgyak esnek. Egy tárgy kapcsolata egy olyan elsőfokú fogalommal, amely alá esik, különbözik attól a kétségtől hasonló kapcsolattól, amelyben egy elsőfokú fogalom egy másodfokúval van. Hogy a hasonlóságot és a különbséget is érvényre juttassuk, talán úgy mondhatnánk, hogy egy tárgy

egy elsőfokú fogalom alá esik, míg egy elsőfokú fogalom egy másodfokú fogalomba esik. A tárgy és a fogalom különbözősége tehát teljes élességben fennmarad.” ([5] ; 149-150.)¹³

6. A 'VAN' KIFEJEZÉS TÖBBÉRTELMŰSÉGÉVEL KAPCSOLATOS PROBLÉMÁK

Az 1-5. fejezetekben kísérletet tettünk Fregének a 'van' kifejezés különböző értelmű használatáról alkotott nézeteinek vázlatos rekonstrukciójára. A bemutatottak alapján belátható, hogy a modern logika e kérdésekben elfoglalt álláspontjának kialakításában meghatározóak voltak Frege gondolatai. A kép teljességéhez hozzátartozik persze az is, hogy Fregének a létezőpredikátum és az azonosságpredikátum mibenlétével kapcsolatos nézeteivel szemben vannak olyan álláspontok a modern logikában, amelyek elvetik e nézeteket. E nézetek ismertetése azonban kívül esik e tanulmány tárgyán. A vita mindenesetre máig sem lezárt. Külön ki kell emelni még azt, hogy Frege e téren való munkássága nemcsak a modern logika számára volt termékenyítő, hanem a nyelvészeti kutatásoknak is új lendületet adott.¹⁴

A 'van' különböző értelmű használatát bemutató áttekintés lezárásaként - jóllehet e problémával Frege nem foglalkozott - röviden ki kell még térni arra a kérdésre, hogy mi a 'van' különböző értelmű használatai között a kapcsolat? Többjelentésű szóval állunk szemben a 'van' esetében? Vagy csak véletlen alaki azonosság van a különböző jelentésű, értelmű 'van' kifejezések között?

A középkori filozófia a többértelmű szavaknak két csoportját különítette el. A *valódi többértelmű szavak* jelentése, értelme teljességgel különböző, pusztán véletlen, hogy a különböző jelölőket, jelentést ugyanazon hangalak idézi fel a beszéd során, vagy ugyanazon szimbólumok fejezik ki az írásban. Valódi többértelmű szó a magyar nyelvben például a 'méh' szó, amely a mézet gyűjtő rovar és a női ivarszervet egyaránt jelöli. A többértelmű szavak másik csoportjába az ún. *többértelmű analóg szavak* tartoznak. Az *analógiás többértelműség* olyan többértelműséget jelent, amikor már nem teljesen független a két (vagy több) jelentés/jelölő egymástól. Analóg módon többértelmű szó például a magyar nyelvben a 'nap' szó. Eltekintve attól, hogy az égitestet értve alatta, azt nagy kezdőbetűvel írjuk, a hangalakja a két kifejezésnek teljesen megegyezik, jóllehet az egyik esetben egy individuumnévről, a másik esetben pedig fogalomról (predikátumról) van szó. Nyilvánvaló azonban, hogy az időegység értelmű 'nap' kifejezés nem független az égitesttől, hiszen annak látszólagos égi útjával függ össze. A nap, mint időegység a Nap látszólagos mozgásából származtatott, azzal összefüggő időegység. Hasonló a helyzet a 'körte' kifejezés esetében. Ezen analóg módon többértelmű szónak az egyik jelentése a jól ismert gyümölcsre utal, míg a másik jelentésében a elektromos izzóra utal. Jóllehet a szakmai nyelv nem használja a 'körte' kifejezést az izzó megnevezésére, a köznyelvben - éppen az alaki hasonlóságból adódóan - e megnevezés elterjedten használt. Minden nyelvben számos hasonló példa található mind a valódi többértelmű mind az analóg módon többértelmű szavakra. Külön érdekességgént említhető itt meg az angol nyelv 'date' szava. E szónak a különböző jelentéseit a szótár a következőképpen adja meg: date¹ : 1. datolya (gyümölcs), 2. datolyapálma (növény) ; date² : 1. dátum, kelet, stb., 2a. találka, légyott, stb., 2b. leány, akivel valaki randevúra megy, 3. tartam (idő), életé, dicsőségé) stb. A szótári jelentésmegadásból már világosan látszik a különbségtétel a valódi többértelmű, alakilag csak véletlenszerűen egybeeső szó között. Felső index alapján (date¹, date²) különíthető el ez a két eset. Nyilvánvaló, hogy a gyümölcs, illetve növény értelmű jelentése a szónak

semmiféle összefüggésben nincs a szónak a dátum, időpont, időtartam értelmű jelentésével. Az angol *date*² szó azonban egyben példa az analóg módon való többértelműsége is. A szónak az 1. pont alatti jelentésétől ugyanis nem független a 2a. és a 2b. pontok alatti jelentés. A hétnek rendszeresen ugyanazon időpontjaiban való találkozásból, az időpont "ismétlődéséből" alakult ki a szónak a 2a. és 2b. pontok alatti jelentése. Itt analógiás többértelműségről van szó.

A kérdés tehát az, vajon a 'van' kopulaként való használata és létezés kifejező használata alapján valódi többértelmű szónak minősül-e, vagy ez a többértelműség analógiás többértelműségnek tekinthető-e? Egyes gondolkodók, mint például John Stuart Mill, azon a véleményen vannak, hogy a 'van' kifejezés esetében valódi többértelműségről van szó. Mill, többek között arra utal, hogy a görögök - mindenekelőtt Arisztotelész és Platon - hajlottak arra a feltételezésre, hogy a 'van' többértelműsége analógiás többértelműség. Lehetséges azonban, hogy ez a nézetük abból adódik, hogy nem ismertek más nyelveket. A görögök esetében az idegen nyelvismeret ritkaságnak számított. Mill szerint más nyelvekben e két jelentéshez két különböző hangalak kapcsolódik, a különböző jelentések egy szóalakban való egybeesése tehát véletlen. Mill állítását azonban az indoeurópai nyelvek többsége cáfolja. E nyelvekben a 'van' mind kopulaként, mind létezés kifejező szóként előfordul. Mi a helyzet a nem indoeurópai nyelvek esetében? A héber nyelvben nincs olyan ige, amely kopulaként funkcionál ([39] ; 14-15). Van azonban olyan szavuk, amely kopulaként használt. Ez a szó grammatikai státuszát tekintve névmás. E névmás tölti be gyakorlatilag a kopula szerepét a héber nyelvben. A magyar nyelvben viszonylag nehéz érzékeltetni ezt a szerkezetet, tekintettel arra, hogy a magyar nyelv alanyesetben, kijelentő mondatokban nem teszi ki a 'van' kopulát. "*János [van] asztalos.*" mondat körülbelül úgy hangzik e szerkezetben, hogy "*János ő asztalos.*" A kopulát használó nyelvek esetében ez a szerkezet jobban érzékeltethető. A példamondat német megfelelője: "*Johann ist ein Tischler.*" Az '*ist*' kopulát a héber nyelvben egy névmás helyettesíti. A mondat a héber nyelvi szerkezet szerint körülbelül úgy hangzana: "*Johann er ein Tischler.*", vagy angol nyelven: "*John is a joiner*" mondat e szerkezetben: "*John he a joiner.*" alakot öltene. A héber nyelvhez hasonlóan az ugyancsak a sémi nyelvcsaládba tartozó arab nyelv is névmást használ kopulaként. Az arab nyelvben azonban, eltérően a héber nyelvtől van egy kifejezés, nevezetesen a '*kana*' ige, amely mind igei (létezés kifejező) funkcióval, mind kopula funkcióval bír, kopulaként is használatos. A kínai nyelvben, jóllehet kopulaként és létezés kifejező szóként két külön kifejezés használatos, található egy olyan kifejezés, amely lokatív értelmű kopulaként és tulajdonképpen létezés kifejező szóként is funkcionál. E lokatív (helyet, valamely helyen való tartózkodást kifejező) értelmű kopula olyan mondatokban szerepel, mint például "*A könyv az asztalon van.*" vagy "*János Esztergomban van.*" Ugyanez a kifejezés azonban a kínai nyelvben "*élő*", azaz "*< ...van élő >*" értelemben is használt. A "*< ...van élő >*" értelmű használat pedig logikailag és nyelviileg egyaránt ekvivalens a létezés értelmű használattal. E bizonyos kifejezésben tehát a kopula funkció (még ha annak csak egy szűkített terjedelmű használata is) és a létezés kifejező használat egybeesik, pontosabban mindkét értelemben használatos e szó. Ilyen típusú egybeesés más nyelvekben, így a japán, a telugu, az afrikai twi nyelvben is megtalálható. E nyelvek is egyazon szót használják létezés kifejező szóként és lokatív értelmű kopulaként. Mindezekből következően nem helytálló az a kijelentés, hogy a 'van' kifejezés kopulaként

történő használata és létezés értelmű használata csak az indoeurópai nyelvek sajátja, jóllehet igaz az, hogy az indoeurópai nyelvekre ez meghatározó módon jellemző.

JEGYZETEK

¹ Heidegger e gondolatot több helyen is megfogalmazza különböző formában. A *"Levél a 'humanizmusról' "* ([1]) című írásában e gondolat *"A nyelv a lét háza."* ([1] ; 117) alakban és a fentiekben tartalmilag idézett formában is előfordul. A pontos megfogalmazás itt a következő: *"A nyelv még megtagadja tőlünk létezését: azt, hogy a lét igazságának a háza."* ([1] ; 122)

² A teljes idevonatkozó rész a következőképpen hangzik. "Legyen bár a "lét" szónak meghatározatlan vagy akár meghatározott jelentése, vagy, ahogyan az megmutatkozott, egyszerre mind a kettő, mégis túl kell lépnünk a jelentésszerűn magához a dologhoz. De vajon olyan dolog-e a "lét", mint az órák, házak és egyáltalában valamiféle létező? Már többször beleütköztünk abba, elégszer beleütköztünk már abba, hogy a lét nem létező és nem is a létezőnek valamiféle létező alkatrésze. A túlnani épületnek a léte nem még valami, s nem valami ahhoz *hasonló*, mint a tető és a pince. A "lét" szónak és jelentésének tehát semmiféle dolog nem felel meg.

Ebből azonban nem következtethetünk arra, hogy a lét csak a szóból és annak jelentéséből áll. Éppenséggel nem a szó jelentése, mint jelentés alkotja a lét lényegét. Ez azt jelentené, hogy a létező léte, például a nevezett épületé, egy szójelentésben áll. Ezt gondolni nyilvánvalóan értelmetlen volna. Éppen ellenkezőleg, a "lét" szóban, annak jelentésében, azon keresztül magát a létet gondoljuk el, csak hogy az nem dolog, ha ugyanis dologon egy bárhogyan létezőt értünk.

Ebből az következik, hogy végül a "lét" szó és e szó változatai esetében, mindannál, ami a lét szóterületén van, a szó és a jelentés eredendőbbén hozzá van láncolva ahhoz, amit rajtuk értünk, s így van ez megfordítva is. A lét maga is egészen más és lényegibb értelemben van ráutalva a szóra, mint bármely más létező.

A "lét" szó minden egyes változatában lényegesen másképpen viszonyul magához a mondott léthez, mint a nyelv összes többi főneve és igéje az általuk mondott létezőhöz." - mondja Heidegger a *„Bevezetés a metafizikába”*-n. ([2] ; 45) Kevéssel lejjebb így folytatja: "Miután közbevetőleg szemügyre vettük azt a sajátosságot, hogy a létkérdés belsőleg hozzá van láncolva a szóra vonatkozó kérdéshez, vegyük fel most újra kérdésünk fonalát. Meg kell mutatnunk, hogy létmegértésünknek megvan a maga sajátos meghatározottsága és a lét felől jövő, hozzá illesztett útmutatása, és hogy mennyiben van ez így. Ha most a lét mondásával kezdünk, mert bizonyos értelemben mindig és lényegszerűen erre kényszerülünk, akkor megpróbálunk magára a benne mondott létre figyelni. Egyszerű és szokványos, majdnem hanyag mondást választunk, ahol a létet olyan szóformában mondjuk, melyet annyira gyakran használunk, hogy szinte már alig vesszük észre.

Azt mondjuk: "Van Isten." "A Föld van." "Az előadás az előadóteremben van." Ez a férfi Svábföldről van." "A serleg ezüstből van." "A paraszt kint van a földeken." "A könyv az enyém {van}." "A halálán van." "A piros a bal oldalon van." "Oroszországban éhínség van." "Az ellenség visszavonulóban van." "A szőlőhegyen szőlőtetű van." "A kutya a kertben van." "Immár minden bérce / Csend ül {*Über allen Gipfeln / ist Ruh*}..."

Minden egyes esetben másképp gondoljuk a "van"-t. Erről könnyen meggyőződhetünk, különösen, ha a "van"-nak ezt a mondását úgy vesszük, ahogyan az valóban végbemegy, azaz minden egyes esetben meghatározott helyzetből, feladatból és hangulatból kiindulva mondjuk ki, nem pedig a puszta mondatokat és valamilyen grammatika elcsépel példamondatait.

"Van Isten."; azaz *valóban jelenlevő*. "A Föld van."; azaz, mint *állandóan kéznéllevő* tapasztaljuk és gondoljuk el. "Az előadás az előadóteremben van."; azaz *ott tartják*. "A férfi Svábföldről van."; azaz *onnan származik*. "A serleg ezüstből van."; azaz *abból áll*. "A paraszt kint van a földeken."; azaz *kiment oda, ott tartózkodik*. "A könyv az enyém {van}."; hozzám *tartozik*. "A halálán van."; azaz *haldoklik*. "A piros a bal oldalon van."; azaz a bal oldalt *jelzi*. "A kutya a kertben van."; ott *ugrándozik*. "Immár minden bérce / Csend ül...", azaz??? Azt jelenti-e a "van" e verssorokban, hogy csend helyezkedik el, van kéznél, csendet tartanak, tartózkodik? Ide egyik sem illik. És mégis ugyanarról az egyszerű "van"-ról van szó. Vagy talán azt jelenti a verssor, hogy minden bércezen nyugalom van, ahogyan egy iskolai osztályban csend van? Ez sem jó. Vagy talán: minden bércezen csend *honol*? Ez már inkább, de ez a körülírás sem igazán találó.

"Über allen Gipfeln / ist Ruh..."; a "van" egyáltalában nem írható körül és ugyanakkor mégis erről a "van"-ról van szó!, odamondva abban a néhány verssorban, melyet Goethe ceruzával firkált rá egy faházikó ablakdeszkájára Ilmenau mellett a Kickelhahnon (vö. az 1831. szeptember 4-én Zelterhez írott levelével). Furcsa, hogy itt bizonytalankodunk, habozunk a körülírással, hogy azután végül teljesen fel is adjuk, nem

mintha a megértés túl bonyolult vagy nehéz lenne, hanem éppen mert a verssor olyan egyszerűséggel mondatik, sokkal egyszerűbben és egyedülállóbban, mint bármely máskülönben szokványos "van", amely minden meggondolás nélkül folyton-folyvást belekeveredik a mindennapi mondásba és beszélésbe.

Bárhogyan értelmezzük is az egyes példákat, a "van" bemutatott mondása egyet világosan mutat: a "van"-ban sokféleképpen nyílik meg számunkra a lét. Az az elsőre kézenfekvő állítás, hogy a lét üres szó, ismételt és még határozottabban mutatkozik nem igaznak." ([2] ; 45-46)

³ Az Isten létevel kapcsolatos bizonyítások között kiemelkedő szerepe van a Kant nyomán "ontológiai" nevezett istenérvnek. Az ontológiai istenérv első megfogalmazása *Canterbury Szent Anzelm* (1033-1109) nevéhez kapcsolódik. Szent Anzelm abban az időszakban fogalmazta meg érvelését, amikor heves elméleti viták folytak a filozófia és a teológia illetékességét és lehetőségeit illetően. Az ún. dialektikusok álláspontja szerint a logika eszközeivel, helyes következtetések útján képes a valóság, Isten létének, mibenlétének megismerésére. Az antidialektikusok ezzel szemben a hitnek tulajdonítottak meghatározó szerepet a világ, Isten megértésében. Szent Anzelm a hit és az ész együttműködésével tartotta lehetségesnek a valóság és Isten megismerését. Két műve is született e témában, ezen felfogást tükrözve. A „*Monologion*” eredeti címe „*Exemplum meditandi de ratione fidei*.” volt, ami magyarra fordítva annyit tesz, mint: „*Példa a hit ésszerű megokolásáról szóló elmélkedésre*”. A „*Proslogion*” című művének pedig először a „*Fides quaerens intellectum*” („*A szellemi belátást kereső hit*.”) címet adta. Törekvését a *Proslogion* első fejezetében fogalmazza meg világosan: „Nem próbálok, Uram mélységedbe hatolni, mivel értelmemet semmiképp sem foghatom ahhoz; de vágyom valamennyire is megérteni igazságodat, amiben hisz, amit szeret a szívem. És nem azért törekszem érteni, hogy higgyek, de hiszek, hogy érthessek. Mert hiszek ebben is: „Ha nem hiszek, nem fogok érteni.” ...” ([6] ; 145)

Az ontológiai istenérv a *Proslogion* [6] második fejezetében kerül megfogalmazásra. Ez a fejezet az „*Isten valóságosan létezik*.” címet viseli. A sokat idézett és sok vitára okot adó szöveg a következőképpen hangzik: „Így hát, Uram, aki a hithez értelmet adsz, add meg nekem - amennyire helyesnek ítéled, - hogy meg is értem, hogy létezel, amiként hisszük, és hogy az vagy, aminek hiszünk. Éspedig úgy hisszük, Te az vagy, aminél semmi nagyobb nem gondolható. Avagy talán nincs is ilyen lény, ahogy „az esztelen mondta szívében: nincs Isten”? De hallván, hogy ezt mondom: 'valami, aminél nagyobb nem gondolható', bizonyára még az esztelen is érti, amit hall, és amit ért, az megvan az értelmében, még ha azt nem is érti, hogy ez a valóságban létezik. Mászt jelent ugyanis, hogy egy dolog az értelemben létezik és megint mászt jelent megérteni, hogy ez a dolog létezik. Mert amikor a festő előre elgondolja, amit meg fog festeni, az már megvan az értelmében, de még nem fogja fel valóságos létezőként, mert még nem készítette el. Amikor aztán már megfestette, akkor az értelmében is megvan, és azt is megérti, hogy létezik a valóságban, amit már elkészített. Tehát az esztelen is meggyőződhet arról, hogy legalább az értelmében létezik az a valami, aminél semmi nagyobb nem gondolható, mert amikor hallja, megérti és amit megértünk, az jelen van az értelmünkben. De bizonyosan nem lehetséges, hogy csak az értelemben legyen meg az, aminél nagyobb nem gondolható. Ha ugyanis legalább az értelemben létezik, akkor elgondolható róla, hogy a valóságban is létezik, ez pedig nagyobb. Ha tehát az, aminél nagyobb nem gondolható csak az értelemben létezik, akkor az, aminél nagyobb nem gondolható, mégiscsak olyan, aminél nagyobb gondolható. De ez egyáltalán nem lehetséges. Kétségkívül létezik tehát valami az értelemben is és a valóságban is, aminél nagyobb nem gondolható.” ([6] ; 145-146)

Canterbury Szent Anzelm ezen konklúzió (már minthogy Isten létezik a valóságban) tagadásából kiindulva is bizonyítja állítását. A harmadik fejezetben („*Nem gondolható el, hogy nem létezik*.”) a következőket írja: „Ez a valami tehát olyannyira valóságosan létezik, hogy el sem gondolható nemlétezőnek. Mert elgondolható, hogy létezik valami, amiről nem gondolható el, hogy nem létezik; ez pedig nagyobb, mint amiről az gondolható el, hogy nem létezik, úgy az, aminél nagyobb nem gondolható el, nem az, aminél nagyobb nem gondolható: ez önellentmondás. Tehát olyannyira valóságosan létezik valami, aminél nagyobb nem gondolható, hogy el sem gondolható nemlétezőnek.” ([6] ; 146) Az anzelmi istenérv logikája tehát a következő: a vallási hagyomány (értelmezés) szerint Isten olyasvalami, „aminél nagyobb nem gondolható” („*aliquid maius cogitari potest*”). Itt természetesen a „nagy” minőségi értelemben értendő. Az, „aminél nagyobb nem gondolható” azt jelenti, hogy minden tökéletesség foglalata. Ezzel az istenfogalommal a nemhívó ember is rendelkezik, anélkül természetesen, hogy elfogadná azt, hogy e fogalomnak a valóságban is megfelel valami. Kérdésként vetődik

fel, hogy az a gondolat, amelyet érvelésében Szent Anzelm felvet, nevezetesen, hogy Isten az, aminél nagyobb nem gondolható el, valóban lényegi meghatározása-e Istennek? Ezt maga Szent Anzelm sem állítja, hiszen a *Proslogion* tizenötödik fejezetében („*Nagyobb, mint ami elgondolható.*”) maga mondja, hogy „*Tehát, Uram, nem csak az vagy, aminél nagyobb nem gondolható, hanem valami nagyobb vagy Te annál, ami [egyáltalán] elgondolható.*” ([6] ; 159) Isten ugyanis kívül van az elgondolható és érzékelhető világon, több annál, meghaladja azt, ami elgondolható. Így ez a kiinduló állítás csak közelítően fejezi ki Isten lényegét. Anzelm érvelése szerint a valóságban való létezés egyrészt tulajdonság, másrészt olyan tulajdonság, ami több „értékesebb”, mint ennek hiánya. Érvelésének a lényege az, hogy feltételezi, hogy Isten állítmányainak egyike a valóságban való létezés. Azt mondja, ha ez a lehetséges összes állítmány közül hiányozna, úgy elgondolható lenne olyan Isten is, amelyik ezen határozmánnyal bír, ami egyben azt jelenti, hogy az az előbbinél „nagyobb” lenne (minőségi értelemben), ami nyilvánvaló önellentmondáshoz vezet, hiszen kiindulásképpen ezen fogalomról feltételeztük, hogy „nála nagyobb”, értsd több állítmánnyal rendelkező, nem képzelhető el. A valóságban való létezés tehát Szent Anzelm a fogalmi létezésnél többnek tartja. Az anzelmi érvelésnek lényegi pontja annak belátása, hogy Isten mibenlétét az „*az, aminél nagyobb nem gondolható el*” állítás kifejezi. Ha ezt az állítást valaki nem tekinti lényegi meghatározásnak, annak számára nem meggyőző az érvelés. Nem véletlen, hogy Szent Anzelm érvelésének döntő pontjain nem a „gondolni (cogitare)” hanem a „belátni (intelligere)” kifejezést használja. A negyedik fejezetben („*Miképpen „mondta az esztelen szívében” azt, ami nem gondolható el.*”) a következőket mondja: „*Másként gondoljuk el ugyanis a dolgot, amikor az azt jelentő hangsorra gondolunk és megint másként, amikor magát a dolgot fogjuk fel az értelmünkkel.* Az első módon elgondolható, hogy Isten nem létezik, a második módon semmiképpen sem. Tehát senki nem gondolhatja el, hogy az Isten nem létezik, aki megérti azt, ami Isten, még ha mondja is ezeket a szavakat a szívében, jelentésüktől megfosztva, vagy teljesen idegen jelentésben. Isten tehát az, aminél nagyobb nem gondolható. Aki ezt megérti, az azt is megérti, hogy olyan módon létezik, hogy gondolatunkban sem lehet nemlétező. Aki tehát megérti, hogy Isten ilyen módon létezik, az nem tudja elgondolni, hogy nem létezik.” ([6] ; 147-148) Szent Anzelm, amikor arról beszél, hogy Isten értelemmel való felfogása (azaz, ha Isten fogalmát gondolati elemzés tárgyává tesszük) egyben annak felismerését is jelenti, amit a kiinduló állítás tartalmaz, nevezetesen annak felismerését, hogy Isten az, aminél nagyobb nem gondolható el. *A kiinduló állítást ilyen módon Szent Anzelm Isten szubsztanciális állítmányának tekinti.*

⁴ Meinong tárgyméleteiben feltételezi nemlétező tárgyak létét. Abból indul ki, hogy az emberek a mindennapi beszédben számtalan alkalommal beszélnek olyan tárgyokról, személyekről, amelyek valójában nem léteznek, s a tudományok esetében is gyakori eset, hogy valamely tárgyról a későbbiek során kiderül, hogy annak feltételezése hamis, téves elgondolás volt. Ugyanakkor sem a mindennapi nem tudományos nyelvhasználat, sem a tudományos nyelvhasználat számára nem jelent igazán különösebb problémát a különböző fiktív tárgyak, személyek egymástól való megkülönböztetése. Mindezek azt sugallják, hogy szükséges olyan szemantikai elmélet kidolgozása, amely képes ezen, fiktív objektumok „kezelésére”, s kellő meggyőző erővel bír.

Amikor valaki az *Escoriálra* gondol, akkor fenomenológiai introspekció révén három egymástól jól elkülöníthető összetevőjét különböztetheti meg e folyamatnak. Mindenekelőtt magát azt a mentális történetet, amelynek során az *Escoriál* elgondolásra kerül, ennek az elgondolásnak, tudati aktusnak a tárgyára (jelen esetben az *Escoriálra* való) irányultságát, végül pedig magát azt az objektumot, amelyre e tudati aktus irányul, tehát magát az *Escoriált*. A tudat tárgyainak a létezése vagy nem létezése nem mindig dönthető el fenomenológiai úton. E tárgyak létezésének vagy éppenséggel nemlétezésének a megítélése messze túlmutat e folyamaton. Mindezekből következően a gondolat és a nyelv fenomenológiai elméletének függetlennek kell lennie a gondolat tárgyainak létezésére vonatkozó feltételezésektől, elgondolásoktól. Meinong elmélete mindennek megfelelően nemcsak létező, egzisztáló és szubzisztáló objektumokat, hanem nemlétező, nem egzisztáló és nem szubzisztáló objektumokat is magában foglal. Meinong tárgymélete tehát magába foglalja mindezeket a tárgyakat, függetlenül azok ontológiai státuszától.

Meinong tárgymélete az alábbi alapelvekre épített.

- 1.) Bármilyen gondolat, illetve neki megfelelő nyelvi kifejezés feltételezhető. (Ez a korlátozások nélküli feltételezések tézise (unbeschränkte Annahmefreiheit)).
- 2.) Bármely (minden) feltételezés (elgondolás) intencionális tárgyára irányul. (Ez az intencionalitás tézise.)
- 3.) Minden intencionális tárgy (az intencionalitás bármely tárgya) *meghatározott* „így-lét”-tel (*Sosein, so-being*) bír, függetlenül annak ontológiai státuszától. (Ez az „így-lét” léttől való függetlenségének a tézise.)
- 4.) Az intencionalitás tárgyainak léte vagy a nemléte nem része az „így-lét”-nek, sem a magában tekintett (vett) tárgynak.
- 5.) Az intencionalitás tárgyai két módon léteznek: egzisztálnak, azaz anyagi, téridőbeli objektumként léteznek és szubzisztálnak, azaz nem anyagi és nem téridőbeli objektumként léteznek. (Ez az úgynevezett Existenz/Bestand tézis.)
- 6.) Vannak olyan tárgyak, amelyek nem bírnak léttel, azaz sem nem egzisztálnak, sem nem szubzisztálnak, amelyekre nézve igaz az a kijelentés, hogy ilyen tárgyak nem léteznek.

Meinong felfogása szerint nincs két pontosan azonos tulajdonságokkal bíró létező objektum. A létező objektumok individuális tárgyakként különböztethetők meg. Ebből következően mondja Meinong, hogy minden létező individuális tárgy esetében van – szükségszerűen kell lennie – legalább egy, (ténylegesen azonban általában több) olyan tulajdonságnak, amellyel a szóban forgó tárgy bír, s a többi tárgy nem. Ezen elgondolás szerint - elvileg - minden egyes létező individuális objektumhoz egy-egyértelmű megfeleltetéssel hozzárendelhető a tulajdonságok egy, csak az adott tárgyat jellemző halmaza. Ezen eljárás szerint tehát minden egyes azonosított individuális objektumhoz meghatározható az adott tárgyat jellemző tulajdonságok halmaza, az alábbiak szerint.

Létező individuális objektumok

Tulajdonságok halmaza

O_1	O_1 tárgyat jellemző tulajdonságok halmaza;
O_2	O_2 tárgyat jellemző tulajdonságok halmaza;
O_3	O_3 tárgyat jellemző tulajdonságok halmaza;
.	.
.	.
.	.
O_α	O_α tárgyat jellemző tulajdonságok halmaza.

Definiálhatók azonban tulajdonságoknak olyan halmazai is, amelyek egyetlen valóságosan létező tárgyat sem azonosítanak, egyetlen valóságosan létező tárgyhoz sem rendelhetők egyértelműen. Másképpen megfogalmazva ez azt jelenti, hogy a tulajdonságok definiált halmaza nemlétező tárgyakhoz rendelhető, nemlétező tárgyakat jellemez. A $\langle \dots \text{van arany} \rangle$ és a $\langle \dots \text{van hegy} \rangle$ tulajdonságok például együttesen az „Aranyhegyet” jellemezik.

$\theta_{\alpha+1}$

$\theta_{\alpha+1}$ tárgyat jellemző tulajdonságok halmaza:
 $\{ \langle \dots \text{van arany} \rangle ; \langle \dots \text{van hegy} \rangle \}$.

„Aranyhegy” nem létezik valóságosan, azaz nincsen létező „Aranyhegy”, azonban ez nem jelenti azt - állítja Meinong, - hogy ne lehessen nemlétező „Aranyhegy”. A tárgyak természetesen nem azonosak a tulajdonságaik összességével, nincs tehát szó az úgynevezett „tulajdonságnyaláb” elméletéről. Az individuális objektumok tulajdonságaik összességével való jellemzése pusztán az elmélet bemutatása szempontjából indokolt. A tárgyakat jellemző tulajdonságokkal kapcsolatban az elmélet két igen lényeges feltételezéssel, kiinduló tézissel bír.

- 1.) Nincs két olyan létező vagy nemlétező individuális objektum, amely pontosan ugyanazon elemi (nukleáris) tulajdonságokkal bír.
- 2.) A tulajdonságok bármely halmazára vonatkozóan igaz az, hogy néhány tárgy az adott halmaz összes tulajdonságával bír, és ezeknek nincs más tulajdonságuk.

A (2) elvből nem következik az, hogy a tárgyak logikailag lezártak. Példának okáért: egy adott tárgy lehet „*kék*” és „*négyszögletes*”, anélkül hogy bírna a „*kék-és-négyszögletes*” tulajdonsággal. A logikai lezáratlanság elsősorban a fiktív, nemlétező tárgyak esetében bír jelentőséggel. Logikailag lezártan objektumra példa az az objektum, amelynek tulajdonságai olyan módon definiáltak, hogy minden tulajdonsága megegyezik egy létező tárgy tulajdonságával, egyetlen kivételével – például a „ $T_n(x)$ ” tulajdonság kivételével. Az „*a*” létező tárgyat jellemző tulajdonságok tehát $\{T_1(x), T_2(x), \dots, T_i(x), \dots, T_{n-1}(x), T_n(x)\}$, míg a „*b*”-t jellemző tulajdonságok: $\{T_1(x), T_2(x), \dots, T_i(x), \dots, T_{n-1}(x), \text{Non-}T_n(x)\}$. A „*b*” objektum logikailag nem lezárt, mert nem rendelkezik a „ $T_1(x) \& T_2(x) \& \text{Non-}T_n(x)$ ” tulajdonságával, míg az „*a*” tárgy bír a „ $T_1(x) \& T_2(x) \& T_n(x)$ ” tulajdonságával.

Számos nemlétező objektum inkomplett. Komplettnak tekintettek azok az individuális objektumok, amelyek bármely elemi tulajdonságot tekintve vagy bírnak az adott tulajdonsággal, vagy az adott tulajdonság negáltjával jellemzettek. A létező objektumok esetében igaz az, hogy bármely 'F' elemi (nukleáris) tulajdonság esetében létezik egy olyan 'G' tulajdonság, amellyel az adott objektum akkor és csak bír, ha nem rendelkezik 'F' tulajdonsággal. Ez a 'G' tulajdonság az 'F' elemi tulajdonság negációjának tekinthető, másképpen írva 'G' = 'non-F'. Valamely elemi tulajdonság negáltja, például 'non-F', nem olyan tulajdonság, amellyel feltétlenül bír egy olyan objektum, amelynek nincsen 'F' tulajdonsága. A negált elemi tulajdonságok definíciójából következően az összes létező objektum komplett objektumnak tekinthető az említett vonatkozásban. Vannak bizonyos nemlétező objektumok, amelyek ugyancsak komplettnak tekinthetők a fenti értelemben, azonban vannak olyanok, amelyek nem komplettek, azaz inkomplettek. Ilyen nemlétező objektum például a már említett „*Aranyhegy*”, amely a megadott két tulajdonsággal bír mindösszesen. Ez a nemlétező objektum nem bír a < ...*van kék* > tulajdonságával, ugyanakkor viszont nem bír a < ...*van nem-kék* > tulajdonságával sem. Azt lehet mondani, hogy a „*kékség*” vonatkozásában ez az objektum nem meghatározott. E definícióból következően ez a nemlétező objektum a < ...*van arany* > és a < ...*van hegy* > tulajdonságoktól eltekintve nem meghatározott. Valamely objektum komplett volta független annak logikai lezártaságától. Egy létező tárgy logikailag zárt. Megkülönböztethetők lehetséges és nem-lehetséges tárgyak. Értelemszerűen minden létező objektum az előbbi csoportba tartozik. Az „*Aranyhegy*” is a lehetséges objektumok halmazába tartozik, mert semmiféle tulajdonsága nem zárja ki azt, hogy valóságosan létezhesen, jóllehet ismereteink szerint valóságosan mégsem létezik. Az a tárgy azonban, amely egyszerre bír a < ...*van kerek* > és a < ...*van négyszögletes* > tulajdonságával a „nem-lehetséges” tárgyak halmazába tartozik, ezen, két egymást kizáró tulajdonságból következően. Az eddigiek alapján a különféle tulajdonságokkal jellemzett tárgyakkal kapcsolatban az alábbi kijelentések tehetők.

- a) Minden tárgy, amely komplett és lehetséges, az logikailag zárt.
- b) Bármely objektum, amely nem-lehetséges és logikailag zárt, az komplett. (Pontosan egyetlen egy ilyen tárgy létezik: az a tárgy, amely minden nukleáris tulajdonsággal rendelkezik.)
- c) Az (a) és (b) pontokban foglaltak kivételével a tárgyak a logikai zártság, a completeitás és a lehetségesség minden lehetséges kombinációjában előfordulnak. Vannak tehát olyan objektumok, amelyek például logikailag zártak, komplettek és lehetségesek, vannak logikailag zárt, komplett és nem-lehetséges tárgyak, stb.
- d) Vannak olyan tárgyak, amelyek nem léteznek, de komplettek, logikailag lezártak és lehetségesek.

A korábbiakban említett (2) elvből következően van olyan tárgy, amely egyetlen nukleáris, vagyis elemi tulajdonsággal sem rendelkezik, ez az úgynevezett „null-objektum”. A tárgyalmélet szigorú különbséget tesz elemi (nukleáris) és nem-elemis azaz extranukleáris tulajdonságok között. A tulajdonságok e két csoportjának

elkülönítésére mindazonáltal nincs abszolút egzakt kritérium. Közelítően azt lehet mondani, hogy azok a tulajdonságok soroltak a nem-elemi tulajdonságok körébe, amelyek nem individuális tárgyak tulajdonságai. A $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ tulajdonság például ilyen tulajdonság. A relációkra is ugyanez vonatkozik. Bizonyos relációk elemi (nukleáris) relációk, míg bizonyosak nem. Ez utóbbira példa az azonosságreláció. Az azonosságreláció extranukleáris reláció. Az extranukleáris tulajdonságok is csoportosíthatók az alábbiak szerint:

Ontológiai extranukleáris tulajdonságok: $\langle \dots \text{van létező} \rangle$, $\langle \dots \text{van fiktív} \rangle$, $\langle \dots \text{van mitológiai} \rangle$, stb.;

Modális extranukleáris tulajdonságok: $\langle \dots \text{van lehetséges} \rangle$, $\langle \dots \text{van lehetetlen} \rangle$, stb.;

Intenzionális extranukleáris tulajdonságok: $\langle \dots \text{van gondolt Napóleonról} \rangle$, $\langle \dots \text{van imádván} \dots \text{által} \rangle$, stb.;

Technikai extranukleáris tulajdonságok: $\langle \dots \text{van komplett} \rangle$, $\langle \dots \text{van inkomplett} \rangle$, $\langle \dots \text{van logikailag zárt} \rangle$, stb.

A tárgyméletek szerint az azonosságreláció értelmesen alkalmazható mind, létező mind nemlétező objektumokra. Ha valamely „x” és „y” individuális objektumok pontosan ugyanazon tulajdonságokkal jellemezettek, akkor $x = y$.

Az intencionalitás elvéből következően minden mentális aktusnak, minden gondolatnak van tárgya – függetlenül attól, hogy az adott objektum létezik, vagy sem. Russell ezt az elvet a referáló kifejezésekre vonatkozóan állította. Doktrínája szerint minden referáló kifejezés valamilyen létező objektumra vonatkozik. Meinong felfogása szerint ennek megfelelően az „Aranyhegy” kifejezés olyan objektumra referál, amely azzal a tulajdonsággal bír, hogy $\langle \dots \text{van arany} \rangle$ és $\langle \dots \text{van hegy} \rangle$. Meinong nézetének alapgondolata az volt, hogy minden határozott leírásnak megfelel egy objektum, még hozzá az az objektum, amelyre az adott leírás referál, amely kielégíti az adott leírásban foglaltakat. Ez az elv a tárgyak határozott leírásnak való korlátozás nélküli megfelelésének az elve.

A tárgyméletek kidolgozását és a nemlétező tárgyak feltételezését azonban mindenekelőtt olyan kijelentések motiválták, amelyek esetében nem kerülhető el nemlétező objektumok elismerése. A következő mondatok példák erre.

- (I.) „Írónikus, hogy bizonyos kitalált detektív, név szerint Scherlock Holmes, sokkal ismertebb, mint bármelyik valaha is élt detektív.”
- (II.) „Különböző görög isteneket a rómaiak is tiszteltek, jóllehet más nevet adtak nekik.”
- (III.) „Egy jó nyomozó többet tud a kémiai analízisről, mint amennyit Scherlock Holmes tudott.”

Első látásra ezek az állítások olyan állításoknak tűnnek, olyan objektumokra utalnak, amelyek nem léteznek (Scherlock Holmes, görög istenek). Ez különösen az alábbi állításokkal összevetve válik nyilvánvalóvá.

- (I.) „Írónikus, hogy bizonyos ókori filozófus, név szerint Platón, sokkal ismertebb, mint bármelyik valaha is élt filozófus.”
- (II.) „Különböző görög városokat a rómaiak is elfoglaltak, jóllehet más nevet adtak nekik.”
- (III.) „Egy jó nyomozó többet tud a kémiai analízisről, mint amennyit Lavoisier tudott.”

E mondatok esetében senkiben sem vetődik fel a kétely, hogy mire, illetve kikre referálnak e kijelentések. A szinguláris negatív egzisztenciakijelentésekből adódó logikai problémával kapcsolatban Meinong azon az állásponton volt, hogy azok egyáltalán nem testesítenek meg ellentmondást, ha feltételezzük, hogy vannak nemlétező objektumok. Ebben az esetben a „Pegazus nem létezik.” kijelentés esetében a „Pegazus” individuumnév a nemlétező objektumok egyikére utal, van tehát referenciája. Ez másképpen fogalmazva azt

jelenti, hogy Meinong felfogása szerint a „*Vannak nemlétező objektumok.*” kijelentés nem testesít meg logikai ellentmondást, mert - felfogása szerint - nemlétező objektumnak lenni és nemlétező létezőnek lenni nem ugyanaz. Ez utóbbi Meinong szerint is ellentmondásos. A meinongi felfogás szerint a nemlétező objektumoknak sokféle fajtája van. Vannak tisztán fiktív nemlétező objektumok, vannak olyanok, amelyek olyan tulajdonságokkal bírnak, amelyekkel a létező objektumok bírnak, csupán ezek kombinációja olyan, amilyen a létezők világában nem fordul elő. Példa erre az „*Aranyhegy*”, mint individuális objektum. Vannak azonban olyan nemlétező objektumok, amelyek összeférhetetlen tulajdonságokkal bírnak. A köznapi felfogás szerint a „*kerek négyszög*” fogalma abszurd, önellentmondásos. Erre Russell is rámutatott a Meinong elméletét kritizáló érvelésében, mondván, hogy logikai ellentmondást jelent az, hogy valami egyszerre bír a <...*van kerek*> és a <...*van négyszögletes*> tulajdonsággal. Más felfogás szerint azonban a nemlétező objektumok világában nem kell szükségszerűen érvényesnek lennie a logikai elemi törvényeknek, hiszen éppen a nemlétezők világáról van szó. Ezen érvelést fejti ki részletesebben, például Parsons a „*Nonexistent Objects*” ([13]) című munkájában. Mindazonáltal Meinonggal szemben érvként hozzák fel azt a problémát, hogy mi a helyzet az olyan határozott leírásokkal, amelyek ellentmondást testesítenek meg, például „*Az objektum, amely kerek és négyszögletes és létező.*” deskripcióval. Hogyan értelmezendő ekkor az a kijelentés, miszerint: „*Az objektum, amely kerek és négyszögletes és létező, nem létezik.*”? A nemlétező objektumok ontológiai értelmezése Meinong számára éppen azt a célt szolgálta ugyanis, hogy elkerülje a szinguláris negatív kijelentésekből adódó logikai ellentmondást. A példaként idézett mondat esetében is alkalmazható azonban a Russell-féle átalakítás, ami megoldást jelent az említett problémára. További ellenvetésként említik, hogy mi alapozza meg a lét és a létezés közötti különbségtételt, illetve az egzisztencia, a szubzisztencia közötti különbségtételt, és a nemlétező objektumok megkülönböztetését. A nemlétező objektumok feltételezése mindenesetre „*tárgyakkal mérhetetlenül túlszűfolt ontológiát*” eredményez Meinongnál.

A nemlétező problematikájával kapcsolatos vizsgálódások közül azonban messze kiemelkedik az a felfogás, amelyet Meinong tárgyelméletében fejt ki. A tárgyelmélet kidolgozásának szükségességét, a tárgyakról alkotott felfogás alapvető revízióját - mint említettük - az a felismerés alapozta meg Meinong esetében, hogy a hagyományos felfogás szerint csak azokról a tárgyakról tehetők értelmes kijelentések, amelyek valamilyen módon léteznek. Az olyan tárgyaknak, mint például a „*kerek négyszög*” vagy az „*Aranyhegy*” a korabeli tudományos felfogás szerint a tudati aktussal (ezek elgondolásának tudati aktusával) szemben semmiféle önállóságuk nincsen. Meinong tárgyelméletének, s a nemlétezőről alkotott felfogásának kiinduló lényegi meghatározottsága éppen annak felismerése, hogy az időbeli realitással bíró, tehát időhöz kötött tudati aktussal szemben van valami transzcendens tartalom (tárgy), amelyet szavaink jelentenek. Meinong elgondolása szerint tárgy mindenütt van, ahol valamilyen tudati aktusról van szó, legyen szó képzetekről, ítéletekről vagy érzelmi-akarati (affektív-dezideratív) attitűdökről. A tudati aktusok intencionálisak. A tárgyra vonatkozás nem valamilyen járulékos, véletlen vagy esetleges tulajdonsága, hanem lényegi tulajdonsága a tudatnak. A tárgyra vonatkozás „*tartalmi eleme*” a mentális aktusnak, szemben annak „*aktus elemével*”. Az „*Über Gegenstandstheorie*” [14] című értekezésében a következőket írja erről: „*Dass man nicht erkennen kann, ohne etwas zu erkennen, allgemeiner: dass man nicht urteilen, ja auch nicht vorstellen kann, ohne über etwas vorzustellen, gehört zum Selbstverständlichsten, da bereits eine ganz elementare Betrachtung dieser Erlebnisse ergibt.*” ([14] ; 483) A tudati aktus, mint pszichikai folyamat két összetevőből áll, vallja Meinong. „*Denn der psychische Vorgang, den wir als Erkennen benennen, macht, genau genommen für sich allein den Erkenntnisstatbestand noch nicht aus: Erkenntnis ist sozusagen eine Doppel Tatsache, in der dem Erkennen, das Erkannte als ein relativ Selbstständiges gegenübersteht, auf das jenes nicht nur, etwa in der Weise falscher Urteile, gerichtet ist, das vielmehr durch den psychischen Akt gleichsam ergriffen, erfasst wird oder wie man sonst in unvermeidlich bildlicher Weise zu beschreiben versuchen mag, was unbeschreiblich ist.*” ([14] ; 485) Ebből az álláspontból következik, hogy a nemlétező tárgyakról csak olyan módon tudhatjuk, hogy nem léteznek, ha azok az őket elgondoló tudat számára valamiképpen adóttak. „*Es liegt also keinen Zweifel: was Gegenstand des Erkennens sein soll, muss darum noch keineswegs existieren.*” ([14] ; 489), azaz: „*Nem fér hozzá kétség, hogy ami a megismerés tárgya, annak még nem kell feltétlenül léteznie.*” A tárgy (Gegenstand ; Entity) fogalma itt - és Meinong ontológiájában általában - a legáltalánosabb fogalmat jelenti, amely szigorú logikai értelemben véve végső soron definiálhatatlan. Amennyiben a „*tárgy*” fogalmát a legfelsőbb nemfogalomnak tekintjük úgy szükségszerűen logikai ellentmondásba ütközünk. A tárgy tehát nem lehet a legfelsőbb nemfogalom. Ezt maga Meinong is látja. A „*Zur Gegenstandstheorie*” [15] című tanulmányában erről a következőket írja: „*We must turn, in the first place, to a philosophical discipline which*

is not as yet part of the tradition, which is therefore in a certain sense new, and about which I have said some things which were intended to be of a fundamental nature. To begin with, it is impossible to give a regular definition of entity [*Gegenstand*]; for genus and differentia are lacking, since everything is an entity. However the etymology of the 'gegenstehen' yields at least an indirect characteristic, since it points to the experiences which apprehend entities; but these experiences must not be thought of as somehow constituting the entities. Every inner at least every sufficiently elementary one, has such an entity; and insofar as the experience find an *expression* - hence first of all in the words and sentences of language - this expression has a *meaning* [*Bedeutung*], and this meaning is always an entity. All knowledge, too, deals therefore with entities." ([15] ; 224) A "tárgy" alatt tehát hozzávetőlegesen az értendő, ami a szubjektummal "szembenáll" (entgegensteht), amire a mentális aktus irányul. Ennek a felfogásnak a gyökerei a brentanói pszichológiába nyúlnak vissza, amelynek középponti gondolata volt a mentális aktusok intencionalitása, azaz tárgyra irányultsága. A mentális aktusok (a *képzelet* [*Vorstellen* ; *presentation*], az *ítélés* (*gondolkodás*) [*Denken* ; *thought*], az *akarati aktusok* [*Begehren* ; *desire*] és *érzelmi aktusok* [*Fühlen* ; *emotion*]) tárgyai valamiképpen "adva vannak". Meinong a mentális aktusok tárgyait - a mentális aktusokhoz rendeltén - négy nagy csoportba sorolja, rendre az előbbieknél megfelelően: a képzelet tárgyai az *objektumok*, az ítézés, a gondolkodás tárgyai az *objektívumok*, az érzelmi aktusok tárgyai a *dignitívumok*, míg az akarati aktusok tárgyai a *dezideratívumok*. Közelebbről szemügyre véve a képzelet tárgyait az ún. *objektumokat* megállapítható, hogy vannak olyan tárgyak, amelyek összetett tárgyaknak tekinthetők, melyek egyszerű tárgyakra épülnek. Ezeket a tárgyakat Meinong "*magasabbrendű tárgyaknak*" (Gegenstaende höherer Ordnung; entities of higher order) nevezi. Az objektumokra vagy objektívumokra felépülő magasabbrendű tárgyak megkülönböztethetők az ezek alapjául szolgáló objektívumoktól, objektumoktól. A nézeteit összefoglaló idézett tanulmányban Meinong a "*különbséget*", mint relációt hozza fel példaként ennek szemléltetésére. A "*különbség*", mint a képzelet tárgya, objektuma a különbséget alkotókra épül, azokra az egyszerű tárgyakra, amelyek a különbséget alkotják. A különbséget tekinti Meinong a magasabbrendű tárgynak (superius), míg a különbséget alkotó tárgyakat az egyszerű tárgyaknak (inferioria). E viszony értelemszerűen hierarchikus, a tárgyak egymásra épülése többszörös is lehet. Magától értetődő az is, hogy minden superioria még magasabbrendű tárgyak inferiorája lehet, s az így kialakult hierarchikus rend, sor, felfelé mindig nyitott. Nem igaz ez viszont az ellenkező irányra, mindig van olyan tárgy, amely már nem vezethető vissza más, egyszerűbb tárgyakra, ez az *infima*. A magasabbrendű tárgy és az alacsonyabbrendű tárgyak közötti viszony lehet *reláció* (*relátum*), mint amiről az említett példában volt szó, de lehet *komplexum* is. Erre példa a melódia, amely hangok rendezett együtteséből épül fel. Minden relátumnak szükségképpen megfelel valamely komplexum és fordítva. ([16] ; 42) A relátum, azaz a az elemek közötti viszony alapozza meg azt a többletet, ami a komplexumot komplexummá teszi a tárgyak egyszerű összegével szemben. Valamely melódiában a melódiát alkotó hangok egymással bizonyos meghatározott viszonyban vannak, ez alkotja e tárgyat, mint relátumot. S éppen ez a relátum alkotja azt a komplexumot, amely több, mint hangok egyszerű összessége, ami éppen e többlet által melódia.

A tárgyak belső természetükből következően - amennyiben léttel bírnak - egzisztálnak vagy szubzisztálnak. Az egzisztenciával bíró tárgyak az érzékek számára hozzáférhetőek, ezek téridőbeli tárgyak. Vannak azonban olyan tárgyak, amelyek léttel bírnak ugyan, de az érzékek számára nem hozzáférhetőek. Ezek a tárgyak fennállnak, azaz szubzisztálnak. Nyilvánvaló tény, hogy van különbség a "*piros*" és a "*zöld*" között, ez a különbség azonban fennáll, érvényes, szubzisztál, nem egzisztál. További példaként említi Meinong a könyvek számát valamely könyvtárban, amely az előbbieknél szerintem nem létezik a könyvekhez hasonlóan, azonban fennáll. Mindezek analógiájára lehet beszélni ideális relációkról és ideális komplexumokról, szemben a reális relációkkal és komplexumokkal. A reális relációk és a reális komplexumok érzékelhetőek, hozzáférhetőek az érzékszervek számára. Ez úgy értendő, hogy érzékelhető például két tárgy térbeli viszonya, relációja. Reális relátum például valamely színfoltok érzékelése a tér adott pontjain, más színfoltokhoz képesti elhelyezkedésben. Nyilvánvaló, hogy ez az adott elrendeződés nem szükségszerű, hanem esetleges, más relációban is lehetségesek az adott színfoltok. A reális relátumok, komplexumok összetevőikhez, elemeikhez való viszonyuk esetleges, nem szükségszerű. Ezen korrelátumok, komplexumok megismerése a tapasztalatból, az érzékek által közvetítetten történik. Az inferioria és a superioria viszonya tehát ezen esetekben esetleges. Az ideális relációk és komplexumok esetében az inferioria a priori determinálja a superiorit. Meinong az ideális relációk és komplexumok eme meghatározottságát *megalapozottságnak* nevezi, utalva arra, hogy ezekben az esetekben a superioria az inferioria által a priori megalapozott (*fundiert*; *founded*). A reális objektumokat Meinong komplett objektumoknak nevezi, abban az értelemben, hogy a kizárt harmadik

törvénye szerint igaz az, hogy ezeket az objektumok valamely meghatározás vagy megilleti vagy nem. Az ún. inkomplett objektumok, mint amilyenek például a fogalmak, mint tárgyak (Begriffsgegenstände; coceptual objects) esetében, azok meghatározásainak száma nem végtelen. A képzelet tárgyainak, vagyis az objektumoknak lényegi meghatározottsága, hogy azok - szemben más tárgyakkal - kivétel nélkül és szükségszerűen a pozíció (Position; position) és a negáció (Negation; negation) két pólusának egyikéhez tartoznak. E két pólus elkülönülése egyértelmű és áthidalhatatlan. Az ún. "negatív objektumok", mint amilyen például a "nemdohányzó" stb. azt fejezik ki, hogy ezen objektumok ezen ellentétpár két pólusának egyikével jellemezettek. A "pozíció" és a "negáció" ebben az értelmezésben, ami nem tévesztendő össze az állítással és a tagadással (a negációval és az affirmációval), mindig egy objektívum sajátja. Tévedés azt hinni, hogy a nemlét a létnek, mint positumnak a negátuma. A positum és a negátum maguk is objektumok. Világosan kell látni, hogy az objektívumok maguk is magasabbrendű tárgyaknak tekinthetők.

Meinong a létnek három fajtáját különbözteti meg az objektívumok, azaz az ítélet tárgyainak esetében. Az "A' van [létezik]." alakú objektívumok esetében a *szűkebb értelemben vett létről* (Sein; being) (ennek állításáról), az "A' van 'B' " alakú objektívumok esetében 'A' *így-létének* (Sosein ; so-being) az állításáról, míg a "Ha 'A' akkor 'B' " alakú objektívumok esetében a *feltételes létnek* (Mitsein; conditional being) az állításáról van szó. A tradicionális logika objektívumok helyett általában ítéletekről beszél, s az előbbi terminológia helyett általában létről szóló ítéleteket (létezési = egzisztenciális ítéleteket), kategorikus ítéleteket és hipotetikus ítéleteket említ. A szűkebb értelemben vett lét lehet egzisztencia vagy szubzisztencia. Maga az egzisztencia, a létezés nem létezik bármilyen más objektívumhoz hasonlóan, csak fennáll, szubzisztál. Ami egzisztál, az egyben szubzisztál is, s ami nem szubzisztál, az nem is egzisztál. Meinong felfogása szerint, mivel minden tárgy adva van valamiképpen, azért a tárgyak adottságában kell lennie egy olyan közös mozzanatnak, amely quasi megelőzi a tárgyaknak adottság szempontjából való differenciálódását, azaz valami olyan mozzanatnak, ami kivétel nélkül minden tárgyra fennáll. Ez a valami, amivel minden tárgy, entitás bír, az ún. "Aussersein", a tárgyak léten túli léte (Aussersein des reinen Gegenstandes). A léten túli lét minden tárgynak a sajátja, s e léttel nem áll szemben valamiféle nemlét.

Meinong a tárgyon két mozzanatot különböztet meg: a tárgy "így-létét" (Sosein; so-being), ami a tárgy lényegét adja és a tárgy létét (Sein; being). A tárgy léte egzisztenciát és szubzisztenciát egyaránt jelenthet. Meinong tárgyméleteének lényegi vonása, hogy minden tárgy adva van (az "Aussersein" minden tárgy sajátja, minden tárgyat megillet az előbbieken mondottak szerint), a nem-létező tárgyat ugyanúgy, mint a létező tárgyat, a nem igaz objektívumot éppen úgy, mint az igaz objektívumot. Ebből következően a tárgy tárgyvolta szempontjából a tárgynak az „így-lét”-e a döntő, a konstitutív mozzanat, míg az, hogy az adott tárgy létezik-e, vagy sem, a tárgy szempontjából irreleváns. A tárgyak nemlétezése nem érinti a tárgy tartalmi voltát, a tárgy mibenlétét. Ezt a meghatározottságát a tárgyaknak Meinong „az így-lét léttől való függetlensége elvé”-nek („das Prinzip der Unabhaengigkeit des Soseins vom Sein”) nevezi. Nyilvánvaló ugyanakkor, hogy a valamely tárgy „így-lété”-nek és létének viszonya nem szimmetrikus, nem megfordítható viszony. Nem állítható ugyanis az, hogy a dolog léte független az „így-lété”-től. Meinong felfogása szerint tehát az a valami, ami minden tárgy tudat számára való adottságában közös, a léten túli lét (Aussersein). Lehetséges, hogy az adott tárgy nem egzisztál és nem is szubzisztál, a tudat számára azonban adott. Az ilyen tárgyak értendők „nemlétező tárgyak” alatt. A nemlétező tárgyaknak nincsen léte, egzisztenciája, szubzisztenciája, „így-léte” (Sosein) azonban van, s az ilyen tárgy, különböző meghatározottságokkal bír. Nem igaz tehát az a tétel Meinong szerint, hogy a nemlétező tárgyaknak nem lehetnek tulajdonságaik. A természetes nyelvi gyakorlat, beállítódás cáfolja ezt, tulajdonságokat tulajdonítva az ilyen tárgyaknak.

⁵ A < ...van létező > predikátum elsőrendű predikátumként való felfogása a bemutatott ún. „létezés paradoxon”-hoz vezet. Az alábbiakban – a teljesség igénye nélkül – vázlatosan áttekintjük ezen logikai ellentmondás feloldására született megoldásokat ((1)-(6)).

(1)

Elvileg nem kizárt a bemutatott problémák feloldásának az a módja, mely szerint a < ...van létező > predikátum igazságának nem előfeltétele, hogy az argumentumában szereplő individuumnévnek legyen

jelölete. Ez egyben azt jelenti, hogy a $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ predikátumot elsőrendű predikátumként fogjuk fel, ugyanakkor a többi predikátummal mégsem egyenrangú predikátumnak, hanem egy speciális predikátumnak tekintjük. Ez a megoldás azonban súlyos szemantikai következményekkel bír: gyakorlatilag a klasszikus logikai szemantika alapelveinek megkérdőjelezését, s ebből következően az egész rendszer szétrombolását jelentené. Nem véletlen mindezek után, hogy e megoldásra nincs is példa a szakirodalomban.

(2)

A valódi kiutat a probléma feloldására Frege és Russell felfogása szerinti predikátumértelmezés jelenti. Eszerint a $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ predikátum másodrendű predikátum, amely nem alkalmazható individuális objektumokra, azaz e predikátum elsőrendű predikátumok tulajdonságát képviseli. E felfogás azonban – jóllehet feloldja a logikai ellentmondásokat – ellenkezik a mindennapi nyelvhasználat gyakorlatával, ellentmond a természetes nyelvek logikájának, hiszen „*A Pegazus nem létezik.*” vagy a „*Trója létezik.*” mondatok (kijelentések) a természetes nyelvben létjogosultsággal, értelemmel bírnak. Van azonban lehetőség arra, hogy e kijelentések szándékolt mondanivalójának megőrzésével a kijelentéseket átalakítsuk olyan formájúvá (logikai szerkezetűvé), amely már nincs ellentétben a logikai szemantika alapelveivel. A példaként említett átalakítás után a kérdéses mondat így hangzik: „*A 'Pegazus' névnek nincs jelölete.*”, illetve „*A 'Trója' névnek van jelölete.*” A megoldás önmagáért beszél. Lényege az, hogy ezen állításokban a kijelentés logikai szubjektuma a '*Pegazus*', illetve a '*Trója*' individuumnév, azaz az állítások magukról ezen nevekről szólnak, nem pedig a létező vagy nem létező jelöletükről. Ez tehát annak az elismerését jelenti, hogy a természetes nyelvek, a mindennapi nyelvhasználat logikailag inkonzekvens módon alkalmazza a $\langle \dots \text{van létező} \rangle$ predikátumot individuális objektumokra.

(3)

Az ún. „létezés paradoxon” feloldására Lesniewski logikai rendszere alapvetően más, újszerű megoldást kínál. Stanislaw Lesniewski olyan logikai rendszert dolgozott ki, amely alapkoncepciójában eltér a Frege és Russell nevével fémjelzett logikai rendszerek felépítésétől, amennyiben nem előfeltételezi az általános entitások létezését. Lesniewski rendszerében minden név - függetlenül attól, hogy az egy vagy több objektumra vagy esetleg egyetlen objektumra sem referál - ugyanazon szemantikai kategóriába tartozik. Russelltől eltérően tehát Lesniewski nem tesz különbséget látszatnév és valódi név között, azaz Lesniewski rendszerében nem szükségszerű követelmény, hogy minden névnek legyen jelölete. Nem fogadja el tehát Russellnak azon nézetét, miszerint a nevek használatával - adott logikai rendszerben való szerepeltetésével - ontológiai elkötelezettség (egzisztenciális elkötelezettség (ontological commitment)) jár együtt. E nézetből következően valamely értelmes mondatban, állításban szereplő nevet olyan névvel helyettesítve, amely nem referál semmire, értelmes állítás adódik. Lesniewski logikai rendszerében a neveknek kopulával való összekapcsolása eredményez állítást. A nevekből képezett mondatok alaptípusa az

A (est) B

mondat. A mondatban 'A' és 'B' mereológiai egészek, nem absztrakt entitások. Az

A (est) B

formula lehetséges jelentései a következők:

- 1) 'A' és 'B' ugyanazon individuális objektum nevei, azaz a formula azonosságot fejez ki, azt, hogy 'A' és 'B' ugyanazon objektumot jelöli. Ez Lesniewski terminológiája szerint azt jelenti, hogy az 'A'-nak nevezett individuum (est [= van]) a 'B'-nek nevezett individuum.
- 2) 'A' egyike 'B' -knek.
- 3) 'A' egy része a 'B' -kből képezett egésznek.

Lesniewski felfogásának megfelelően a formula kifejezte állítás értelmességére nézve indifferens az, hogy a formulában szereplő nevek egy vagy több individuális objektumra referálnak, vagy egyáltalán nem referálnak semmire, azaz üres terminusok. A formula azonban csak bizonyos feltételek mellett fejez ki igaz állítást. Az

A (est) B

állítás igazságfeltételeit az alábbi axióma rögzíti:

$$\forall(A)\forall(B) \{ (A \text{ (est) } B) \equiv \forall(Z) (Z \text{ (est) } A) \supset (Z \text{ (est) } B) \ \& \ \exists(Z)(Z \text{ (est) } A) \ \& \ \forall(Z)\forall(W) (Z \text{ (est) } A) \ \& \ (W \text{ (est) } A) \supset (Z \text{ (est) } W) \}.$$

Az összetett összefüggésben a

$$\forall(Z) (Z \text{ (est) } A) \supset (Z \text{ (est) } B)$$

állítás azt fejezi ki, hogy 'B' nem üres név, a

$$\exists(Z) (Z \text{ (est) } A)$$

állítás azt fejezi ki, hogy 'A' objektum, míg a

$$\forall(Z)\forall(W) (((Z \text{ (est) } A) \ \& \ (W \text{ (est) } A)) \supset (Z \text{ (est) } W))$$

állítás azt fejezi ki, hogy 'A' egy és csakis egy objektumra referál.

Lesniewski rendszerében a

$$\forall(X) (X \text{ (est) } O) \equiv (X \text{ (est) } X)$$

állítás fejezi ki azt, hogy valami objektum, ahol 'O' az 'objektum' jelölésére szolgál. Ez az állítás logikailag ekvivalens a

$$\exists(Y) (Y \text{ (est) } Y)$$

állításal, vagyis

$$\forall(X) (X \text{ (est) } O) \equiv \exists(Y) (Y \text{ (est) } Y).$$

Míg Frege és Russell logikai rendszerében az univerzum (tárgyalási univerzum) mindig individuális objektumokból áll, addig Lesniewskinél a tárgyalási univerzumot mindazok alkotják, amik névvel (terminussal) megnevezhetők. Ez másképpen fogalmazva azt jelenti, hogy Lesniewski rendszerében az, hogy valami az univerzum eleme, nem jelenti szükségszerűen azt, hogy az egyben objektum is. Ez alapvető különbség Frege és Russell felfogásával szemben, akik szerint a "*p nem létezik*." állítás azt fejezi ki, hogy 'p' nem eleme az univerzumnak. A Frege és Russell típusú rendszerekben azonban ebből nem következik, hogy

$$\exists x. (\sim L(p)),$$

ahol $L(x)$ a *< ... van létező >* predikátumot képviseli, vagyis, hogy létezik az univerzumnak olyan eleme, ami nem eleme az univerzumnak. Lesniewski alapkoncepciójának megfelelően valamely állítás igazsága nem tartalmaz egzisztenciális előfeltevéseket a tárgyalási univerzumra vonatkozóan. Nem érvényesül tehát itt Quine kritériuma, miszerint valamely kötött változó értékének lenni annyit jelent, mint feltételezni a változó értékének megfelelő objektum létezését. Lesniewski rendszerében mindebből következően nem igaz állítás a

$$\forall x. L(x)$$

állítás, mert az $L(x)$ létezési predikátum argumentumába üres terminust helyettesítve hamis állítás adódik. Csak az objektumok léteznek, mivel azonban nem minden név képvisel objektumot, azaz

$\sim \forall x. O(x)$,

ahol $O(x)$ a $\langle \dots \text{van objektum} \rangle$ predikátumot képviseli.

Mivel

$\sim \forall x. L(x)$

ezért a

$\exists x. (\sim L(x))$

állítás igaz, vagyis az ún. „létezés paradoxon” nem lép fel: az „ $\exists x [\sim L(x)]$ ” állítás értelmes és igaz állítás.

Míg Russell a „létezés paradoxon” feloldására azt az utat választotta, hogy nem engedte meg üres terminusok, vagyis semmit nem jelölő individuumnevek, valamint a létezési predikátum használatát, addig Lesniewski logikai rendszerében ilyen megkötések nincsenek, s e rendszerben nem eredményeznek logikai paradoxont a negatív létezési ítéletek. Lesniewski nagy érdeme, hogy elsőként különböztette meg a létezést, mint valamely individuum létezését attól a létezésről, amit az egzisztenciális kvantor fejez ki. ([18], [19], [20], [21], [22], alapján)

(4)

Számos érvet hoznak fel amellelt, hogy egyes esetekben a létezés tulajdonságnak, méghozzá éppen individuális objektumok tulajdonságának tekinthető, s hogy ez a predikátum az adott szövegkörnyezetben éppen ilyen funkcióval bír. Ez másképpen fogalmazva azt jelenti, hogy a létezéspredikátumot elsőrendű predikátumnak tekintik. Az érvelés lényege a valós és az imaginárius, azaz a valós és a képzeletbeli létezés közötti különbségtétel, amely például egyes esetekben informatív lehet bizonyos individuális objektumok azonosítása szempontjából. Mindenki előtt világos, s nem vita tárgya, hogy csak ténylegesen létező konkrét pénzösszeget lehet bankba helyezni, mint ahogy csak létező medvével lehet valamely produkciót bemutatni a cirkszban. Individuális objektumok azonosítása esetében – például barkochba játék esetén – informatív állítás lehet az, hogy valami ténylegesen létezik, vagy sem. Ezekben a szituációkban úgy tűnik, mintha a létezés valóban az adott individuális objektum „tulajdonsága” lenne, s mint ilyen hozzásegítene az adott individuális objektum azonosításához, egyértelműsítéséhez. Valójában azonban itt a létmódok közötti különbségtételről van szó, s nem magáról a létezésről. Valóban „informatív” tulajdonság az egy barkochba játék során, hogy az adott objektum, individuális tárgy, személy, folyamat stb. valóban létező-e vagy sem. Világosan kell azonban látnunk, hogy a „valóban létezés”, azaz az anyagi téridőbeli létezés, szembeállítva a képzeletbeli (csak a tudat számára való) létezéssel, valóban különbséget jelent ez utóbbihoz képest. Ezekben az esetekben azonban a létmódok közötti különbségtételről van szó, ami egzaktabb megfogalmazásban úgy is formulázható lenne, hogy az adott konkrét dolog csak téridőbeli, anyagi létező (ezek valóban állítmányok, azaz tulajdonságok), vagy éppenséggel csak a tudat számára adott létező, csak képzeletbeli létező. A lényegi különbség ellenére azonban mindkét esetben arról van szó, hogy az adott dolog valamilyen értelemben létező, valamilyen értelemben adott a tudat számára, s mint ilyen „létezik”. A számok, vagy a három négyzetgyöke nyilvánvalóan más módon léteznek, mint az Ararát hegy, vagy a British Múzeum épülete, vagy akár valamely konkrét érzelmi állapot valamely személy esetében. Ezek a dolgok azonban „vannak”, még ha különböző módon is „vannak”. Az általunk vizsgált probléma ebben a „van”-ban gyökerezik, nem pedig a létezés hogyanjában.

A létezésnek individuális objektumok tulajdonságaként való felfogása mellett a legutóbbi időben Gareth Evans hozott fel érveket ([23]). A szinguláris negatív egzisztenciakijelentések, vagyis az individuális objektumokra vonatkozó egzisztenciataadás problematikájával kapcsolatban Evans úgy véli, hogy ezek az állítások éppen a fiktív szituáció alapján „bizonyítják”, hogy fikcióról van szó. Evans elgondolásának a

lényege az, hogy ilyen esetekben különbséget kell tenni a fikción belüli világ (fikció szerinti világ) és a valós világ között, s mindkét „világra” vonatkozóan egyértelműen rögzíteni kell az adott kijelentés igazságfeltételeit. Ennek ismeretében adódik az adott kijelentés igazságértéke. Evans az adott kijelentés fikció szerinti világban értelmezett lehetséges igazságértékeit „*IGAZ*” és „*HAMIS*” szimbólumokkal jelöli, a valós világban értelmezett igazságértékektől való megkülönböztetés céljából. Ezen előfeltevések alapján bevezeti a „VALÓJÁBAN” operátort, amelynek igazságfeltételeit a következők definiálják.

$| \text{VALÓJÁBAN } (p) | = 1,$ ha 'p' esetében értelmezettek a fiktív világban belüli igazságfeltételek
és
ha 'p' esetében értelmezettek a valós világban belüli igazságfeltételek,
vagyis, ha
 $| p | = 1$
és
 $*| p |* = *1*.$
0, máskor.

Mindezek az alábbi példamondatokkal szemléltethetők. A legegyszerűbb esetet az az eset képviseli, amikor az adott mondat grammatikai alanya fiktív, grammatikai alanyként például egy referencia nélküli individuumnév szerepel a mondatban, mint például az „*Odüsszeusz kalandvágyó volt.*” mondat esetében. A mondat grammatikai és logikai szubjektumaként szereplő individuális objektumnak a Homérosz költeménye által definiált fiktív világban meghatározott az igazságfeltétele, tudniillik az eposzban foglaltak alapján ez a kijelentés helytálló, azaz igaz, e kijelentés faktuális értéke ennek megfelelően *IGAZ* (szemben az „*Odüsszeusz trójai férfi volt.*” mondat igazságértékével, ami éppen az Odüsszeiában foglaltak miatt *HAMIS* igazságértékkel bír). Az előbbi mondatnak a valós világban nincsenek igazságfeltételei, abból következően, hogy Odüsszeusz nem létezett, s az Odüsszeiában leírtak Homérosz fantáziájának a szüleményei. Ebből következően a „VALÓJÁBAN” operátort alkalmazva az előző mondatra („VALÓJÁBAN *Odüsszeusz bátor volt.*”) „HAMIS” igazságérték adódik, hiszen a második feltétel (az igazságfeltételek adottsága a valós világban) nem teljesül. „*A Kháron létezik.*” mondatnak adottak az igazságfeltételei a görög mitológia által definiált fiktív világban (itt e kijelentés igazságértéke *IGAZ*), nem definiáltak a mondat igazságfeltételei a valós világban, ebből következően itt a „VALÓJÁBAN *Kháron létezik.*” mondat „HAMIS” igazságértékkel bír. Ugyanezen kijelentés negáltja esetében a „VALÓJÁBAN *Kháron nem létezik.*” kijelentés „IGAZ” igazságértékkel bír, s ez megfelel a „józan ész” felfogásának, a természetes nyelvi beállítódásnak. A szemantikai értékrést nem elismerő elsőrendű logikában ez a kijelentés sem nem igaz, sem nem hamis, míg az értékréses elsőrendű logikában ez a kijelentés „IGAZSÁGÉRTÉK NÉLKÜLI”. Ezek idegenek a természetes nyelvi gyakorlat, a „józan ész” számára, így az Evans ajánlotta megoldás e szempontból kedvezőbb a referencia nélküli fiktív neveket tartalmazó kijelentések kezelésére. Látszólag úgy tűnik, hogy épp abból következően, hogy ez a „technika” a fikció eseteinek a kezelésére született, „VALÓJÁBAN 'a' létezik.” formájú „IGAZ” igazságértékkel bíró kijelentés nincs, amennyiben 'a' valamely fiktív individuális objektum nevét szimbolizáló individuumparaméter. Abban az esetben, ha valaki például lát egy fekete macskát, ugyanakkor úgy véli, hogy hallucinál, s ennek egy másik személy a külső szemlélőként tanúja, akkor adottak a „*Létezik Cirmos (a fekete macska).*” mondat igazságfeltételei annak a személynek az esetében, aki úgy gondolja, hogy hallucinál (itt - vagyis a fiktív világban - a kijelentés *IGAZ* igazságértékkel bír), s adottak az állítás igazságfeltételei a valós világban is, éppen a külső szemlélő által megerősítetten (itt is „IGAZ” igazságértéke van az állításnak), ebből következően a „VALÓJÁBAN *Cirmos létezik.*” mondat „IGAZ” igazságértékű az előzőekben definiált értékelési szabályok szerint. Evans elméletével szemben ellenvetésként csak az olyan esetek hozhatók fel, amikor nincs szó bevallott fikcióról, például olyan individuális objektumok esetében, amelyek létét a tudomány feltételezte, később azonban bizonyosodott, hogy nem létezik az adott objektum. Erre az esetre

azt lehet mondani Evans logikáját követve, hogy az ilyen állítások akaratlan fikcióként, akaratlan fiktív világ részeként léteznek, itt adottak az igazságfeltételei az adott létezési kijelentésnek, míg a valós világban – tekintettel arra, hogy a kijelentésben szereplő individuumnév semmire sem referál – nem adottak az igazságfeltételek, amiből következően az egzisztenciaállítás ezen esetekben „HAMIS”, az egzisztenciatagadás pedig magától értetődően „IGAZ” igazságértékkel bír.

(5)

A létezési paradoxon által felvetett probléma szoros összefüggésben van a jelölet nélküli individuumnevek és a jelölet nélküli – ugyancsak individuumnévként funkcionáló – deskripciók problémájával. Ezek számos problémát okoznak a logikai rendszerekben. Alapvető kérdésként merül fel az a kérdés, hogy az ilyen esetekben mi lesz a referencia nélküli individuumnevet (deskripciót) tartalmazó mondat faktuális értéke, azaz igazságértéke, s hogyan kell értelmeznünk az adott mondat jelentését, elfogadjuk-e, hogy az ilyen mondatoknak van mindezek ellenére jelentése. A modern logika jeles képviselői abban lényegében megegyeznek, hogy a jelölet nélküli valódi tulajdonnevet vagy leírást tartalmazó mondatoknak jelentése van. Ez a nézet megegyezik a természetes nyelvi gyakorlattal, s felfogással. Hiszen a „*Lucifer [van] ördög.*” mondatnak mindenki érti a jelentését, még ha azon el is lehet vitatkozni, hogy vajon mi az igazságértéke (faktuális értéke) egy ilyen kijelentésnek. David Hilbert talán az egyetlen jelentősebb művelője a logikának és matematikának, aki explicite tagadja, hogy a referencia nélküli individuumnevet, vagy deskripciót tartalmazó kijelentéseknek jelentése is lenne. Nyilvánvaló, hogy Hilbert ezen álláspontját alapvetően a matematikában előforduló – adott esetben természetes nyelven meg sem fogalmazott – kijelentések magyarázzák, amelyekben éppen ebből következően gyakran nincs is lehetőség a jelentés és a jelölet megkülönböztetésére. Hilbert számára valamely deskripciót tartalmazó kijelentés akkor és csak akkor bír jelentéssel és faktuális értékkel, ha az adott deskripció egzisztenciarendszere bizonyította, azaz ilyen módon biztosította, hogy az adott deskripciónak létezik a jelölete. Frege a „*Jelentés és jelölet*” című tanulmányában ([24]) azt az álláspontot képviseli, hogy a jelölet nélküli individuumnevet, vagy deskripciót tartalmazó mondatnak van ugyan jelentése, azonban az ilyen mondatnak nincs faktuális értéke: az ilyen mondatról nem állítható, hogy igaz, de az sem hogy hamis. Ezt az álláspontot úgy említi a szakirodalom, mint Frege individuumnevek jelöletére vonatkozó elsődleges nézetét. Frege később annyiban módosította felfogását, hogy abban az esetben, ha az adott individuumnévnek nincs jelölete, akkor arról mesterségesen kell gondoskodni, ami másképpen fogalmazva annak a követelménynek a felállítását jelentette, hogy nem fordulhatnak elő referencia nélküli individuumnevek valamely logikailag perfekt nyelvben. Fregenek ezt az álláspontját a modern logika művelőinek nagy része támogatja, s magáénak vallja. Ez azt jelenti, hogy célszerű a logikai rendszerekben elkerülni az individuumnevek vagy deskripciók esetében a szemantikai értékrést. Az ilyen logikai rendszereket nevezik értékrésmentes (értsd: szemantikai értékrést nem tartalmazó) logikai rendszereknek. Más kérdés, hogy az a megoldás, amelyet Frege javasolt a probléma elkerülésére ellentmondásos, ahogy erre Russell később rámutatott. Anélkül, hogy itt e kérdés részletes tárgyalásába belemennénk, csak annyit jegyünk meg, hogy Frege a probléma vélt feloldása során a predikátumterjedelmeket, vagyis az igazsághalmazokat individuális objektumoknak tekintette. Ebből azonban – Frege érvelését követve – az az ellentmondás adódott, amire Russell az ún. impredikabilitási paradoxonban mutatott rá. (A paradoxonhoz vezető érvelést az 1.7.6. fejezet tartalmazza.) Frege ezen nézetét nevezik a jelölet nélküli individuumnevekkel kapcsolatos második nézetének. Lényegében ezt az álláspontot vallja magáénak Church és Carnap is, azaz véleményük szerint is mindenképpen biztosítani kell az adott formalizált nyelvben azt, hogy az ott előforduló individuumnevek és/vagy leírások bírjanak jelöllettel. Russell is azon az állásponton van, hogy logikailag perfekt nyelvben nem szerepelhetnek olyan individuumnevek, amelyek nem denotálnak semmit sem. Russell a problémát a deskripciók, méghozzá a jelölet nélküli deskripciók irányából közelíti meg. A probléma feloldására tett javaslata során feltárta a deskripciókat tartalmazó kijelentések valódi logikai struktúráját, s ennek során kimutatta, hogy a deskripciók valójában nem tekinthetők névként funkcionáló kifejezéseknek. Russell frappáns eljárást dolgozott ki a deskripciókat tartalmazó mondatok logikai szerkezetének az átfogalmazására. Az általa javasolt logikai struktúrát érintő transzformációt követően már biztosította, hogy az adott mondatnak mindig lesz faktuális értéke, azaz igazságértéke. Az általa javasolt eljárás segítségével a deskripciók, mint potenciális szemantikai értékrés források kiküszöbölhetők. A deskripciók okozta ilyen jellegű problémák ezen az úton tehát elkerülhetők. Russell később továbbfejlesztette ezen elméletét, s úgy vélte, hogy a terminológiánk szerinti valódi individuumnevek sem mások, mint deskripciók rövidítései. Ebben az értelemben például a „*Napóleon*” individuumnév „*az austerlitz-i győző*” leírás rövidítésének tekinthető. Ez a leírás pedig már átalakítható a Russell által javasolt módon, azaz maga a

deskripció eliminálható. A valódi tulajdonnevek kiküszöbölésének logikai technikáját Quine dolgozta ki, éppen ezen gondolatmenetre építve. Ennek eredményeképpen a formalizált nyelvekből – elvileg – teljesen számúzhatók mind a valódi individuumnevek, mind a deskripciók. Az ilyen módon átalakított nyelvben csak a kvantifikáció tekinthető olyan műveletnek, amely individuumokra utal. Valójában az individuális objektumokra az adott nyelvben előforduló változók – individuumváltozók – utalnak. E gondolatmenetből következik Quine nagy jelentőségű (már idézett) megállapítása, miszerint " ...lenni annyi, mint egy kvantifikálható változó értékének lenni." ([12] ; 266)

(6)

A klasszikus elsőrendű logikában - Frege álláspontjával összhangban - nincsen helye szemantikai értékrésnek. Kidolgozásra került azonban a klasszikus elsőrendű logikának olyan módosított változata, amelyben megengedett a szemantikai értékrés, azaz a faktuális érték hiánya. Lényeges sajátossága ennek a módosított logikai rendszernek, hogy a szemantikai értékrés ebben a rendszerben öröklődik a részről az egészre. Ez a felfogás tehát Frege ún. elsődleges nézetének felel meg. Értelemszerűen az értékrést megengedő logikai rendszerben szerepelnek deskripciók is, mind jólformált nyelvi kifejezések. Az értékréses elsőrendű logikában az olyan mondat, amelyben jelöllet nélküli deskripció szerepel nem hamis, nem is igaz, hanem igazságérték nélküli. Ez másképpen fogalmazva azt jelenti, hogy valamely tetszőleges 'A' kifejezés faktuális értékét '| A |'-val jelölve, az '| A | = 1', ha az adott mondat „IGAZ” igazságértékkel bír, míg '| A | = 0', ha az adott kijelentés „HAMIS” igazságértékű és végül '| A | = 2', ha a szóban forgó kijelentés „IGAZSÁGÉRTÉK NÉLKÜLI”. Az értékrést elismerő logikában definiálni kell például az értékrést nem örökítő negációt (hiszen az eredetileg értelmezett negáció extenzionális mondatfunktorként volt értelmezett, s mint ilyen az értékrést az argumentumról átörököltette a funktor kimenetére). A szemantikai értékrést megengedő logikai rendszerekben, illetve kalkulusokban természetesen további kiegészítő módosításokra van szükség, ennek részletes tárgyalásától azonban itt eltekintünk.

⁶ A Szent Anzelm által felállított istenérv (v.ö.: 3. Jegyzet) első elméleti kritikusa kortársa, *Gaunilo*, a Tours melletti Marmutier szerzetese volt. Gaunilo ellenvetései lényegében három fő kérdés köré összpontosulnak. Gaunilo első ellenvetésében azt cáfolja, hogy az "az, aminél nagyobb nem gondolható el" állítás Isten szubsztanciális predikátuma lenne. Érvelése szerint ugyanis Istenről nincsen tapasztalatunk, ezért fogalmunk sem lehet róla. Azaz, amikor Istenről gondolunk valamit, akkor csupán a szó jelentéséből, általunk vélt értelméből indulunk ki. Anzelm elismeri az istenfogalom problematikus voltát, hiszen annak tapasztalati háttere meglehetősen homályos. Ugyanakkor erre a töredékes tapasztalatra alapozva is jelen van Isten fogalma bennünk. Egy hasonlattal világítja meg mindezt: "Ha pedig azt állítod, hogy nem fogjuk fel és nincs jelen az értelmünkben az, amit nem értünk meg tökéletesen, akkor állítsad azt is, hogy aki nem képes a Nap vakító fényébe tekinteni, az a napvilágot sem láthatja, hiszen az is csak a Nap fénye. Annyira azonban bizonyára megértjük és az értelmünkben jelen van az, aminél nagyobb nem gondolható el, amennyire mindazt belátjuk róla, amit fentebb kifejtettünk." ([27] ; 182) Gaunilo második ellenvetése az anzelmi istenérvvel szemben mindmáig felhozott legkeményebb ellenérvet fogalmazza meg, nevezetesen azt, hogy a gondolati létből (esse in intellectu) nem lehet a valós létre (esse in re) következtetni. Gaunilo itt tehát azt kifogásolja, hogy a létezés állítása messze túl van a fogalmi definíción. A létezésre nem lehet a fogalomból következtetni. A létezésről először meg kell győződni, s csak ezt követően állítható a kérdéses állítmány róla. ("Legelőször tehát, afelől kell megbizonyosodnom, hogy ez a nagyobb valami a valóságban is létezik valahol, mert csak akkor lesz lehetséges teljes biztonsággal megállapítani róla, hogy mivel mindennél nagyobb, önmagában létezik.") ([28] ; 176-177) Szent Anzelm erre az ellenvetésre gyakorlatilag csak álláspontjának megismétlésével válaszol. Felfogása szerint a létezési predikátum éppen olyan predikátum, mint a többi. Tekintettel arra, hogy itt szubsztanciális predikátumról van szó, ezért nem képzelhető el Isten nemléte. Tisztázatlan azonban itt, hogy mit kell azon érteni, hogy "valóságosan létezik", vagy hogy egyáltalán létezik? Hiszen Szent Anzelm a *Proslogion* tizenkilencedik fejezetében (*Nem térben és időben létezik, hanem minden Őbenne létezik.*) a következőket mondja: "De ha örökkévalóságodnál fogva voltál is, vagy is, leszel is, viszont a múlt nem jövő, a jelen nem a múlt, vagy a jövő: miképpen egész a Te örökkévalóságod mindenkor? Vajon örökkévalóságodból semmi sem úgy tartozik a múlthoz, hogy már nem lenne és semmi sem úgy a jövőhöz, mintha még nem lenne? Tehát nem tegnap voltál, vagy holnap leszel, hanem tegnap, ma és holnap - vagy. Sőt, nem is tegnap vagy,

vagy ma vagy, holnap vagy, hanem egyszerűen vagy - minden időn kívül. Mert a tegnap, a ma és a holnap nem más, mint az időben való létezés; Te pedig, jóllehet semmi sem létezik Nélküled, mégsem térben vagy időben létezel, hanem minden Tebenned létezik. Hiszen Téged semmi sem foglal magába, hanem te foglalsz magadba mindent." ([6] ; 162) Gaunilo harmadik érve szerint Istent éppen úgy el lehet gondolni nemlétezőnek, mint bármely más létezőt. Szent Anzelm erre a következőket válaszolja: "Bármiről, ami valahol és valamikor nem létezik, még ha másutt és máskor létezik is, kétségtől elgondolható, hogy miként valahol és valamikor nem létezik, éppúgy egyáltalán nem létezik sehol és soha. Ami például tegnap nem létezett, ma meg létezik, arról ugyanúgy, ahogy belátható, hogy tegnap nem létezett, belátható az is, hogy egyáltalán nem létezik soha. Vagy, ami itt nincs jelen, egyáltalán sehol nem létezik. Általában, aminek egyes részei nincsenek jelen ott és akkor, ahol és amikor a többi részei jelen vannak, annak minden egyes részéről, és így magáról az egésztől is ugyanúgy elgondolható, hogy egyáltalán nem létezik sehol és soha. Mert ha örökkétartónak mondanánk is az időt és mindenüvé kiterjedőnek a világot, az idő mégsem a maga teljességében tart örökké és a világ sem egészen van jelen mindenütt. Ennél fogva az időnek egyes szakaszai, mivel más időszakok tartama alatt nem léteznek, soha-nem-létezőnek is elgondolhatók; a világ egyes részei pedig, mivel nem terjednek ki oda, ahol a többi részei vannak, sehol-nem-lévőnek is elgondolhatók. Minden, ami részekből áll, a gondolatban szétbontható és nemlétezőnek is elgondolható. Ezért mindenről, ami valahol és valamikor nem egészében van jelen, arról - még ha létezik is - elgondolható, hogy nem létezik. De aminél nem gondolható el nagyobb, az nem gondolható el nem-létezőnek, ha létezik; mert máskülönben - ha létezik is - nem olyan, aminél nem gondolható el nagyobb: ez pedig ellentmondás. Nem lehetséges tehát, hogy bárhol és bármikor ne egészében létezzék, hanem mindig és mindenütt egészében létezik." ([27] ; 181-182)

Pierre Gassendi felfogása szerint az egzisztencia nem tulajdonság, nem predikátum, azaz semmit sem tesz hozzá a dolog fogalmához. Ezért Descartes érvelésében helytelennek tartja azt, hogy Descartes tulajdonságnak tekinti a létezés. Gassendi lényegében már azt fogalmazza meg, amit sokkal később Kant a *"Tiszta ész kritikája"*-ban az ontológiai istenérv cáfolatával kapcsolatban részletesen kifejt. Innen származik tehát Kant gondolata, s ez inspirálta végső soron Freget is.

⁷ Felvetődik a kérdés: minek alapján, mire alapozva állítja Parmenidész, hogy a semmi, a nemlét nem létezik. A második töredék hetedik és nyolcadik verssorai magyarázatot adnak erre, előre vetítve a gondolkodás és a lét, illetve a nyelv és a lét viszonyáról későbbiekben tett kijelentéseket: "...mert meg sem ismerheted a nemlétezőt (mivel nem lehetséges) és ki sem mondhatod." ([B2] ; 7-8) A nemlétet, a semmit nem lehet megismerni, s nem lehet róla beszélni sem, azaz nem tehetők róla állítások, mert a kijelentések, állítások, a logika terminusával élve az ítéletek mindig "valamiről" állítanak, jelentenek ki valamit, az ítéletek mindig "valamiről" mondanak valamit. Valamiről és nem semmiről. A semmiről tett kijelentésekben a semmi "valamiként", az ítélet alanyaként fogalmazódik meg, ezért mondja Parmenidész, hogy a nemlétezőt, a semmit "...ki sem mondhatod". ([B2] ; 8) A semmi el sem gondolható, mert a gondolkodás, a gondolat mindig valamiről való gondolat.

Itt érdemes egy rövid kitérőt tenni. Heidegger a *„Mi a metafizika?”* ([31]) című tanulmányában fejti ki explicit módon azt a gondolatot, amelynek alapján - véleményünk szerint - Parmenidész azt állítja, hogy a nemlétet/nemlétezőt nem lehet elgondolni, s kimondani. Azt írja Heidegger: "A Semmire vonatkozó kérdés kidolgozásának vagy lehetőséget kell nyújtania a megválaszolásra, vagy beláthatóvá kell tennie a válasz lehetetlenségét. ...Mi mégis megpróbálunk rákérdezni a Semmire. Mi a Semmi? Már az első nekifutás a kérdésnek valami szokatlant mutat. Ebben a kérdezésben eleve úgy tesszük fel a Semmit, mint valamit, ami így és így "van" - mint létezőt. Csakhogy pontosan a létező az, amitől a Semmi teljességgel különbözik. A Semmit érintő kérdezés - mi a Semmi, s hogyan van - a kikérdezett az ellentétébe fordítja át. A kérdés megfosztja magát saját tárgyától. Ennek megfelelően nem lehetséges semmiféle válasz a kérdésre. Hiszen a válasz szükségképpen ilyen formájú: a Semmi ez és ez ("van"). A Semmit illetően a kérdés és a felelet egyformán értelmetlen." ([31] ; 16-17)) Nem véletlen, hogy Heidegger, amikor arról kérdezték, hogy miért nem fejezte be a *„Lét és idő"*-t, azt mondta, hogy alapvető fordulatnak kellett volna bekövetkeznie méghozzá a probléma nyelvi megközelítése terén. Ezt úgy értette, hogy „A kérdéses szakasz azért nem jelent meg, mivel a gondolkodás e fordulat megfelelő mondásában kudarcot vallott, s így a metafizika nyelvének segítségével

nem boldogult.” ([1] ; 132) Sem a lét sem a semmi nem létező. Ugyanakkor a nyelv a valami megragadására berendezett, szükségképpen tárgyiasít. Erre a problémára utal is a „*Lét és idő*” című művében. Azt írja: „...más dolog a *létezőről* elbeszélve beszámolni, és megint más a létezőt *létében* megragadni. Ez utóbbi feladathoz többnyire nemcsak a szavak hiányoznak, hanem mindenekelőtt maga a "nyelvtan".” ([3] ; 136-137) E probléma - mármint a lét mibenlétének fogalmi megragadása - tehát újfajta "grammatikát" igényel. A léttel kapcsolatos vizsgálódások ilyenképpen rendkívül szorosan kapcsolódnak a nyelvhez.

Parmenidész és a korabeli gondolkodók felfogása szerint a gondolkodás a fizikai látáshoz hasonló: a látás mindig valaminek a látása, a látás mindig valamire irányul, a látás és annak tárgya ilyen módon elválaszthatatlan egymástól. A gondolkodással ugyanígy áll a helyzet. A görög "*noein*" - mindig feltételezi az elgondoltat („*noema*”), e két szó etimológiája bizonyítja ezt. A gondolkodás tehát "látó gondolkodás" a görögök számára "belső látás", amely ugyanúgy mindig feltételezi az "elgondoltat", azt, amire e belső látás irányul, mint a szem általi látás. A semmit nem lehet látni, s ebből következően belső látásnak a gondolkodásnak sem lehet tárgya, azaz nem gondolható el a nemlét, a nemlétező. A belső látás, a gondolkodás "tárgya" minden elképzelhető dologban az, ami által a dolog létező: a dolog, a létező léte. A létező létét Parmenidész valamiféle tárgyként, - azaz valamiként - tehát létezőként gondolja el, olyan valamiként, amire a gondolkodás irányul. "*Ugyanaz a gondolkodás és ami végett a gondolat van, mert a létező nélkül, amelyben kifejeződött, nem találod a gondolatot,...*" ([B8] ; 34-36). Ez lényegében az "aletheia" rész harmadik állítása, ami a gondolkodás és a lét viszonyát határozza meg. Ez az értelme a híres harmadik töredékben fennmaradt mondatnak: "*Mert ugyanaz a gondolkodás és a létezés*" ([B3]). A gondolkodás a létező (*on*) kifejezése, ezért mondja őket azonosnak Parmenidész. Ebből adódik a következtetés a gondolkodás felől: "*Ami kimondható és elgondolható annak léteznie kell.*" ([B6] ; 1). Ami viszont nem létezik, az nem gondolható el, s arról beszélni sem lehet: "*... mert meg sem ismerheted a nemlétezőt (mivel nem lehetséges) és ki sem mondhatod.*" ([B2] ; 7-8). A nyelv és a lét viszonyára vonatkozó állítás analóg a gondolkodás és a lét viszonyára vonatkozó állítással: amiről ítéletet lehet mondani, amiről lehet valamit állítani, az szükségszerűen létezik. ("*Ami kimondható... annak léteznie kell.*" ([B6] ; 1)) (Valójában Parmenidész itt - e vonatkozásban - nem következetes. A költemény "doxa" részében ugyanis olyan "nevekről" "dolgokról" beszél (keletkezés, pusztulás, stb.) amelyek a nyelvben vannak, "kimondhatók", ugyanakkor Parmenidész szerint nem léteznek. E dolgok a hamis vélekedés, a látszat világába tartoznak, nem bírnak létezéssel.)

⁸ A genus és a species útján történő definíción kívül a definíciónak még számos egyéb - jóllehet a logikában és egyéb deduktív tudományokban kevésbé használatos - módja ismert. Csak a legfontosabbakat említve, ezek a következők: definitio essentialis, explicit definíció, implicit definíció, impredikatív definíció, induktív definíció, korrelatív definíció, osztenzív definíció, rekurzív definíció, szubsztanciális definíció, accidentális definíció, absztrakció útján történő definíció, definíció pleonazmussal (definitio abundans), nominális definíció, reális definíció, verbális definíció, stb.

⁹ Az alábbiakban bemutatjuk a Russell-féle halmazelméleti paradoxon egzakt megfogalmazását és az ellentmondás bizonyítását.

A Russell-féle halmazelméleti paradoxon az alábbiak szerint formulázható.

1.

Legyen $\underline{H}$ halmaz olyan halmazként definiálva, amelynek elemei között önmaga nem szerepelhet, azaz:

$$(1) \quad \underline{A} \in \underline{H} \equiv \underline{A} \notin \underline{A}.$$

Az összefüggésben:

$\underline{A}$: tetszőleges halmaz (halmazváltozó);

$\underline{H}$: önmagát elemként nem tartalmazó halmaz (a ' $\underline{H}$ ' szimbólum halmazkonstanst jelöl).

Az összefüggés azt mondja ki, hogy valamely $\underline{A}$ halmaz akkor és csak akkor eleme a $\underline{H}$ halmaznak ($\underline{A} \in \underline{H}$), ha $\underline{A}$ halmaz nem tartalmazza önmagát elemként ($\underline{A} \notin \underline{A}$). A bikondicionális logikai kapcsolatból következően ezen feltételes állításnak a megfordítottja is igaz: azaz, ha valamely $\underline{A}$ halmaz nem tartalmazza elemként önmagát ($\underline{A} \notin \underline{A}$), akkor ez a halmaz a $\underline{H}$ halmazba tartozik, annak elemét képezi ($\underline{A} \in \underline{H}$). Ez a kétirányú kapcsolat világosan látható az (1) összefüggéssel logikailag ekvivalens összefüggésből, amely az elmondottakat a kondicionális és konjunkció segítségével fogalmazza meg:

$$(1a) \quad ((\underline{A} \in \underline{H}) \supset (\underline{A} \notin \underline{A})) \ \& \ ((\underline{A} \notin \underline{A}) \supset (\underline{A} \in \underline{H})).$$

2.

Amennyiben az (1) összefüggésben az $\underline{A}$ halmazváltozó helyére a $\underline{H}$ halmazt helyettesítjük, akkor a következő összefüggés adódik:

$$(2) \quad \underline{H} \in \underline{H} \equiv \underline{H} \notin \underline{H}.$$

Ez az összefüggés azt mondja ki, hogy $\underline{H}$ halmaz akkor és csak akkor eleme önmagának ($\underline{H} \in \underline{H}$), ha nem eleme önmagának ($\underline{H} \notin \underline{H}$), vagy a bikondicionálisból adódóan: ha $\underline{H}$ halmaz nem eleme önmagának ($\underline{H} \notin \underline{H}$), akkor $\underline{H}$ halmaz eleme önmagának ($\underline{H} \in \underline{H}$). A kondicionális és konjunkció, mint extenzionális mondatfunktorok segítségével a (2) állítással logikailag ekvivalens állítás a következő séma szerint fogalmazható meg az előbbiekkal azonos módon:

$$(2a) \quad ((\underline{H} \in \underline{H}) \supset (\underline{H} \notin \underline{H})) \ \& \ ((\underline{H} \notin \underline{H}) \supset (\underline{H} \in \underline{H})).$$

3.

A (2), illetve az ezzel logikailag ekvivalens (2a) állítás nyilvánvaló logikai ellentmondást hordoz magában, hiszen a bikondicionális két oldalán egymást kizáró állítás szerepel, nevezetesen az, hogy $\underline{H}$ halmaz egyszerre tartalmazza önmagát elemként ($\underline{H} \in \underline{H}$) és ugyanakkor nem tartalmazza önmagát elemként ($\underline{H} \notin \underline{H}$). Nyilvánvaló ugyanis, hogy a

$$(3) \quad (\underline{H} \notin \underline{H}) \Leftrightarrow \sim (\underline{H} \in \underline{H}),$$

azaz, ezen logikai ekvivalencia felhasználásával a (2) illetve a (2a) összefüggések az alábbi alakot nyerik:

$$(4) \quad (\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H}) ;$$

$$(4a) \quad ((\underline{H} \in \underline{H}) \supset (\sim (\underline{H} \in \underline{H}))) \ \& \ ((\sim (\underline{H} \in \underline{H})) \supset (\underline{H} \in \underline{H})).$$

A (4) és az ezzel logikailag ekvivalens (4a) állításokból nyilvánvalóan következik - egyszerűen belátható -, hogy itt logikai ellentmondásról van szó.

4.

Bebizonyítható ugyanis - és ebben áll a dolog paradox volta - hogy a (4) sémából két egymásnak ellentmondó állítás, nevezetesen a bikondicionális két oldalán szereplő állítás következik. Ez más szavakkal megfogalmazva azt jelenti, hogy a (4) séma szerinti állítást premisszának tekintve, bebizonyítható, hogy:

$$(5a) \quad \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\} \Rightarrow (\underline{H} \in \underline{H}),$$

és

$$(5b) \quad \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\} \Rightarrow \sim (\underline{H} \in \underline{H}).$$

Az (5a) és (5b) sémák azt fejezik ki, hogy a kapcsos zárójelben levő állításból, azaz az egyelemű, $\{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}$ állítást tartalmazó premisszahalmaz és az $(\underline{H} \in \underline{H})$, illetve $\sim (\underline{H} \in \underline{H})$ állítások, mint konklúziók között logikai következményreláció áll fenn.

5.

Az alábbiak röviden ismertetik, hogy mi is értendő szemantikai és szintaktikai következményreláció alatt. A szemantikai következményreláció olyan kétargumentumú reláció, amelynek első argumentuma egy mondathalmaz (kijelentéshalmaz) vagyis a premisszahalmaz, második argumentuma pedig egy mondat, a konklúzió. A következményreláció jelölése:

$$\underline{P} \Rightarrow K,$$

ahol $\underline{P}$ a premisszahalmaz, (premisszák halmaza), K pedig a konklúzió.

Valamely $\underline{P}$ formulahalmaznak logikai következménye a K formula, ha a

$$\{\underline{P} \cup \{\sim K\}\}$$

formulahalmaz kielégíthetetlen, azaz nem elégíthető ki a formulahalmazban szereplő paraméterek semmilyen interpretációja esetén az a formulahalmaz, amely $\underline{P}$ formulahalmaz és K konklúzió negációjának egyesítéséből, annak uniójaként adódik. Másképpen fogalmazva nincsen olyan interpretáció, amely $\underline{P}$ minden elemét igazzá és a K konklúziót pedig hamissá teszi egyidejűleg. Ha ugyanis lenne ilyen interpretáció, akkor $\{\underline{P} \cup \{\sim K\}\}$ formulahalmaz kielégíthető lenne. Az ilyen módon megfogalmazott logikai következmény-reláció a legszigorúbb követelményeknek is eleget tesz: szükségszerű, tisztán logikai, s a nem-logikai alkatrészek vonatkozásában közömbös.

A következményreláció struktúrált mondatokra értelmezett. Valamely következtetés helyessége (igaz volta) független (nem függhet) a felbontatlan alkatrészek interpretálásától. A természetes nyelven megfogalmazott állítások körében valamely következtetés akkor és csak akkor minősíthető szigorú értelemben helyesnek (igaznak), ha a következtetésben szereplő természetes nyelvi mondatokat lehet úgy strukturálni, formalizálni, hogy a következtetés helyessége ellenőrizhető legyen. Azaz, másképpen fogalmazva a struktúrált mondatokra a következményreláció közvetlenül nem alkalmazható. A következményrelációt más néven szemantikai következményrelációnak, illetve szemantikai következménynek nevezik. A következményreláció értelmezése változatlan marad szemantikai értékrés akceptálása esetén is.

Bizonyítható, hogy amennyiben valamely $\underline{P}$ premisszahalmaz és a K formula (konklúzió) között fennáll a szemantikai következményreláció, azaz amennyiben

$$\underline{P} \Rightarrow K,$$

akkor fennáll a szintaktikai következményreláció is $\underline{P}$ premisszahalmaz és K formula (konklúzió) között, azaz ekkor

$$\underline{P} \vdash K.$$

Ez tehát azt jelenti, hogy

$$(\underline{P} \vdash K) \supset (\underline{P} \Rightarrow K).$$

A szintaktikai következményreláció mibenléte röviden az alábbiak szerint összegezhető. Valamely $\underline{P}$ (esetleg üres) formulahalmaznak, a premisszahalmaznak szintaktikai következménye a K formula, ha képezhető olyan véges formulasorozat, amelynek minden egyes tagja

- a) $\underline{P}$ valamely eleme, vagy
- b) alapformula, vagy
- c) leválasztással nyerhető a sorozat két előbbi tagjából, és e sorozat utolsó tagja a K formula. Ebben az esetben a K formula (konklúzió) és a $\underline{P}$ premisszahalmaz között szintaktikai következményreláció áll fenn. A szintaktikai következményreláció jelölése:

$\underline{P} \vdash K.$

6.

Mindezek alapján elvégezhető a 4. pontban megfogalmazottak logikai bizonyítása. A bizonyítás annak bizonyítására irányul, hogy a

$$(6a) \quad \underline{P} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}$$

premisszahalmaz és az egymásnak ellentmondó

$$(6b) \quad \underline{K}_1 = \{ \underline{H} \in \underline{H} \},$$

illetve

$$(6c) \quad \underline{K}_2 = \{ \sim (\underline{H} \in \underline{H}) \}$$

konklúziók között szintaktikai következményreláció áll fenn, azaz

$$(7a) \quad (\underline{P} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}) \vdash (\underline{K}_1 = \{ \underline{H} \in \underline{H} \}),$$

és

$$(7b) \quad (\underline{P} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}) \vdash (\underline{K}_2 = \{ \sim (\underline{H} \in \underline{H}) \}).$$

Ez egyben annak bizonyítását is jelenti, hogy

$$(8a) \quad (\underline{P} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}) \Rightarrow (\underline{K}_1 = \{ \underline{H} \in \underline{H} \}),$$

és

$$(8b) \quad (\underline{P} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}) \Rightarrow (\underline{K}_2 = \{ \sim (\underline{H} \in \underline{H}) \}),$$

vagyis, hogy a $\underline{P}$ premisszahalmaz és $\underline{K}_1$ és $\underline{K}_2$ konklúziók között a szemantikai következményreláció is fennáll. Ennek az állításnak a teljesülését az biztosítja, hogy - itt nem részletezett bizonyítás szerint - az ún. QC kalkulus a klasszikus elsőrendű nyelvek szemantikájára teljes és ez a tétel megfordítva is igaz.

7.

(7a) és (7b) konkrét bizonyításának a menete az alábbiak szerinti.

(7a) bizonyítása az indirekt bizonyítás elve alapján történik. Ennek első lépése, hogy az eredeti állítás premisszahalmaza kiegészül a konklúzió negációjával:

$$(9) \quad (\underline{P}' = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H}) ; \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}).$$

Az összefüggésben:

$\underline{P}'$: a $\underline{K}_1$ konklúzió ($\{ \underline{H} \in \underline{H} \}$) negációjával ($\{ \sim (\underline{H} \in \underline{H}) \}$) kiegészített premisszahalmaz.

A bizonyítás második lépése a bikondicionális leválasztási szabályának érvényesítésével történik.

Eszerint:

$$(10) \quad (\underline{P}' = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H}) ; \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}) \vdash (\underline{H} \in \underline{H}).$$

A bikondicionális leválasztási szabályának alkalmazása eredményeképpen olyan konklúzióhoz ($\underline{H} \in \underline{H}$) jutottunk, amely logikai ellentmondásban van az indirekt bizonyítás feltételezésével ($\sim (\underline{H} \in \underline{H})$), amiből az következik, hogy az eredeti állítás igaz, azaz igaz, hogy

$$(\underline{P} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}) \Rightarrow (\underline{K}_1 = \{ \underline{H} \in \underline{H} \}).$$

A másik esetben is ugyanezen bizonyítási gondolatmenetet követve, első lépésként a bizonyítandó állítás premisszahalmaza kiegészül a konklúzió negációjával.

$$(11) \quad (\underline{P}' = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H}) ; (\underline{H} \in \underline{H})\}).$$

Az indirekt bizonyítás feltételezése tehát:

$$(12) \quad (\underline{H} \in \underline{H}).$$

A leválasztási szabályt alkalmazva a bikondicionális esetében

$$(13) \quad \sim (\underline{H} \in \underline{H})$$

adódik.

Ez nyilvánvalóan ellentmondásban van az indirekt bizonyítás feltételezésével, (12)-vel, ebből következően a bizonyítandó állítás igaz.

Az áttekinthetőség érdekében megismételve az előzőeket, de most a logikai bizonyítás egyes lépéseit egymás után feltüntetve a bizonyítás menete az alábbi.

$$i) \quad (\underline{P} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}) \Rightarrow (\underline{K}_1 = \{ \underline{H} \in \underline{H} \}).$$

(1. bizonyítandó állítás)

$$ii) \quad \sim (\underline{H} \in \underline{H}).$$

(az indirekt bizonyítás feltevése, az 1. bizonyítandó állítás konklúziójának ($\underline{K}_1$) negációja)

$$iii) \quad (\underline{P}' = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H}) ; \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}).$$

(az 1. bizonyítandó állítás konklúziójának negációjával kiegészített premisszahalmaz)

$$iv) \quad (\underline{P}' = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H}) ; \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}).$$

$$\sim (\underline{H} \in \underline{H}).$$

$$\underline{K}_1' = \{(\underline{H} \in \underline{H})\}.$$

$$(\underline{P}' = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H}) ; \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}) \vdash \{\underline{K}_1' = (\underline{H} \in \underline{H})\}.$$

(a $\underline{P}'$ premisszahalmazban a bikondicionális leválasztási szabályát alkalmazva, az indirekt bizonyítás feltevéseivel logikai ellentmondásban levő konklúzió ($\underline{K}_1'$) adódik.)

$$v) \quad \sim (\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim \underline{K}_1'$$

(az 1. bizonyítandó állítás konklúziója ($\underline{K}_1$) helyes, mert az indirekt bizonyítás feltételezése és annak konklúziója ($\underline{K}_1'$) egymás negáltja, azaz e két állítás egymással logikai ellentmondásban van, ebből következően a bizonyítandó séma helyes, az abban foglalt állítás igaz!)

$$vi) \quad (\underline{P} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}) \Rightarrow (\underline{K}_2 = \{ \sim (\underline{H} \in \underline{H}) \}).$$

(2. bizonyítandó állítás)

$$vii) \quad (\underline{H} \in \underline{H}).$$

(az indirekt bizonyítás feltevése, az 2. bizonyítandó állítás konklúziójának ($\underline{K}_2'$) negációja)

- viii) $(\underline{P''} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H}) ; (\underline{H} \in \underline{H})\})$.
(az 2. bizonyítandó állítás konklúziójának negációjával kiegészített premisszahalmaz)
- ix) $(\underline{P''} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H}) ; (\underline{H} \in \underline{H})\})$.
 $(\underline{H} \in \underline{H})$.
 $\underline{K_2}' = \{\sim (\underline{H} \in \underline{H})\}$.
 $(\underline{P''} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H}) ; (\underline{H} \in \underline{H})\}) \vdash \{\underline{K_2}' = \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}$.
(a $\underline{P''}$ premisszahalmazban a bikondicionális leválasztási szabályát alkalmazva az indirekt bizonyítás feltevésével logikai ellentmondásban levő konklúzió ($\underline{K_2}'$) adódik.)
- x) $(\underline{H} \in \underline{H}) = \sim \underline{K_2}'$
(az 2. bizonyítandó állítás konklúziója ($\underline{K_2}$) helyes, mert az indirekt bizonyítás feltételezése és annak konklúziója ($\underline{K_2}'$) egymás negáltja, azaz e két állítás egymással logikai ellentmondásban van, ebből következően a bizonyítandó séma helyes, az abban foglalt állítás igaz!)
- xi) $(\underline{P} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}) \Rightarrow (\underline{K_1} = \{\underline{H} \in \underline{H}\})$,
és
 $(\underline{P} = \{(\underline{H} \in \underline{H}) \equiv \sim (\underline{H} \in \underline{H})\}) \Rightarrow (\underline{K_2} = \{\sim (\underline{H} \in \underline{H})\})$.
(ugyanazon premisszahalmaznak két különböző szintaktikai következménye van)
- xii) $\underline{K_1} \equiv \sim \underline{K_2}$
($\underline{K_1}$ és $\underline{K_2}$ konklúziók egymás negáltjai, azaz egymásnak logikailag ellentmondóak, ugyanakkor mindkettő szintaktikai következménye a premisszahalmaznak, azaz ugyanazon premisszahalmaz esetében két egymásnak logikailag ellentmondó konklúzió vonatkozásában áll fenn bizonyítottan a szintaktikai következményreláció ! Ez logikailag abszurd, ez maga a kérdéses logikai paradoxon!)

¹⁰ Az impredikabilitási paradoxon megfogalmazható a szóbanforgó predikátumok igazsághalmazának segítségével is.

Amennyiben

$$(1) \quad \rho(I(x)) = u_1 \in \underline{U}^*$$

és

$$(2) \quad \rho(P(x)) = u_2 \in \underline{U}^*$$

úgy

$$(3) \quad Wx.I(x) \equiv \sim Wx.P(x) \equiv \underline{U}^* \cap Wx.P(x).$$

Képviselje

$$(4) \quad \rho(X(x)) = u \in \underline{U}^*$$

az $\underline{U}^*$ tárgyalási univerzum tetszőleges impredikábilis predikátumát, igaz, hogy

$$(5) \quad u \in Wx.I(x) \equiv |P(u)| = h$$

Értelemszerűen, $I(x)$ definíciójából következően:

$$(6) \quad u_1 \notin Wx.I(x) \equiv u_1 \notin (\sim Wx.P(x)) \equiv u_1 \notin (U^* \cap Wx.P(x)).$$

Az U^* tárgyalási univerzum tetszőleges impredikábilis predikátumát képviselő $u \in U^*$ absztrakt individuális objektuma helyére az $I(x)$ predikátumot képviselő u_1 absztrakt individuális objektumot helyettesítve az adódik ((5) alapján), hogy

$$(7) \quad u_1 \in Wx.I(x) \equiv u_1 \in (\sim Wx.P(x)) \equiv u_1 \in (U^* \cap Wx.P(x)).$$

A (6) jelű és a (7) összefüggések nyilvánvaló logikai ellentmondásban vannak egymással, hiszen e két séma azt állítja, hogy u_1 eleme $Wx.I(x)$ -nek és ugyanakkor u_1 nem eleme $Wx.I(x)$ -nek, ami pedig a kizárt harmadik törvénye alapján lehetetlen. Ez még nyilvánvalóbbá válik annak figyelembevételével, hogy

$$(8) \quad u_1 \in Wx.I(x) \equiv |P(u_1)| = h,$$

és

$$(9) \quad u_1 \notin Wx.I(x) \equiv |P(u_1)| = i.$$

¹¹ A teljesség kedvéért - ha csak érintőlegesen is -, de meg kell itt említeni, hogy Frege és Russell álláspontjától eltérő állásponton van a 'van' kifejezés azonossági értelmű használatát illetően C. J. Williams ([39]). Williams véleménye szerint az azonosságot kifejező állításokban, szereplő 'van' valójában kopulaként funkcionál, s mint ilyen tulajdonképpen "igésít". Felesleges tehát - így Williams - posztulálnunk a 'van' kopulaként történő használatát mellett egy azonossági értelmű (azonosságot kifejező) használatot. Az azonossági állítások mindig átalakíthatók olyan módon, hogy az azonosságpredikátum egyik argumentumában zárt deskripció szerepeljen. Így pedig az adott azonossági állítást kifejező mondat mindig átalakítható olyan mondattá, ahol a 'van' kifejezés kopulaként szerepel. Lehet-e valamiféle szemantikai jelentőséget tulajdonítani a 'van' ('lenni') igének? - veti fel a kérdést Williams. Vizsgáljuk meg a 'van' kifejezés ('lenni' ige) azonosság értelmű használatát példaként, mondja. Frege volt az, aki határozott különbséget tett a 'lenni' ige ('van') azonosság értelmű (azonosságot kifejező) és más értelmű, például egzisztenciális értelmű illetve kopulaként történő használatát között. Russell az emberi nem szégyenének nevezte, hogy ugyanazt a szót, nevezetesen a 'van' kifejezést két olyan egymástól alapvetően különböző esetben használja, mint az azonosság kifejezése és a predikáció kifejezése. ([40] ; 172) E különbségtétel kezdeményei már Platón "A szofista" művében is fellelhetők. Mindazonáltal kétségbe vonható, van-e igazában különbség a 'van' azonosságértelmű és kopulaként történő használatát között? A "Hecuba [van] Priamus felesége." mondat azonosságot fejez ki. Az azonosságpredikátum két argumentumában 'Hecuba' illetve 'Priamus felesége' individuumnevek szerepelnek. A 'Hecuba' valódi individuumnév, míg a 'Priamus felesége' individuumnévként szereplő deskripció. E deskripció azonban akkor és csakis akkor funkcionálhat individuumnévként, ha egy és csakis egy individuális objektumot - jelen esetben személyt - nevez meg. A monogám társadalmakban ennek a kritériumnak ezen deskripció nyilvánvalóan eleget tesz. Problematikus a helyzet azonban, ha feltételezzük, hogy e mondat poligám társadalomban hangzott el. Ebben az esetben nem teljesül a deskripciókkal szemben támasztott unicitás követelménye, azaz az a követelmény, hogy a deskripció egyetlen individuális objektumot, esetünkben személyt kell, hogy megnevezzen, egyébként nem funkcionálhat individuumnévként. Abban az esetben, ha a példaként említett mondatot kiegészítjük az "egyetlen" szóval, úgy a leírás már egyértelművé válik, s individuumnévként funkcionálhat. Felvetődik azonban a kérdés, hogy a "Hecuba [van] Priamus egyetlen felesége." mondatban a 'van' ténylegesen egy másik 'van'-e (más értelemben használt 'van'), mint a kopulaként használt, tehát predikatív értelmű 'van'? Williams véleménye szerint a "Hecuba [van] Priamus egyetlen felesége." mondatban szereplő 'van' kopulaként funkcionál, s mint ilyen tulajdonképpen "igésít". E mondatban természetesen csak erőltetetten tudnánk igére cserélni a kérdéses "...Priamus egyetlen felesége" kifejezést. Az "Apám [van] ennek a boltnak a[z egyetlen] tulajdonosa." mondatban azonban ez már egyáltalán nem okoz nehézséget, hiszen e mondat igésített változata a következő alakú: "Apám tulajdonolja ezt a boltot.", vagy a "Károly [van] Franciaország egyetlen királya." mondat esetében az "igésített" mondat a "Károly királykodik [egyedül] Franciaországban." mondat. Mint látható a példákban az azonossági állítások

mindig átalakíthatók olyan módon, hogy az azonosságpredikátum egyik argumentumában zárt deskripció szerepeljen. Így pedig az adott azonossági állítást kifejező mondat mindig átalakítható olyan mondattá, ahol a 'van' kopulaként szerepel. Példaként erre a transzformációra az "*Octavianus [volt] Augustus.*" azonossági állítás említhető. Itt az azonosságot kifejező állításban két valódi individuumnév (tulajdonnév) szerepel. A mondatban szereplő egyik valódi individuumnév átalakítható zárt deskripcióvá. Ekkor a mondat így hangzik: "*Octavianus volt az az ember, akit később Augustusnak neveztek.*" Itt már - Williams szerint - kopulaként funkcionál, azaz predikatív értelemben használt a 'van' kifejezés.

¹² Wittgenstein a „*Logikai-filozófiai értekezés*”-ben ([41]) azt írja az azonosság problémájáról az 5.5303 fejezetben: „Hozzávetőlegesen mondva: *Két tárgyról azt mondani, hogy azonos – értelmetlenség; egy tárgyról mondani azt, hogy azonos önmagával, annyi, mint semmit sem mondani.*” ([41] ; 65)

¹³ Meg kell említeni ugyanakkor, hogy más logikusok, mint például *John Stuart Mill* és *Kotarbiński* azon a véleményen vannak, hogy az *általános név* jelölete (denotátuma) az általános név által képviselt osztály minden egyes tárgya. Kotarbiński erről azt mondta, hogy az általános nevek használatakor az osztályt nem, mint egészet értelmezzük, amelynek elemei ennek az egésznek volnának. Az osztály valami más, valami olyan, hogy ha >> erről << beszélünk, akkor ezen keresztül közvetve az osztályba tartozó minden egyes individuumról beszélünk, nem pedig az általuk alkotott egészről. *Vojsvillo* felfogása szerint az általános név vagy más néven *köznév* az adott osztály tetszőleges elemét jelöli, pontosabban képviseli, hasonlóan ahhoz, ahogyan például az 'x' *változó* tetszőleges számot képvisel a számegyenesen, ha ezen változó *értelmezési tartományát* a számegyenes számai jelentik. Ez a felfogás sajátos *tárgyváltozóként* értelmezi az általános neveket. Az általános név, vagy köznév azonban abban különbözik a közönséges tárgyi változóktól, hogy ebben az esetben maga a kifejezés utal a változó értelmezési tartományára. A 'ház', mint köznév ezen felfogásnak megfelelően olyan 'x' (változó), amelynek értelmezési tartománya a házak osztálya, vagy olyan változó, amely azokkal a tulajdonságokkal rendelkezik, amelyek a házakat, mint olyanokat konstituálják. Az ilyen változókat *Vojsvillo* *specifikált változóknak* nevezi. A közneveknek megfelelő predikátumoknak, azaz az olyan predikátoroknak, mint például a < ... *van ember* >, vagy a < ...*van ház* > predikátoroknak *Vojsvillo* szerint a természetes nyelvekben kettős szerepük van. Ezek a predikatív kifejezések egyrészt mondatok logikai állítmányaként az "*embernek lenni*" tulajdonságot, illetve a "*háznak lenni*" tulajdonságot képviselik, ezért ennyiben az *állandó kifejezések* körébe tartoznak. Ugyanakkor azonban ugyanezen kifejezések *logikai alanyként* is felléphetnek a "*Minden ember [van] élőlény*" típusú (*logikai szerkezetű*) kijelentésekben. Ezekben a kijelentésekben *Vojsvillo* szerint ezek a predikatív kifejezések tulajdonképpen általános nevekként szerepelnek, azaz a *változó kifejezések* közé sorolandók, ebben az esetekben specifikált változóknak tekinthetők. Mint specifikált változók, a megfelelő szemantikai kategória állandó kifejezéseinek a szimbólumait helyettesítik. A specifikált változó esetében is értelmezhető azonban a jelöllet és a *jelentés*, ha nem is pontosan olyan módon, mint a nevek szemantikai kategóriájába eső nyelvi kifejezések esetében. A specifikált változó kifejezések esetében a specifikált változó jelöletének a jelentése által definiált osztály elemei tekinthetők, míg jelentéseként azon tulajdonságok összessége értelmezhető, amelyek az adott osztályt konstituálják, azoknak a tulajdonságoknak azon összessége, amelyek alapján az adott osztály elemei más objektumoktól elkülönülnek, elkülöníthetők. *Vojsvillo* felfogásában tehát a specifikált változó tartalma valamely általános név tartalma. A *tárgyiség elve* a predikatív kifejezésekre, vagyis a fogalmi kifejezésekre csak annyiban terjeszthető ki, hogy azokban az esetekben, amikor ezen kifejezések valamely kijelentésben logikai alanyként szerepelnek, akkor az általuk képviselt osztály tárgyairól, tárgyainak mindegyikéről, vagy néhány ezen osztályba tartozó tárgyról történik az állítás.

¹⁴ Az alábbiakban rövid áttekintést adunk arról, hogy milyen módon nyilvánul meg a 'van' kifejezésnek logikailag különböző értelmű használata a nyelvben, azaz a nyelv szintaktikáját elemezve, pusztán szintaktikai úton felismerhetjük-e ezen különbségeket.

A 'van' különböző értelmű használata közül a kopulaként történő használat és az egzisztenciális értelmű használat középponti jelentőségű. Arisztotelész már felismerte a 'van' kifejezésnek e két különböző értelmű használata közötti különbséget. A további értelembeli különbségek felismerése a modern formális logika kialakulásával esik egybe, s mindenekelőtt Frege és Russell nevéhez kapcsolódik. Arisztotelész különbséget tett a 'van' egzisztenciális értelmű és kopulaként történő, azaz predikatív értelmű használata között. A 'van' egzisztenciális értelmű használatát "*kvalifikáció nélkül lenni*" kifejezéssel illeti, míg a 'van' kopulaként való használatát megfogalmazása szerint "*valaminek (valamilyennek) lenni*" értelmű. A különbség jól példázható a "*Vannak szelíd tigrisek.*" illetve "*A szelíd tigrisek [vannak] lusták.*" mondatokkal. Az utóbbi mondatban a 'vannak' kifejezés 'vannak valamilyennek' (esetünkben: lusták) értelemben használt. Ebben a mondatban lényegileg valamilyen tulajdonságot tulajdonítunk a mondat grammatikai (és egyben logikai) alanyának. Itt - és az ilyen szerkezetű mondatokban - tehát a 'van' kifejezés kopulaként szerepel, azaz predikatív értelmű. A másik példamondatban egzisztenciális értelemben használt a 'van'. Amennyiben persze a "*létezés*" is tulajdonságnak tekintjük, úgy természetesen logikai szempontból e mondat sem különbözik a többitől, hiszen a "létezik" ige a < ... *van létező* > predikátumnak felel meg.

Vizsgáljuk meg közelebbről a 'van' kopulaként történő használatának sajátosságait. Az állítások logikai alapformája a hagyományos logikában az 'S est P' forma, ahol 'S' a logikai alanyt, 'P' a logikai állítmányt, míg az 'est' kifejezés a kopulát jelöli. E logikai alapformát különböző logikai szavak előzhetik meg, olyan logikai szavak, mint 'Minden', 'Néhány', 'Nem', stb. A "*Minden pacsirta dalol.*" mondat logikai alapformája a "*Minden pacsirta van daloló.*" mondat. Az eredeti, igét tartalmazó mondatnak logikai alapformára hozása tehát a példából láthatóan a "dalol" igének a < ...*van daloló* > predikátummal, grammatikai értelemben a kopulából és az igének megfelelő melléknévből (dalol: aki dalol → daloló) álló kifejezéssel való helyettesítést jelenti. A mondatok ilyen módon való átalakítását már a régi görögök is ismerték. Arisztotelész a "*Fizika*" első könyvében tesz említést olyan filozófusokról, akik számára elméleti problémát jelentett az a tény, ha valamely szubjektum egyidejűleg különböző tulajdonságokkal bírt. E gondolkodók felfogása szerint ez azt jelenti, hogy valamely dolog egy és sok egyszerre. Lykophoron például elkerülte a 'van' kopulaként történő használatát. Az állítások logikai alapszerkezetét Lykophoron és követői számára az "N Vs" formula fejezi ki, ahol "N" a logikai alanyt, míg "V" a logikai állítmányt jelöli. "*A pacsirta van daloló.*" mondat logikai normálalakja e felfogás szerint "*A pacsirta dalol.*" alakú mondat. Lykophoron a héber nyelvet említi példaként arra, hogy vannak nyelvek, amelyek nem használnak kopulaként funkcionáló igét. A héber nyelvben a "*Tsaddiq Jahweh.*" mondat "*Az Úr igazságos.*" mondatnak a megfelelője ([39] ; 7). A magyar mondatához hasonlóan a héber mondatban sem jelenik meg a 'van' kopulaként szereplő kifejezés. E mondat latinul a következő alakú: "*Justus Dominus.*" A latinban azonban nyelvtanilag helyes ugyanezen mondatban a kopula használata is: a "*Dominus est Justus.*" Míg a latinban nem feltétlenül szükséges, bár lehetséges a kopula használat, addig a héber nyelvben nem lehetséges a kopula használata, egyszerűen azért, mert nincs kopulaként funkcionáló kifejezés (ige) a héber nyelvben. Lykophoron mindebből arra a következtetésre jut, hogy vannak nyelvek, amelyek kopula használata nélkül is képesek állítások kifejezésére (pl. a héber nyelv), vagy amelyekben nem feltétlenül szükséges a kopula használata (pl. a latin nyelv). A 'van' kopulaként történő használatakor a nyelvészek s a filozófusok jelentős részének felfogása szerint a 'van'-nak kizárólagosan szintaktikai szerepe van. A 'van' egy speciális, nyelvi operátorként fogható fel, amely melléknévből, vagy egy határozatlan névelővel álló főnévből végső soron igét "képez". Funkciója tehát az "igésítés". Az 'S est P' logikai alapformát 'N Vs' formára "transzformálja".

Összességében tehát kijelenthető, hogy a 'van' kopulatív értelmű (kopulaként történő) használata szintaktikai jelentőséggel (is) bír. Amikor melléknévet igésít, akkor logikai szempontból elsőrendű predikátumnak individuális objektumra való vonatkoztatásáról, míg amikor határozatlan névelővel álló főnévet "igésít", akkor magasabb rendű predikátumnak alacsonyabb rendű predikátumra való vonatkoztatásáról van szó. A kopulának tehát tisztán és egyszerűen szintaktikai funkciója van, nevezetesen a melléknévek vagy a határozatlan névelővel álló főnevek "igésítése". Ezen a véleményen van többek között C. J. F. Williams ([39] ; 10-12) Felfogása szerint a 'van' kopulaként történő használata szemantikai értelemben semmit sem tesz hozzá ahhoz

a mondathoz, amelyben előfordul. Vitatható azonban az nézet, mely szerint azok a mondatok, amelyekben a 'van' kopulaként előfordul, helyettesíthetők olyan mondatokkal, amelyekből a kopula teljesen hiányzik. A német és az angol nyelvben a kopula mindig megjelenik. Az orosz nyelv - jöllehet ez is indoeurópai nyelv, jelen időben nem használ kopulát. A "*Péter [van] tanuló.*" mondatnak az oroszban a "Пётр ученик." mondat felel meg. Jelen időben az orosz nyelvben - hasonlóan a magyar nyelvhez - nem jelenik meg a kopula. Múlt időben, illetve jövő időben már nem ez a helyzet. Ekkor mind az orosz nyelvben, mind a magyar nyelvben megjelenik a kopula: "*Péter tanuló volt.*", illetve "*Péter tanuló lesz.*" s ugyanezen mondatok orosz megfelelői: "Пётр был ученик." és "Пётр будет ученик."

Szemügyre véve a 'van' kifejezés egzisztenciális használatának szintaktikai jellemzőit, a következők állapíthatók meg. A 'van' létigének egzisztenciális értelmű használata a 'létezik' igével való összevetésben válik nyilvánvalóvá. Egyes indoeurópai nyelvekben a 'van' létige ekkor mintegy "transzformálódik" egy speciális, a létezés kifejező alakba. Vizsgálat tárgyává téve a "*Léteznek szelíd tigrisek.*" mondatot a következők állapíthatók meg. Az angol nyelvben e kijelentésnek a "*Tame tigers exist.*" mondat vagy a "*There are tame tigers*" mondat felel meg, míg a német nyelven e kijelentés a "*Zahme Tiger existieren.*", illetve az "*Es gibt zahme Tiger.*" mondatokkal fogalmazható meg. A "*Tame tigers exist.*" és a "*There are tame tigers*" mondatok között logikai értelemben, s a jelentésüket tekintve nincs különbség. Az említett mondatpárok a szelíd tigrisek létezését állítják. Ugyanez a helyzet a példaként választott német mondatok esetében. E példa a német és angol nyelv esetében azt bizonyítja, hogy a "*there are*", az "*es gibt*" kifejezések rendre az "*exist*", az "*existieren*" kifejezésekkel megegyező értelemben használatosak, e kifejezések a mondatok értelmének, jelentésének változása nélkül helyettesíthetők egymással. Az angol és a német nyelv sajátossága, hogy a "*sein*" illetve a "*be*" létige egzisztenciális értelmű használatakor a német nyelvben az "*es gibt*" kifejezést, míg az angol nyelvben a "*there is (there are)*" kifejezést használják. Az "*es gibt*" kifejezés azt jelenti: "*van (vannak)*", "*létezik (léteznek)*", "*akad (akadnak)*". Szó szerinti jelentésben az "*es gibt*" annyit tesz, hogy "*adódik, adódnak*". A "*there is / there are*" létezés, valaminek a meglétét fejezi ki. E szerkezet akkor használatos, ha a mondatunkkal határozatlan alany létezését hangsúlyozzuk. A "*be*" ige tehát e szerkezetben egyértelműen egzisztenciális értelemben használt. A latin nyelvben szintaktikailag, alakilag nem különíthető el a "*van*" igének egzisztenciális értelmű használata a más értelmű használatától. A választott példamondat latin megfelelője a következő: "*Sunt tigres mansueti.*" A "*sunt*" a mondat értelmének, jelentésének bármilyen változása nélkül felcserélhető az "*existunt*" (= *léteznek*) igével. Ekkor a mondat a következő alakú: "*Existunt tigres mansueti.*" A görög nyelvben nincs külön megfelelője a 'létezik' (*exist ; existieren*) igének, így e nyelvben az "*einai*", amely a 'van' megfelelője használatos mindkét esetben.

A magyar nyelvben a 'van' ige minden további nélkül helyettesíthető az egzisztenciális értelmű használatakor a 'létezik' igével, és fordítva. Alakilag tehát nem különíthető el a 'van' ige ilyen értelmű használata a más értelmű használatától. A "*Vannak szelíd tigrisek.*" és a "*Léteznek szelíd tigrisek.*" mondatok egyaránt helyesek nyelvtani, nyelvi szempontból. A 'létezik' ige használata magától értetődően nyomatékosabban, explicite utal arra, hogy az adott esetben egzisztenciális ítéletről van szó.